

3 次元回転場と2次元速度場 -- シミュレーションによる復元精度の検討 --

北川 英裕美 林 成起 田村 進一
大阪大学

従来のオプティカルフローの計算方法の一つである時空間微分法では、運動の前後で物体上の対応点の画像強度値は変化しないとしていた。しかし、3次元的な回転運動では光線に対する面の角度が変化するため、回転に伴って画像強度値は変化する。このため、従来の手法では3次元的な回転のあるシーンの解析ができなかった。

そこで本報告では、まず従来の画像強度関数について述べる。さらに、画像強度値は面の傾きのみに依存すると仮定し、この仮定から第2の関係式を導いた。そして、これら2つの関係式から回転に伴う画像強度値の変化分を考慮に入れたオプティカルフローの計算方法を提案する。さらに、シミュレーションによって復元精度の検討をする。

The 3D rotation field and the 2D velocity field -- examination of stability by simulation --

Ayumi Kitagawa Sungki Lim Shinichi Tamura
Osaka University

In approaches to analyze the 3D motion by the optical flow, a temporal spatial differentiation method assumes that the image intensity is not varied with the motion of object. However, in case of analyzing the 3D rotational motion, the image intensity is varied because the angle between the plane and a ray of light varied. So it is difficult to calculate the optical flow of 3D rotational motion.

In this paper, we assume that the image intensity is dependent only on the slant of plane, and derive equation from this. Then we suggest a method of calculating optical flow with these equations taking into consideration of an image intensity difference, and make an examination of stability by simulation.

Keywords: Computer vision, Optical flow, Velocity field,
Rotation field, Simulation, Image intensity

1 まえがき

動画像のシーケンスから2次元の見かけの動き場（オプティカルフロー）を求める技術は、被写体の3次元の動きパラメータや、3次元構造を抽出するコンピュータビジョンの基本処理として重要である。そのため、これまで2次元動き場を推定する手法が多く提案されている。これまで提案してきた手法では、動きがあっても前フレームと現フレームの対応する点の間の画像強度差はないことを前提としていた。しかし、被写体が3次元的な回転を含む運動をしている場合、運動の結果として2枚のフレームの対応する点での面の傾きが変化するため、画像強度差が生ずる。このため、従来の手法では3次元的な運動の解析は困難であった。

そこで本論文では、運動による画像強度値の変化分を考慮にいれた3次元運動の推定アルゴリズムを提案する。

以下第2章では、従来の動き推定アルゴリズムを紹介し、その問題点を明確にする。第3章では、面の傾きと画像強度値の関係について解析し、面の傾きを変数にもつ画像強度関数を導き、この関数を用いた新しいアルゴリズムについて述べる。第4章では3次元回転運動のあるシーンを対象にして、提案アルゴリズムを計算機でシミュレーションする。第5章で本実験のまとめと今後の課題について述べる。

2 時空間微分法の原理

2・1 3次元運動のパラメータとオプティカルフローの関係 [1]

3次元空間上の点を (X, Y, Z) とし、その点が透視投影により投影された点を (x, y) とする。

並進瞬間速度を (a, b, c) とし、軸回りの瞬間回転速度を $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ とする。

いま、この点が、方程式 $Z=-pX-qY+r$ で表せる平面上にあるとする。このとき、3次元空間上の点 (X, Y, Z) の動きに伴って、投影面上の点 (x, y) の速度であるオプテ

ィカル・フロー、

$$dx/dt=u(x, y), \quad dy/dt=v(x, y)$$

は次のようになる。

$$u(x, y)=a-(px+qy)\omega_2-y\omega_3$$

$$v(x, y)=b+(px+qy)\omega_1+x\omega_3 \quad (1)$$

この u, v が求めたいフローの値である。

しかしここでは、 $a, b, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ の5つの未知数を含むため、この式から u, v を一意に決ることはできない。 u, v を推定する方法の一つとして時空間微分法がある。

ただし、本研究で取り扱う運動では z 軸を中心とした回転、および z 軸方向の運動はないものとする。

2・2 時空間微分法

時空間微分法により2次元動き場を求めるためには画像の輝度勾配と速度の局所的な拘束関係（第一の拘束）と、2次元動き場の空間的な変動が小さいという動きの滑らかさの拘束（第2の拘束）が利用される。そして、正則化の手法を適用すると2次元的なフローが得られる。しかし、従来の動きの推定法は動きの結果によりフレーム間で対応する点の間では輝度差がないことを前提としていることに注意する必要がある。

まず、時空間微分法の原理を説明する。 $x-y$ 平面からなる1枚の画像の時間 t における点 (i, j) の画像強度を $E(i, j, t)$ と記述する。これを t で全微分する。

$$dE/dt=\partial E/\partial x \cdot dx/dt+\partial E/\partial y \cdot dy/dt+\partial E/\partial t \quad (2)$$

但し、点 (i, j, t) における画像の x 方向の輝度勾配を

$$E_x(i, j)=\partial E(i, j)/\partial x=E_1(i+1, j)-E_1(i, j)$$

とし、 y 方向の輝度勾配を

$$E_y(i, j)=\partial E(i, j)/\partial y=E_1(i, j+1)-E_1(i, j)$$

とする。また、フレーム間差分を、

$$E_t(i, j)=\partial E(i, j)/\partial t=E_2(i, j)-E_1(i, j)$$

とする。

$E_1(i, j)$ 、 $E_2(i, j)$ はそれぞれ、点 (i, j) における1枚目、2枚目のフレームの画像強度値を表す。

速度を $u = dx/dt$, $v = dy/dt$ とし、また、2枚のフレーム間で対応する点の画像強度値は変化しないという仮定より $dE/dt = 0$ とすると、(2)式は

$$E_x u + E_y v + E_t = 0 \quad (3)$$

と表せる。 E_x 、 E_y 、 E_t は画像から計算できるのでこの式は未知数 2 個の線形方程式になる。この式だけからは u , v の値を一意に求めることはできない。そこで、第 2 の拘束に対する評価関数として

$$s = u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2 \quad (4)$$

を定義する。但し

$$u_x(i, j) = \partial u(i, j) / \partial x = u(i+1, j) - u(i, j)$$

$$u_y(i, j) = \partial u(i, j) / \partial y = u(i, j+1) - u(i, j)$$

$$v_x(i, j) = \partial v(i, j) / \partial x = v(i+1, j) - v(i, j)$$

$$v_y(i, j) = \partial v(i, j) / \partial y = v(i, j+1) - v(i, j)$$

とする。

また、(3)式から第 1 の拘束に対する評価関数として

$$c = (E_x u + E_y v + E_t)^2 \quad (5)$$

を定義する。

(4), (5)ともに考慮した評価関数

$$e = \sum_{i, j} (s + \lambda c) \quad (6)$$

を最小にする $u(i, j)$ 、 $v(i, j)$ が求めるフローの値である。これはたとえば弛緩法などを用いて一意にもとめることができる。

しかし、3次元的な回転を含むシーンでは動きの結果、対応点間に画像強度差が生ずるため、(5)式の値を 0 に近づけることは適切でない。したがって(6)式をそのまま最小化しても、正しい動きのときに評価式が最小にならない。そのため、従来の手法は見直しが必要になる。

3 2次元動き場推定における回転の影響とアルゴリズムの提案

ズムの提案

3・1 3次元回転における輝度変化

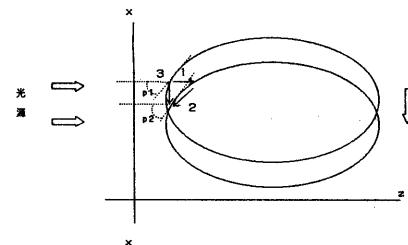
1 枚目のフレーム上の点 (i, j) における面の傾きを (p_1, q_1) 、2枚目のフレーム上での対応点 $(i+u, j+v)$ における面の傾きを (p_2, q_2) とすると、 $E_x(i, j)$ 、 $E_x(i+u, j+v)$ は

$$\begin{aligned} E_x(i, j) &= r / \sqrt{1+p_1^2+q_1^2} \\ E_x(i+u, j+v) &= r / \sqrt{1+p_2^2+q_2^2} \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで r は光の強さを表す。

並進運動、および光源の方向の軸回りの回転運動においては、運動によって光線と面の角度が変化しない。すなわち $p_1 = p_2$ 、 $q_1 = q_2$ である（図 1 参照）。したがって、

$$dE/dt = E_x(i+u, j+v) - E_x(i, j) = 0 \quad (8)$$



1 $\partial E / \partial t \cdot dt$

2 $\partial E / \partial x \cdot dx$

3 dE

図 1 回転がない場合の運動と画像強度値

しかし、運動に 3 次元的な運動が加わると、運動によって光線と面の角度が変化する。すなわち、 $p_1 \equiv p_2$ 、 $q_1 \equiv q_2$ である（図 2 参照）。したがって、

$$dE/dt = E_x(i+u, j+v) - E_x(i, j) \neq 0 \quad (9)$$

以上のことより、3次元的な回転運動によるフレーム間の輝度差は無視できない。

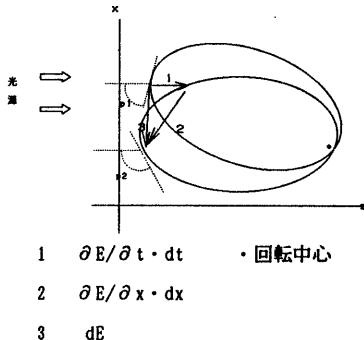


図2 回転がある場合の運動と画像強度値

3・2 物体の形状と画像強度関数

前節の(7)式より、画像強度値は面の向きのみに依存すると仮定する。そこで本節では画像強度関数を

$$E[p(x, y, t), q(x, y, t)]$$

とする。このとき、

$$dE/dt = \partial E/\partial p \cdot dp/dt + \partial E/\partial q \cdot dq/dt \quad (10)$$

である。

ここで、 $dp/dt, dq/dt$ は 2・1 で用いた 3 次元運動のパラメータを用いて表せば

$$\begin{aligned} dp/dt &= pq\omega_z - (1-p^2)\omega_z - q\omega_z \\ dq/dt &= (1-q^2)\omega_z - pq\omega_z + p\omega_z \end{aligned} \quad (11)$$

である。いま、

$$\begin{aligned} E_p(i, j) &= \partial E(i, j)/\partial p \\ E_q(i, j) &= \partial E(i, j)/\partial q \\ \zeta &= dp(i, j)/dt \\ \eta &= dq(i, j)/dt \end{aligned}$$

とすれば、

$$dE/dt = E_p \zeta + E_q \eta \quad (12)$$

である。また、

$$\begin{aligned} dp/dt &= \partial p/\partial x \cdot dx/dt + \partial p/\partial y \cdot dy/dt + \partial p/\partial t \\ dq/dt &= \partial q/\partial x \cdot dx/dt + \partial q/\partial y \cdot dy/dt + \partial q/\partial t \end{aligned}$$

$$\zeta = p_x u + p_y v + p_t$$

$$\eta = q_x u + q_y v + q_t \quad (13)$$

ただし、

$$p_x(i, j) = \partial p(i, j)/\partial x = p_1(i+1, j) - p_1(i, j)$$

$$p_y(i, j) = \partial p(i, j)/\partial y = p_1(i, j+1) - p_1(i, j)$$

$$q_x(i, j) = \partial q(i, j)/\partial x = q_1(i+1, j) - q_1(i, j)$$

$$q_y(i, j) = \partial q(i, j)/\partial y = q_1(i, j+1) - q_1(i, j)$$

$$p_t(i, j) = \partial p(i, j)/\partial t = p_2(i, j) - p_1(i, j)$$

$$q_t(i, j) = \partial q(i, j)/\partial t = q_2(i, j) - q_1(i, j)$$

$dp/dt, dq/dt$ は、対象物上の特定点の勾配変化を表す。

p_1, q_1 は画像上の特定点の勾配変化を表す。また、 p_x, p_y, q_x, q_y は物体の形状を表す値である。

3・3 3次元回転を含む画像の動き推定アルゴリズム

前節で検討した 3 次元回転の性質に基づき、動き場を推定するアルゴリズムを提案する。前章の第一の拘束条件に、回転に伴う対応点間の輝度差分を加える。しかし、 dE/dt は u および v が決まなければ決まらない。

図4 のように、時刻 t のとき x 軸から z 軸方向に角 θ をもつ平面があるとする。このとき、面の勾配を (p, q) とする。時刻 $t+dt$ には角 θ は $\theta + d\theta$ に変化するとし、このときの面の勾配を $(p+dp, q+dq)$ とする。このとき

$$\begin{aligned} \zeta &= dp/dt \\ &= dp/d\theta \cdot d\theta/dt \end{aligned} \quad (14)$$

とする。 $p = -\tan \theta$ を θ に対して微分すれば(15)を得る。

$$dp = -1/\cos^2 \theta \cdot d\theta \quad (15)$$

(14) (15) より

$$\zeta = -1/\cos^2 \theta \cdot d\theta/dt \quad (16)$$

ここで、 $dt=1$ とすれば

$$dp/dt = (p + dp) - p \quad (17)$$

$p = -\tan \theta$ 、 $p + dp = -\tan(\theta + d\theta)$ を用いれば、
 $\zeta = -\tan(\theta + d\theta) + \tan \theta \quad (18)$

$\tan(\theta + d\theta) = (\tan \theta + \tan d\theta) / (1 - \tan \theta \cdot \tan d\theta)$ 、
 $\tan \theta = -p$ を(18)に代入して
 $\zeta = \tan \theta - (\tan d\theta - p) / (1 + p \cdot \tan d\theta) \quad (19)$

同様に、

$$\eta = \tan \phi - (\tan d\phi - q) / (1 + q \cdot \tan d\phi) \quad (20)$$

ここに、 ϕ は平面とy軸との傾き角である。

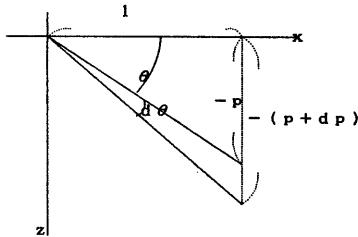


図3 p と θ の関係図

対象物が剛体である場合、物体上の各点における $d\theta$ 、 $d\phi$ は一定である。そこで、 $d\theta$ 、 $d\phi$ を一つ仮定すれば、(22)(23)よりそれに対応する ζ 、 η が求まる。さらに(15) $dE/dt = E_p \zeta + E_q \eta$ より物体上の各点における dE/dt を計算することができる。この dE/dt を回転に伴う画像強度差とする。このとき E_p 、 E_q は反射率地図から計算できる値である。

第1の拘束と第2の拘束に対する評価関数を

$$s = u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2 \quad (21)$$

$$c = (E_u u + E_v v + E_{-dE/dt})^2 \quad (22)$$

と定義する。(21)、(22)ともに考慮した評価関数

$$e = \sum_{i,j} (s + \lambda c) \quad (23)$$

を最小にする $u(i, j)$ 、 $v(i, j)$ が仮定した θ 、 ϕ に対して一意に決まる。しかし、ここまででは各 θ 、 ϕ に対

して1つずつ u 、 v が決まるためどの θ 、 ϕ が正しいのかを決定することはできない。そこで、 ζ 、 η と u 、 v には(13)式で表される関係式が成り立つことより

$$\text{Error} = \sum (\zeta - p_x u - p_y v - p_z)^2 + (\eta - q_x u - q_y v - q_z)^2 \quad (24)$$

を定義する。この評価関数Errorを最小にするような θ 、 ϕ が物体の回転角度であり、その θ 、 ϕ に対する u 、 v が求めるフローの値である。

4 シミュレーション

本提案手法の効果を確かめるため、計算機により発生した回転橢円画像についてシミュレーションを行った。計算機としては、ワークステーションBEを用いた。画像の大きさは256×256画素、輝度は8ビットで表した。このとき、対象物外の輝度値は0とした。また、光はz軸と平行であるものとする。

第1フレームとして、 $(x/10)^2 + (y/8)^2 + (z/12)^2 = 1$ の橢円球、第2フレームとして第1フレームをy軸を中心で5度回転したものを使い、弛緩法により上記評価関数を最小にするフローを求めた。

また、 p 、 q は入力画像から求め、その計算の際、境界条件として外縁線拘束を用いた[2][3]。

図4は、入力画像である橢円球の式と (a, b, c) 、 $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ を与え、(1)式より計算した正しいオプティカルフローである。図5は従来の手法で求めたオプティカルフローである。図6(a)は本手法で計算したオプティカルフロー、図6(b)は ζ 、 η の値である。従来の方法では運動による輝度差分を考慮していない(0とおいている)ため、弛緩法によって誤差項を最小化しようとするときフローの値が実際より小さくなる傾向にある。

提案手法で残った誤差は物体の境界付近に多い。これは本手法では x 、 y に関する偏微分値として、隣接点との差分を用いているが、物体外では画像強度値、 p 、 q の値とともに0としているため境界では正しい偏微分値が与えられないためであると考えられる。

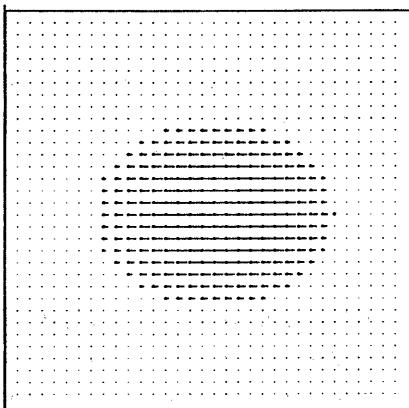


図4 正しいオプティカルフロー

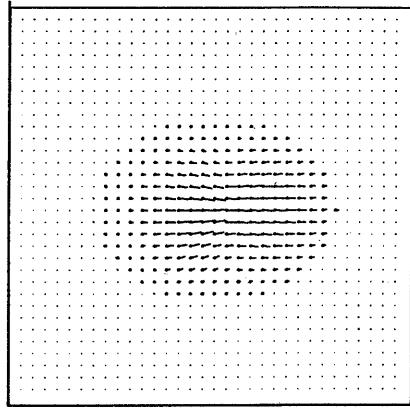
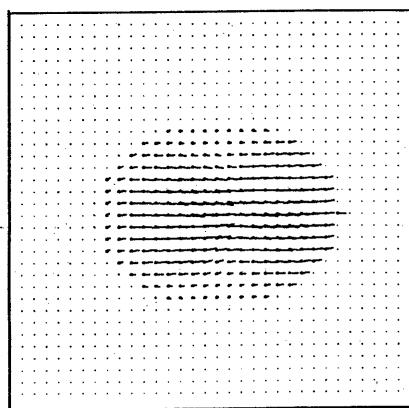
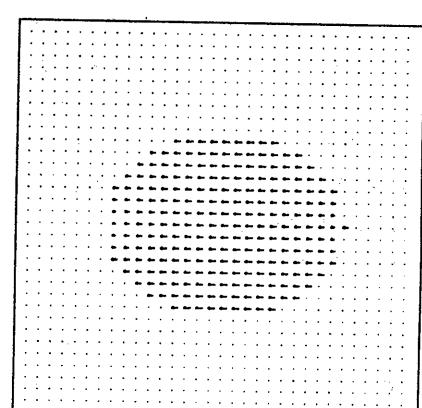


図5 従来の手法



(a) 速度場 u, v



(b) 回転場 ζ, η

図6 本手法

提案手法で残った誤差は物体の境界付近に多い。これは本手法では x , y に関する偏微分値として、隣接点との差分を用いているが、物体外では画像強度値、 p , q の値とともに 0 としているため境界で正しい偏微分値が与えられないためであると考えられる。

表1は仮定した θ 、 ϕ に対する Error の値である。 θ ϕ を 2.5 度ずつ変化させた。ただし、計算誤差の大きい物体周辺部の誤差は加えていない。正しい値 $\theta=0$ 度、 $\phi=5$ 度を仮定した場合の Error 値が最小になっていることが判る。つまり、計算機は Error 項を最小にした $\theta=0$ 度、 $\phi=5$ 度を解として選んだことになる。

表1 θ ϕ と Error 値の関係

ϕ	0	2.5	5	7.5	10
θ	93.96	82.41	36.27	41.94	250.70
-5	78.82	62.68	17.66	64.35	186.65
0	61.25	49.18	1.70	80.71	197.59
2.5	52.28	32.58	18.25	103.10	230.59
5	30.39	48.16	61.34	149.46	261.77

5まとめ

面の向きは 3 次元形状の特徴を表現するのに重要なである。

3 次元回転運動による画像強度値の変化を考慮に入れ、動き場の推定手法を提案した。これにより従来適用できなかった 3 次元回転運動に対して動き場を正確に推定できるようになった。しかし提案した手法では z 軸を中心とした回転を含む運動は取り扱っていない。

今後の課題としては、物体周辺部の動きを正確に推定する方法を検討していきたいと思う。その一つとして、変分法によらない方法の一つとして投票法を用いて θ 、 ϕ を推定する方法について検討したいと思う。

謝辞：本研究の実験に関して、御援助、御協力いただいた松下電産（株）中島昌也氏（現・松下技研（株））に深く感謝する。

[1] K. Kanatani. Detecting the Motion of a planar Surface by Line and Surface Integrals, compu. Vision Graphics and Image Proc., Vol. 29, no. 1 pp. 13-22, 1985

参考文献

[2] 江尻, 太田, 池内：マシンビジョン，昭晃堂，1991

[3] 金谷：画像理解－3次元認識の数理－，森北出版，1990

[4] 林, 田村：3次元回転場と2次元速度場，情報処理学会研究報告 Vol. 91, No. 10, 91-CV-70-7 pp. 45-52, 1991

[5] 安居, 中嶋：画像工学の基礎，昭晃堂，1990

[6] 武川：陰影のある画像の動き場の推定，「画像理解の高度化と高速化」シンポジウム講演論文集，電