

尺度空間フィルタリングに基づく 画像パターンの局所構造解析

佐藤 潤一 佐藤 誠

東京工業大学 精密工学研究所

あらまし 人工視覚の実現のためには、認識・理解に適した画像パターンの記述法を確立することが重要な課題である。人間は画像のおおまかな構造を捉え、それに基づいて細部を見るという階層的なものの見方をする。このように画像パターンの階層構造を捉えるには、画像に2次元ガウシアンを畳み込む尺度空間フィルタリングが有効な手法である。本研究では画像の2次元構造を記述するために、画像の停留点と、濃淡階調の稜線・谷線から成る稜谷線に着目する。そして、尺度空間フィルタリングにおけるぼかしの尺度の変化に応じて、停留点近傍における稜谷線の形態が変化する様子を局所的に構造解析し、形態変化の基本パターンを明らかにする。

A Local Structural Analysis of Images Based on Scale Space Filtering

Jun'ichi Sato Makoto Sato

Research Laboratory of Precision Machinery and Electronics,
TOKYO INSTITUTE OF TECHNOLOGY
4259, Nagatsuta-cho, Midori-ku, Yokohama, 227 Japan

Abstract To realize artificial vision it is one of the important theme to establish a good representation of pattern images for recognition and understanding. We human look at something hierarchically. We see it to know its rough structure at first, then we view it to understand its detailed structure. Scale space filtering is the operation of convoluting a pattern image with the Gaussian blurring function, which is the effective method to describe the hierarchical structure of images. In this study, we use the ridge-valley-line of the tone level of images to describe the structures of images. We analyze how the ridge-valley-line takes the change of image structure near the point where stationary points appear or disappear with the change of the blurring scale.

1 まえがき

ロボットビジョンなどの人工視覚を実現するためには、画像に対する認識・理解などのさまざまな処理に適した、画像パターンの記述法を確立することが極めて重要である。人間のものの見方を考えてみると、人間は画像のおおまかな構造をまず捉え、その構造に基づいて細部を詳しく見るという階層的なものの見方をする。画像パターンを階層的に捉えるには、画像に対して2次元ガウシアンを畳み込むことによりさまざまな尺度で画像を扱うことのできる尺度空間フィルタリング [1] [2] [3] が有効な手法である。しかし、画像を階層的に記述するために、尺度空間においてどのような基本要素を用いればよいかが問題となる。特に尺度空間上で階層性が木構造として表されるためには、基本要素が尺度に対して単調性を持つことが不可欠となる。

1次元パターンの階層的記述としては、佐藤・和田らが構造木を提案している [4]。構造木は波形の凹凸構造の階層性を木構造として記述したものである。このような表現が可能なのは、1次元尺度空間における零交差線の単調性が保証されているからである。

しかし、1次元パターンでの階層的記述を画像のような2次元パターンに拡張しようすると、尺度に対する単調性を持った基本要素を見出すのは容易ではない。例えば、1次元における零交差線の、2次元への拡張としては、ラプラシアン零交差モデルがある [5]。これは、パターンのエッジを表現しており、画像パターンの記述法として有力な手法である。しかし、零交差線で囲まれる領域を基本要素とすると、領域の数が単調に減少しないパターンが存在する。その例を図1に示す [6]。図左の亜鈴 (dumbbell) 形のパターンに尺度空間フィルタリングを施し、左から右へ尺度を大きくしたときのラプラシアン零交差線を示している。左側の、尺度の小さい (ぼかしていない) 状態では、1本の零交差線が平面を2つの領域に分けているが、尺度を大きくする (ぼかす) につれて零交差線が2本に増え、平面を3つの領域に分けるようになる。さらに尺度を大きくすると、領域は再び2つになる。

また、1次元の零交差線のもう一つの拡張として、画像の濃淡階調の極大点・極小点・鞍点に当たる停留点に着目する。停留点の個数を基本要素とすると、同様に

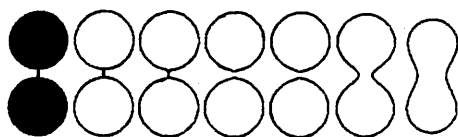


図1: ラプラシアン零交差の非単調性 [6]

尺度に対して単調に減少しない。このような2次元尺度空間において単調性を持つ基本要素の発見の難しさが、画像の階層表現を困難にしている。

本研究では、画像を階層表現するため、尺度に対する単調性を持った基本要素を見いだす手がかりとして、画像の停留点が尺度の変化に対して生成・消滅する様子を調べる。このとき、濃淡階調の稜線・谷線からなる「稜谷線」に着目し [7]¹、停留点が生成・消滅する際の、その近傍での稜谷線の形態変化の基本パターンを明らかにする。そして、停留点の生成・消滅に関する2つの定理を得る。

2 準備

本論文での議論に必要な定義について述べる。

2.1 尺度空間フィルタリング

画像は xy 平面に分布する濃淡階調を持つ。座標 (x, y) における階調を $f(x, y)$ で表す。この原画像 $f(x, y)$ の尺度空間フィルタリング $f(x, y; \sigma)$ は次式のように、原画像に2次元ガウシアンを畳み込むことにより得られる。

$$f(x, y; \sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(u, v) w(x-u, y-v; \sigma) du dv \quad (1)$$

ここで $w(x, y; \sigma)$ は次式で表される重み関数である。

$$w(x, y; \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\sigma > 0) \quad (2)$$

パラメータ σ は画像パターンのぼかしの尺度を与えるものであり、尺度パラメータと呼ばれる。また、尺度空間フィルタリングにより得られた画像 $f(x, y; \sigma)$ は次の偏微分方程式を満たす。

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma} - \sigma \nabla^2 \right\} f(x, y; \sigma) = \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma} - \sigma \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \right\} f(x, y; \sigma) = 0 \quad (3)$$

以下では、原画像の尺度空間フィルタリング $f(x, y; \sigma)$ を、画像パターンあるいは単に画像と呼ぶ。

2.2 画像パターンの微分要素

画像パターン $f(x, y; \sigma)$ の解析において、パターンの微分要素を用いる。

1階微分要素としては勾配ベクトル $\nabla f(x, y; \sigma)$ があり、2階微分要素としてはヘッセ行列 (ヘシアン) $H_{f(x, y; \sigma)}$ がある。これらは次式のように定義される。

$$\nabla f(x, y; \sigma) = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$H_{f(x, y; \sigma)} = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{bmatrix} \quad (5)$$

¹文献 [7] では、characteristic line, outline, division line の3つの structural lines を提案している。本研究における稜谷線はこのうちの characteristic line に相当する。

$f_x, f_y, f_{xy}, f_{xx}, f_{yy}$ は、 $f(x, y; \sigma)$ の x, y による偏導関数を表す。

ヘシアン $H_{f(x, y; \sigma)}$ は対称行列であるから、その直交する単位固有ベクトルを ϕ_1, ϕ_2 とすると、

$$H_f = (\phi_1, \phi_2) \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} (\phi_1, \phi_2)^T \quad (6)$$

と表せる。ただし記号 T は転置を表す。このとき、 ϕ_1, ϕ_2 は曲面を2次曲面で近似したときの主軸方向になっており、固有値 λ_1, λ_2 は曲面の主軸方向の2階微分になっている。 λ_1, λ_2 の符号により、各点は次のように分類される。

$\lambda_1 \lambda_2 > 0$: 楕円点

$\lambda_1 \lambda_2 < 0$: 双曲点

$\lambda_1 \lambda_2 = 0$: 放物点

2.3 停留点・特異停留点

勾配の大きさが零の点、すなわち

$$\nabla f(x, y; \sigma) = 0 \quad (7)$$

となる点 (x, y) を停留点という。停留点はその点でのヘシアンの2つの固有値 λ_1, λ_2 により、以下のように、極大点・極小点・鞍点に分類することができる。

$\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$: 極小点

$\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$: 極大点

$\lambda_1 \lambda_2 < 0$: 鞍点

尺度空間において尺度 σ を変化させることによりできる停留点の集合を停留線と呼ぶ。停留線はパラメータ τ により以下のように表せる。

$$\{(x(\tau), y(\tau), \sigma(\tau)) | f_x(x(\tau), y(\tau); \sigma(\tau)) = f_y(x(\tau), y(\tau); \sigma(\tau)) = 0\}$$

停留線の接線方向が xy 平面と平行になる点、すなわち

$$\frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} = 0 \quad (8)$$

となる点 (x, y, σ) を特異停留点と呼ぶ。尺度空間において、画像を捉える尺度 σ を大きくすると、停留点が生じまたは消滅する。停留点が生じ・消滅する瞬間の点の特異停留点に当たる。特異停留点において、停留線が上に凸であるとき、停留点は消滅し、停留点が下に凸であるとき、停留点は生成する。

停留点の近傍を調べるために、 $f_x = 0, f_y = 0$ をそれぞれ全微分すると

$$f_x = 0 \text{ より } f_{xx}\dot{x} + f_{xy}\dot{y} + f_{x\sigma}\dot{\sigma} = 0$$

$$f_y = 0 \text{ より } f_{xy}\dot{x} + f_{yy}\dot{y} + f_{y\sigma}\dot{\sigma} = 0$$

となる。ここでドットは τ による微分を表す。この式から、 $\dot{\sigma} = d\sigma/d\tau = 0$ を満たす特異停留点においては次の式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

式(9)を満足する $\dot{x}, \dot{y}$ が存在するためには、特異停留点でのヘシアンが

$$|H_f| = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{vmatrix} = f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2 = 0 \quad (10)$$

を満たしていなければならない。このとき少なくとも一つの固有値は0である。すなわち、特異停留点は放物点である。

2.4 稜谷線

曲面の勾配方向 ∇f と2次曲面の主軸方向とが一致するような点の集合を稜谷線と定義する。式で表すと以下ようになる。

$$H_f \nabla f = \lambda \nabla f \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} \quad (12)$$

式(12)より λ を消去すると次式が得られる。

$$D(x, y; \sigma) = (f_{xx} - f_{yy})f_x f_y - f_{xy}(f_x^2 - f_y^2) = 0 \quad (13)$$

尺度空間における停留点・特異停留点・停留線と稜谷線とは図2のような関係にある。稜谷線は全ての停留点を通る。

稜谷線において、勾配方向と直交する方向の断面が上に凸である場合を、稜線と定義する。同様に、勾配方向と直交する方向の断面が下に凸である稜谷線を、谷線と定義する。

稜谷線はまた、勾配方向に対して下に凸か上に凸かで凹線・凸線の2種類に分類することができる。稜線(または谷線)上の、勾配方向の断面が上に凸である場合を稜凸線(谷凸線)と呼ぶ。逆に勾配方向の断面が下に凸である稜線(または谷線)を稜凹線(谷凹線)と呼ぶ。

3 停留点近傍における局所解析

尺度空間において、画像を捉える尺度の変化によって停留点が生じ・消滅するとき、その周囲の稜谷線も停留点の生じ・消滅に伴って形態が変化する。本節では、特異停留点近傍における稜谷線の形態変化について局所解析を行う。

前提条件として、画像 $f(x, y; \sigma)$ において、着目する特異停留点がある尺度 $\sigma = \sigma_0$ における原点 $(0, 0, \sigma_0)$ となり、その点で $f_{xy} = 0$ が満たされるように座標を設定す

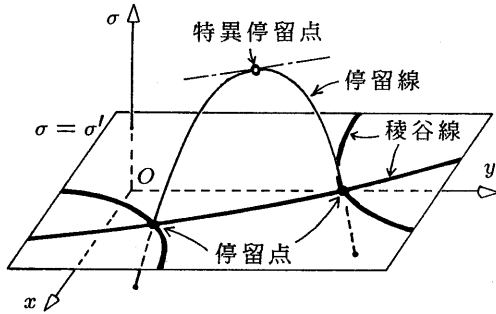


図 2: 停留点・停留線と稜谷線

る。局所解析は点 $(0, 0, \sigma_0)$ の近傍 $(x, y, \sigma_0 + \Delta\sigma)$ (ただし $|x|, |y|, |\Delta\sigma| \ll 1$) において行う。このような座標設定は画像の局所解析に際して一般性を失わない。この場合、特異停留点 $(0, 0, \sigma_0)$ において式 (10) は、

$$f_{xx}f_{yy} = 0$$

となる。よってここでは $f_{xx} = 0, f_{yy} \neq 0$ とおく。 $f_{xx} = f_{yy} = 0$ とするとこの点でのヘシアンが零行列となり、より高次の解析を必要とする特異点となるので、このような点は稜谷線解析の対象としない。

解析のために、画像パターン $f(x, y)$ を一般に原点近傍でテイラー展開することができるが、稜谷線の形態変化を局所的に解析するにはそのうち 3 次の項までを解析すれば十分である。そこで、次式のように表される画像パターン $f(x, y)$ を解析の対象とする。

$$f(x, y) = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + \frac{1}{2}a_{20}x^2 + a_{11}xy + \frac{1}{2}a_{02}y^2 + \frac{1}{6}a_{30}x^3 + \frac{1}{2}a_{21}x^2y + \frac{1}{2}a_{12}xy^2 + \frac{1}{6}a_{03}y^3 \quad (14)$$

この式 (14) の尺度空間フィルタリングを求めると、次式のようにになる。

$$f(x, y; \sigma) = f(x, y) + \frac{\sigma^2}{2} \{ (a_{20} + a_{02}) + (a_{30} + a_{12})x + (a_{21} + a_{03})y \} \quad (15)$$

この式が式 (3) を満たすことは明らかである。

式 (15) の画像に対し、前に述べた前提条件を適用すると、次の条件式が導かれる。

$$\begin{aligned} f_x(0, 0, \sigma_0) = 0 & \text{ より } a_{10} + \frac{1}{2}(a_{30} + a_{12})\sigma_0^2 = 0 \\ f_y(0, 0, \sigma_0) = 0 & \text{ より } a_{01} + \frac{1}{2}(a_{21} + a_{03})\sigma_0^2 = 0 \\ f_{xx}(0, 0, \sigma_0) = 0 & \text{ より } a_{20} = 0 \\ f_{xy}(0, 0, \sigma_0) = 0 & \text{ より } a_{11} = 0 \\ f_{yy}(0, 0, \sigma_0) \neq 0 & \text{ より } a_{02} \neq 0 \end{aligned}$$

これらの条件に基づいて点 $(0, 0, \sigma_0)$ の近傍における稜谷線を求める。式 (15) より、点 $(x, y, \sigma_0 + \Delta\sigma)$ での $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}$ は以下になる。

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{1}{2} \{ a_{30}x^2 + 2a_{21}xy + a_{12}y^2 \\ &\quad + (a_{30} + a_{12})(2\sigma_0\Delta\sigma + \Delta\sigma^2) \} \\ f_y &= \frac{1}{2} \{ 2a_{02}y + a_{21}x^2 + 2a_{12}xy + a_{03}y^2 \\ &\quad + (a_{21} + a_{03})(2\sigma_0\Delta\sigma + \Delta\sigma^2) \} \\ f_{xx} &= a_{30}x + a_{21}y \\ f_{xy} &= a_{21}x + a_{12}y \\ f_{yy} &= a_{02} + a_{12}x + a_{03}y \end{aligned}$$

これらを式 (13) の $D(x, y; \sigma_0 + \Delta\sigma)$ に代入し、 $x, y, \Delta\sigma$ の高次の項を無視すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} D(x, y; \sigma_0 + \Delta\sigma) &\cong \\ &= -\frac{a_{02}}{2} \{ a_{02}y + (a_{21} + a_{03})\sigma_0\Delta\sigma \} \cdot \\ &\quad \{ a_{30}x^2 - a_{12}y^2 + 2(a_{30} + a_{12})\sigma_0\Delta\sigma \} \end{aligned} \quad (16)$$

この式から、点 $(0, 0, \sigma_0)$ 近傍における稜谷線は次の式で表される 2 つの曲線であることがわかる。

$$a_{02}y + (a_{21} + a_{03})\sigma_0\Delta\sigma = 0 \quad (17)$$

$$a_{30}x^2 - a_{12}y^2 + 2(a_{30} + a_{12})\sigma_0\Delta\sigma = 0 \quad (18)$$

式 (17) は x 軸に平行な稜谷線を表している。式 (18) は 2 次曲線であり、係数 a_{30}, a_{12} や $\Delta\sigma$ の値によって楕円や双曲線を形成する。これら 2 つの曲線の交点が着目している停留点になっている。

式 (18) で表される稜谷線の形態の変化は、係数 a_{30}, a_{12} により次のように分類できる。

[I] a_{30} と a_{12} が同符号のとき

$a_{12} = ka_{30}, k > 0$ とおくと、式 (18) は

$$x^2 - ky^2 = -2(1+k)\sigma_0\Delta\sigma$$

となる。この式は双曲線の式である。 $\Delta\sigma < 0$ のときは式 (17) との交点を持ち、2 つの停留点が存在する。 $\Delta\sigma > 0$ のときは式 (17) との交点を持たず、停留点は消滅する。

[II] a_{30} と a_{12} が異符号のとき

$a_{12} = -ka_{30}, k > 0$ とおくと、式 (18) は

$$x^2 + ky^2 = -2(1-k)\sigma_0\Delta\sigma \quad (19)$$

となる。ここで、さらに次のように分類する。

1. $0 < k < 1$ すなわち $|a_{12}| < |a_{30}|$ のとき

式 (19) は $\Delta\sigma < 0$ のとき左辺が正となるので楕円の式であり、式 (17) との交点を持ち、2 つの停留点が存在するが、 $\Delta\sigma > 0$ のときは左辺が負となるので稜谷線は存在しない。

2. $k > 1$ すなわち $|a_{12}| > |a_{30}|$ のとき

式 (19) は $\Delta\sigma < 0$ のとき左辺が負となるので稜谷線は存在しないが、 $\Delta\sigma > 0$ のときは左辺が正で楕円の式となって、式 (17) との交点を持ち、2つの停留点が存在する。

[III] $a_{30}a_{12} = 0$ のとき

1. $a_{12} = 0$ のとき

式 (18) は $x^2 = -2\sigma_0\Delta\sigma$ となる。 $\Delta\sigma < 0$ のときは左辺が正となり、 y -軸に平行な2直線となるが、 $\Delta\sigma > 0$ のときは左辺が負となり、この式で表される稜谷線は存在しない。

2. $a_{30} = 0$ のとき

式 (18) は $y^2 = 2\sigma_0\Delta\sigma$ となる。 $\Delta\sigma < 0$ のときは左辺が負となり、稜谷線は存在しないが、 $\Delta\sigma > 0$ のときは x -軸に平行な2直線となる。

この中で [III] は、より高次の項での解析を必要とする特異な場合であり、基本的な形態変化は [I] [II]-1, [II]-2 の3つの場合であることがわかる。

以上のことをまとめると、次の定理になる。

[定理1] (特異停留点の分類) 特異停留点は、その近傍での稜谷線の形態変化により以下の3タイプに典型的に分類される。

[I] 双曲型特異停留点—Hyperbolic type (H-type)

尺度 σ を大きくしたときに一対の停留点が消滅し、その近傍の稜谷線が双曲線と直線からなる特異停留点。

[II] 楕円型特異停留点—Elliptic type (E-type)

1. 正楕円型 (E+-type)

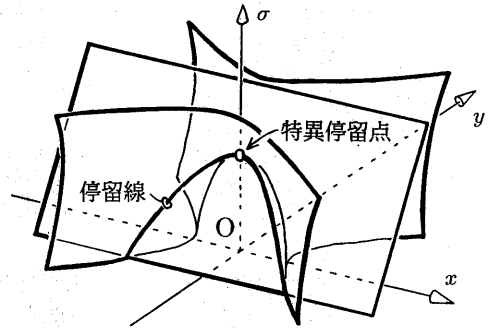
尺度 σ を大きくしたときに一対の停留点が消滅し、その近傍の稜谷線が楕円と直線からなる特異停留点。

2. 逆楕円型 (E--type)

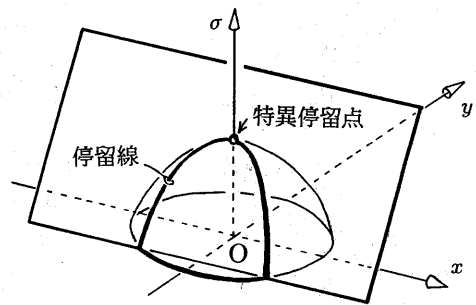
尺度 σ を大きくしたときに一対の停留点が生成し、その近傍の稜谷線が楕円と直線からなる特異停留点。

この定理により分類された3タイプそれぞれの、稜谷線と停留線の点 $(0, 0, \sigma_0)$ 近傍での様子を、図3に示す。

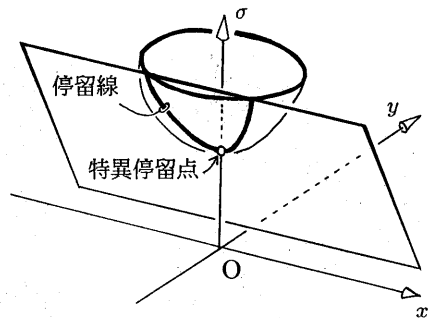
定理1より、画像を捉える尺度 σ を大きくするに従って新たに生成する停留点は楕円型の特異停留点の場合であり、双曲型の特異停留点は新たに生成することはないことがわかる。すなわち、双曲型の特異停留点はほかの尺度に対して局所的に単調である。このことを次の定理に述べる。



[I] 双曲型



[II]-1. 正楕円型



[II]-2. 逆楕円型

図3: 稜谷線と停留線の模式図

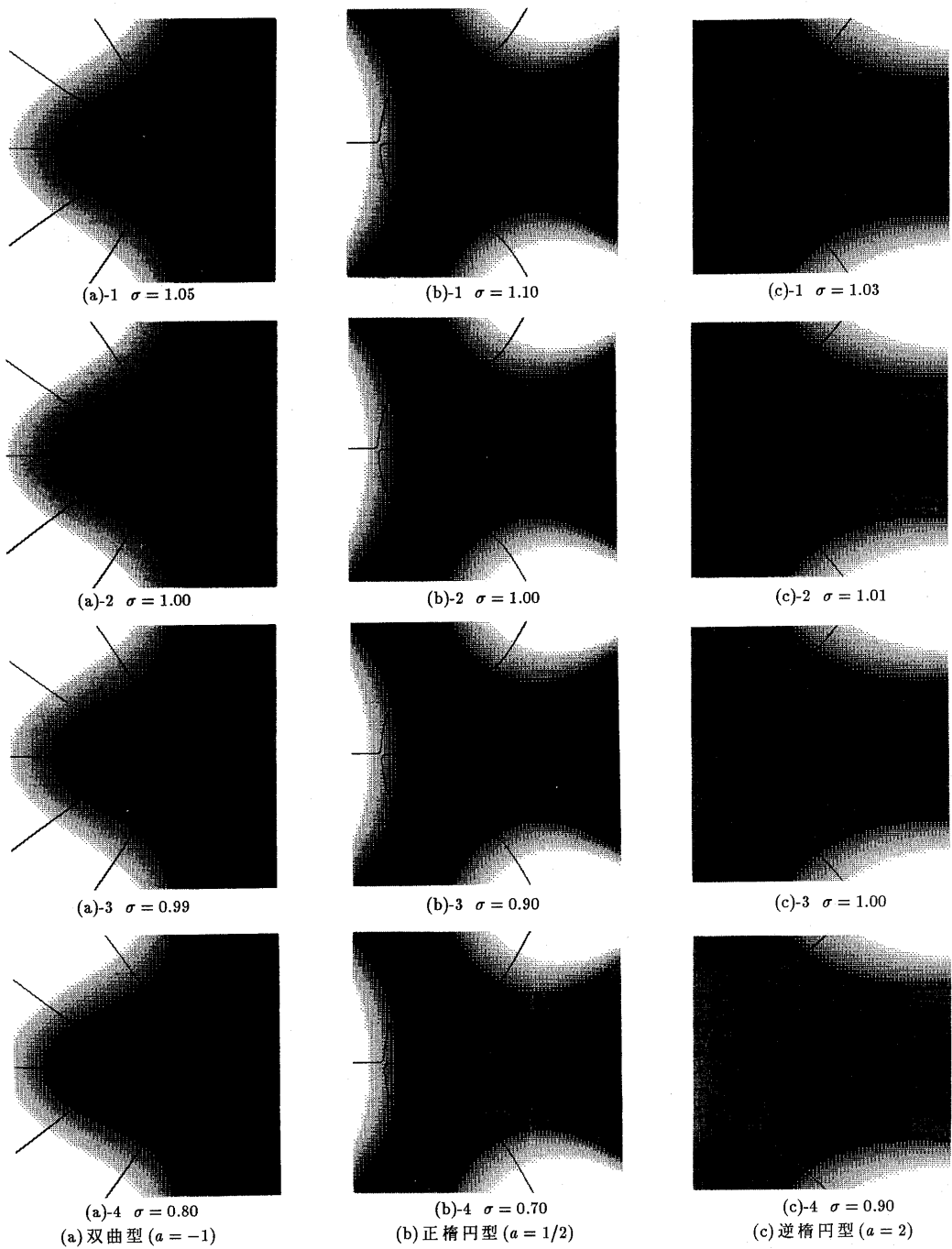


図 4: 画像モデルの解析例—濃淡パターンと稜谷線

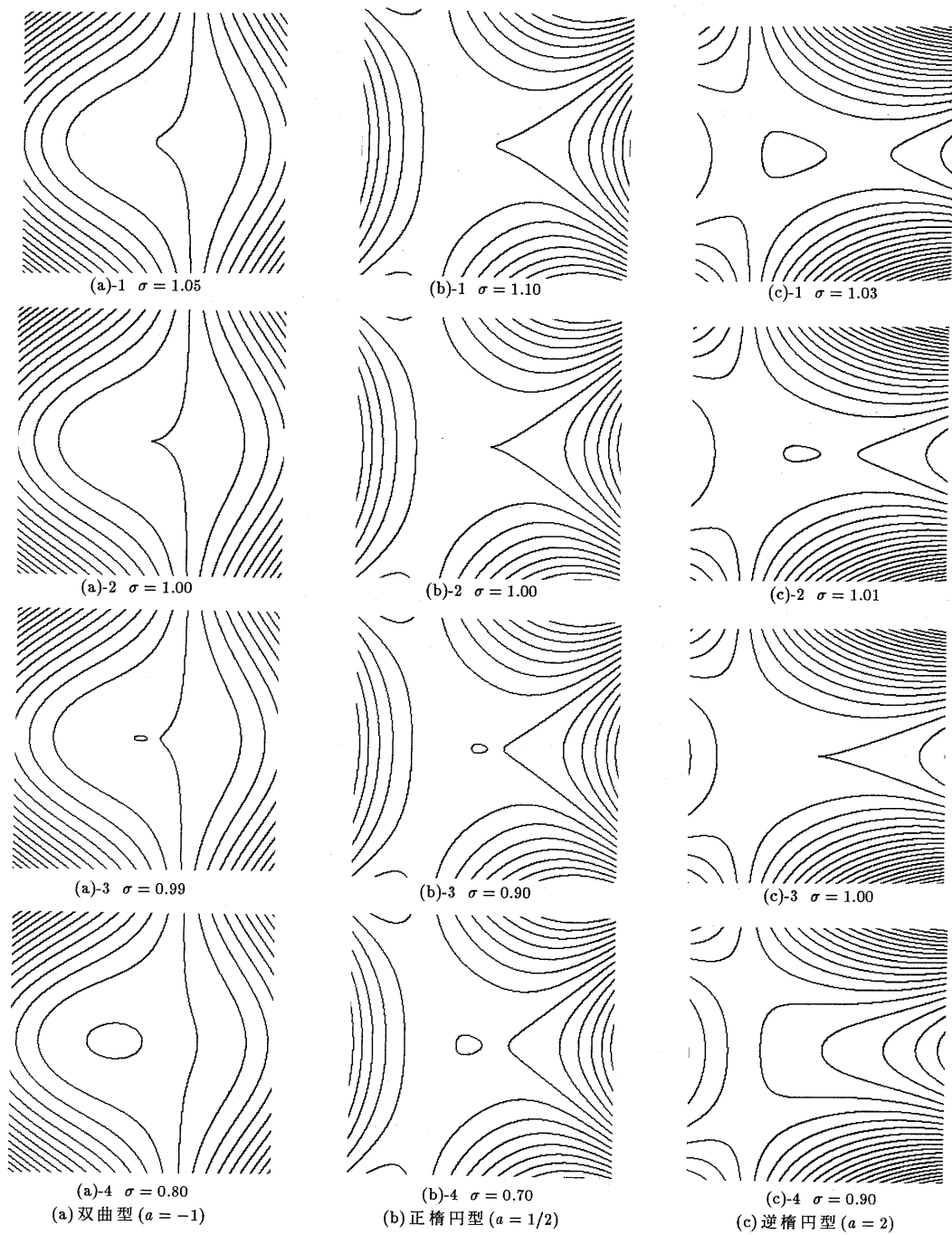


図 5: 画像モデルの解析例—階調の等高線表示

[定理2] (双曲型特異停留点の局所単調性) 双曲型

特異停留点は尺度に対して局所的に単調である。

すなわち、双曲型特異停留点を通る停留線はその近傍において上に凸である。

4 画像モデルの解析例

画像パターンの解析例を示す。前節で述べた停留点の生成・消滅の3タイプについてそれぞれ、濃淡画像と稜谷線を図4(a)(b)(c)に示す。これらの原画像は、

$$f(x, y) = (1-a)x + y^2 - \frac{1}{3}x^3 + axy^2 \quad (20)$$

で表される関数族で、 x 軸に関して対称であり、停留点の特異停留点 $(0, 0, 1)$ において生成・消滅する。尺度空間フィルタリングは

$$f(x, y; \sigma) = f(x, y) + \sigma^2 \{1 + (a-1)x\} \quad (21)$$

となり、この画像の稜谷線は特異停留点近傍において次のような2式により近似できる。

$$y = 0 \quad (22)$$

$$x^2 + ay^2 = 2(a-1)\Delta\sigma \quad (23)$$

いずれの図も下から上に向かって尺度 σ が大きくなっていく。各図の中央が原点 $(0, 0, \sigma)$ になっている。また、濃淡階調は、レベルの高い部分を白で、低い部分を黒で表している。

図4(a)は式(20)で $a = -1$ の場合である。この場合は双曲型特異停留点となる。稜谷線は $\sigma = 0.8$ において、直線 $y = 0$ とそれに交わる2本の曲線が得られる。このときの交点が停留点である。尺度 σ を大きくするにつれて2つの曲線が近づき、 $\sigma = 1.0$ で3曲線が特異停留点で交差する。さらに σ を大きくすると2曲線が直線 $y = 0$ から分離し、交点であった停留点は消滅する。

図4(b)は式(20)で $a = 1/2$ の場合である。この場合は正楕円型特異停留点となる。 $\sigma = 0.8$ において、中央部の楕円に注目する。この楕円は、尺度 σ が大きくなるにつれて小さくなり、 $\sigma = 1.0$ で消滅する。それと同時に、楕円と直線の交点であった停留点も消滅する。

図4(c)は式(20)で $a = 2$ の場合である。この場合は逆楕円型特異停留点となる。している。正楕円型の図と同様の形態の稜谷線が得られている。ただし楕円型の稜谷線は、 $\sigma = 1.0$ より小さいときには表れず、 $\sigma = 1.01, 1.03$ と、 $\sigma = 1.0$ より大きくばかしたとき生成する。

図5(a)(b)(c)は、それぞれ図4(a)(b)(c)の濃淡階調を等高線で示したものであり、特異停留点近傍での凹凸の様子がわかる。なお、ここで示した等高線は、全て3次曲線から成っている。例えば、図5(a)の双曲型特異停留点の場合、 $\sigma = 1.0$ において原点を通る等高線は、 $y^2 = x^3/3(1-x)$ で表される。これは疾走線(cissoid)と呼ばれる3次曲線である。

5 あとがき

尺度空間において、画像の停留点と稜谷線に着目し、尺度の変化に伴って停留点が生成・消滅する際の、特異停留点近傍の稜谷線の形態変化を局所的に解析した。そして、特異停留点は、その近傍での稜谷線の形態変化のパターンにより、双曲型・正楕円型・逆楕円型の3種類に分類できることを示した。そのうち双曲型特異停留点では、尺度パラメータが大きくなると停留点は必ず消滅し、新たに生成することはないことを、尺度空間における双曲型特異停留点の単調性定理として明らかにした。

本研究の特異停留点における局所解析に基づいた、画像パターンの尺度空間における階層構造の大域的な解析は、今後の課題として残されている。

謝辞

本研究を進めるにあたり、日ごろ熱心なご指導を頂いている東京工業大学河原田弘教授に深く感謝いたします。また、御討論・御指導を頂いている東京工業大学高松亮助手に感謝いたします。

参考文献

- [1] A.P.Witkin : "Scale spece filtering", Proc. of 8th International Joint Conference on Artificial Intelligence, pp.1019-1022, Karlsruhe (1983)
- [2] A.L.Yuille and T.Poggio : "Scaling theorems for zero crossings", IEEE Trans. Pattern Analysis. Machine Intell., PAMI-8, pp.15-25 (Jan. 1986)
- [3] 趙南元, 飯島泰蔵 : "安定視点木法による画像の特徴抽出理論", 信学論(D), J68-D, 5, pp.1125-1132 (1984-05)
- [4] 佐藤誠, 和田俊和 : "構造線による一般化波形の階層的表現", 信学論(D), J70-D, 11, pp.2154-2159 (1987-11)
- [5] D.Marr : "Vision", W.H.Freeman and Co., New York (1982)
- [6] J.Babaud, A.P.Witkin, M.Baudin and R.O.Duda : "Uniqueness of the Gaussian Kernel for Scale-Space Filtering", IEEE Trans. Pattern Analysis. Machine Intell., PAMI-8, pp.26-33 (Jan. 1986)
- [7] H.Enomoto and T.Katayama : "Structural lines of images", Second USA-JAPAN Computer Conference, pp.470-474 (1975)