

カメラキャリブレーション手法の最近の動向

出口 光一郎

東京大学工学部

東京都文京区本郷7-3-1

カメラキャリブレーションは、コンピュータビジョンにとっては基本的な技術であり、研究の歴史も古い。依然として決定的な手法が確立されていない。ここでは、最近3年間に国外で発表された関連文献をサーベイしてまとめ、その技術動向と主要な問題点について報告する。ロボットビジョンへの応用に向けたコンピュータビジョンにおけるこの問題での最近の主要な関心は、誤差の取り扱い、その誤差のもとでの、簡便かつ高速にしかも安定に解を得る計算法であり、これらを有利に進める試験対象の配置や、環境の設定である。このような観点から文献として挙げた手法を、分類、整理してみる。また、主要と思われる文献をその要点とともに載せる。

A Survey of Recent Camera Calibration Techniques

Koichiro DEGUCHI

Faculty of Engineering, University of Tokyo

Hongo, Bunkyo, Tokyo 113

This paper surveys recent technical trends of camera calibrations. Although it is an important basis for computer vision, and many literatures have been published, the standard technique has not been established yet. The main issues of discussions in recent papers are on noise and its propagation models, high-speed and stable computations, and arrangements and settings of test objects. We list up some notable recent (within 3 years) papers published abroad and give comments for them.

1 はじめに

カメラキャリブレーションとは、3次元空間のワールド座標において位置のわかった対象を画像に取り込み、その画像面上での座標を用いてワールド座標系とカメラ座標系の相対関係、すなわちカメラの位置と姿勢、さらに、カメラの光学系のパラメータを求めることである。実際には、ワールド座標とカメラ座標との相対的位置は回転行列と平行移動ベクトルで表され、これを外部パラメータ、カメラの光学系の特性である焦点距離、レンズ収差や画像中心などを内部パラメータと呼び、これらを求めることになる¹。

コンピュータビジョンにとっては基本的な技術であり、研究の歴史も古いが、依然として決定的な手法が確立されていない。

ここでは、最近3年間に海外で発表された関連文献をサーベイしてまとめ、その技術動向と主要な問題点について報告する。この間(1989後半～1992前半)に海外の関連論文誌、国際学会に発表された論文は、筆者の集め得た範囲だけでも約80にのぼる。これから未だに深刻な問題として広く関心が持たれ、研究されていることが分かる。このうちの主要と思われるもの30編を文末にその要点とともに載せる。

カメラキャリブレーションは、もともとは写真測量(Photogrammetry)における問題として幾何学的な解析が行なわれた。そこでは、いわゆるPnP(Perspective n -point)問題として、しかも、 n をなるべく少数で済ませたいという条件で定式化された。さらに、カメラとしてレンズひずみのほとんど無い光学系が用いられ、内部パラメータは事前に充分に校正しておくのが普通である。画像は写真であり、画像面上の位置分解能ははるかに高い。したがって、問題は外部パラメータを対象としたかなり純粋な幾何学的問題として扱える。

これに対して、テレビカメラによるコンピュータビジョンでは、写真測量側からはclosed-range photogrammetryと呼ばれる特殊な条件のもとでの画像を扱い、レンズひずみを考慮する必要があり、ピント合わせのため焦点距離も一定ではない。また、画像面上の分解能は写真よりはるかに低く、量子化誤差が主要な誤差の要因となる。

しかし一方で、校正のための試験点を多数、しかも自由な配置で用意できる可能性があり、校正のための環境を設定できる。また、校正用の対象は点に限る必要もない。したがって、従来のPnP問題の延長とは違ったアプローチがとれないかと模索する研究が、最近多く見られる。これは、PnP問題自身は何となくけりがついてきたこととも関連していよう。

すなわち、ロボットビジョンへの応用に向けたコンピュータビジョンにおけるこの問題での最近の主要な

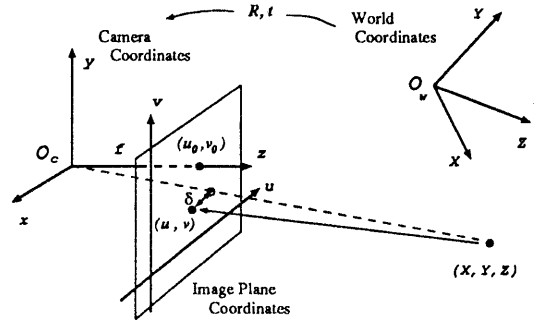


図1: カメラモデル

関心は、誤差の取り扱い、その誤差のもとでの、簡便かつ高速にしかも安定に解を得る計算法であり、これらを有利に進める試験対象の、環境の設定である。以下、このような観点から文末に文献として挙げた手法を、分類、整理してみる。

2 カメラモデル

図1に示すように、共通するカメラの結像モデルは、「透視変換(ピンホールカメラ)モデル + レンズ収差ひずみ」である。カメラ中心のワールド座標での位置を t 、回転角を行列 R で表すと、ワールド座標 $X = (X, Y, Z)^T$ で与えられる点はカメラ座標 $x = (x, y, z)^T$ では、 $x = RX + t$ となり、透視変換によって、画像面上

$$u - u_0 = f \cdot \frac{x}{z}, \quad v - v_0 = f \cdot \frac{y}{z} \quad (1)$$

に像を結ぶ。 $f, (u_0, v_0)$ は焦点距離および画像中心である。ただし、レンズひずみによって、画像座標 (u, v) はそれぞれ補正分 $\delta = (\delta u, \delta v)$ を必要とする。与えられた X, x の組みから、外部パラメータ R, t 、内部パラメータ f, u_0, v_0 や次のひずみ係数を決定する。

手法の多くは、この内のレンズひずみをどう扱うかで大きく立場を分類できる。刻々ひずみを同定するか、事前に正確にレンズひずみは同定でき、以後はその補正をした画像を扱っていくか、またはレンズひずみは他の誤差に比べて無視し得るとするかである。よいレンズをよい条件で使う限りひずみは無視し得る(他の誤差に混入し得る)という記述が多く見られる。

レンズのひずみモデルについては、Wengら[28]のモデルが一般的になって来ている。すなわち、補正分

¹カメラキャリブレーションには、このほかCCDのintensity感度の補正の問題もある[37]が、ここでは、幾何学的な校正の問題のみを扱っている。

$\delta u, \delta v$ は、

$$\begin{aligned}\delta u &= \underbrace{k_1 u(u^2 + v^2)}_{\text{radial}} \\ &\quad + \underbrace{p_1(3u^2 + v^2) + 2p_2 uv}_{\text{decentering}} + \underbrace{s_1(u^2 + v^2)}_{\text{thin prism}} \\ \delta v &= \underbrace{k_1 v(u^2 + v^2)}_{\text{radial}} \\ &\quad + \underbrace{2p_1 uv + p_2(u^2 + 3v^2)}_{\text{decentering}} + \underbrace{s_2(u^2 + v^2)}_{\text{thin prism}}\end{aligned}$$

で与えられる。ただし、ひずみを取り入れていても、このうち radial ひずみの第一項のみを考慮するモデルがほとんどである。一方、極端に焦点距離の短い広角レンズで、近くの対象を見る時のひずみの簡易な同定法も報告されている [21]。ひずみモデルに基づかない補正法も提案されている [3]。

3 対象とノイズモデル

三次元的な位置の分かっている試験対象としては、基本としては空間の点である。3点の場合については後述する。4点以上について分類すると；

平面上の4点：[1], [14], [16], [22]、平面上にない4点：[14], [15], [17], [30]、5から8点程度：[9], [20], [24], [30]、一般の多数の点：[2], [10], [11], [13], [23], [26], [28]、多数の点の特別な配置：平面上の格子点、[3], [5], [21]、平行な二平面上の点、[27]、立方体[4]、などである。

また、直線を対象とする手法が増えている [5], [19], [20], [21]。消失点を利用する解法も提案されているが [4], [5]、射影幾何学的には点と直線は双対な振舞いをし、点の透視変換に基づく式はすべて直線の homogeneous coordinates 表現に対しても成り立つので、解法としては点のものと同一である [5], [?]。ただし、これらの手法では、画像上の直線を抽出する時に多数の点を用いて行っており、それによって画像上の読みとり誤差を克服しているとしている。この意味で、 n 点を対象とする場合と n 直線を対象とする場合で、式、解法は同じであるが、内容が異なると主張されている。ただし、このような立場の手法では、直線は充分な精度で検出されているものとして以後の誤差解析を省いているものがほとんどで、もともと同じ個数の点データから出発したとしてどちらが良い精度を得るかは明らかではない。

カメラキャリブレーションにおける主要なノイズは画像の読みとり誤差である。ほとんどの誤差解析を行なっている手法では、量子化誤差に基づく程度の分散を持つガウス分布を仮定している。Uniform, outlier, mismatch ノイズを仮定した解析も行なわれている [11]。

内部パラメータについては、いくら多数の点を探っても偏りが生じるので、多数の視点を変えた画像から決定しようという試みも報告されている [18], [25]。

4 解法

解法は、画像読みとり誤差がない（充分に補正されている、補正可能である）か、誤差を前提にするかで大きく分けられる。同時に、内部パラメータは既知か未知かがもう一つの要素である。

4.1 古典的 PnP 問題

内部パラメータが既知で、誤差がない場合が、古典的な PnP 問題に対応する。3点以上あれば外部パラメータは決定でき、6点以上で線形方程式に落ちることは良く知られている。P3P問題の解法について歴史的なきさつが良く整理されて報告されている [12]。

その他の古典的な PnP 問題に対する最近の話題は、透視変換を近似した時 P3P問題はどうか [7]、方程式を満たす解の個数と対象点の個数・配置との関係 [8], [14], [29]、 n によらない統一的な解法、といった点で、実用的にはほぼ解決されていると見れる。

4.2 反復最適化による解法

一点の空間位置とその画像位置との関係を透視+ひずみモデルで記述すると、画像上の (u, v) 座標それぞれについて2個の方程式を得る。外部パラメータは、カメラの位置について3個、回転角3個の計6個、内部パラメータについては、どこまで既知かあるいは無視できるかを仮定するかで、焦点距離、画像中心、画素サイズ、ひずみ係数が加わる。したがって、未知数の個数を解消できるだけの独立な対象点を用意して、連立高次方程式を組む。

その解法における問題は、

1. ノイズが無い場合でも、一般にこの連立高次方程式は陽には解けない。

2. ノイズの存在下では、連立方程式は同時には成り立っていないので、何らかの意味で最適解を求めるが、その評価関数をどう与えるか。

の2点である。

いずれにしても反復法を用いて解を求めるが、非常によい初期値が与えられている場合以外は、すべての未知数について一度に解を得ることは難しい。

まず1.について、いくつかの未知数が方程式として分離でき、それらが陽に求まればまず決定し、続いて、それを代入した残りの未知数の方程式を反復法で解く (2step法)、という手法が古典的には採られていた [40], [43]。この手法の延長として、[10], [23], [25], [26], [28] があり、それぞれまず何を求めるかを工夫している。ノイズ下では、2つのステップ間のつながりは明らかでなく、どのような最適化が行なわれるかは不明である。この解を初期値として、最後に全パ

ラメータでの最適化をし直す手法も提案されている [28]。

つづいて、2. のノイズ下での最適化について、内部パラメータが既知の場合、先の線形方程式を最小自乗法、あるいは重み付き最小自乗法で解く [44] 手法が依然多いが、このような最小自乗法は無意味であることが示されている [24]。その結果、このような解法ではロバスト性がないことになるが、それに対して、有効なデータのみ取捨選択する手法が提案されている [11], [13]。

ノイズ下では何を規範に最適化をすべきかの問題について、主要なノイズは画像の読みとり誤差であるので、モデルに基づく値と実際の値との間では、画像面上での整合性を考えるべきである。すなわち、あるパラメータによれば試験対象からはこのような画像を得るはずであるという画像を得、これと実際の画像を対照させて、画像面上での誤差を最小化するようにパラメータの値を修正していくべきであろう。ところが、この画像上の誤差からそれを減少させるようにパラメータを修正する方法は未だ確立されていない。

その代わり、実際に行なわれているのは（結果として行なわれているのは）、今得られているパラメータに基づいて画像上の観測点を空間に逆投影し、それと空間の試験対象点との間の空間距離を最小にしようという方法である。反復の初期値が充分良いものであれば同等の結果を得ることになるが、このことをはっきり意識している手法は非常に少なく、ほとんどが天下りの空間での最小化を行なっている。結果的に、カメラキャリブレーションの決定的な手法が存在していない原因はこの点にあると考えられる。

5 評価法

誤差解析のための理論・手法がいくつかの論文で展開されている [10], [12], [18], [24], [28]。また、精度をコントロールする（必要な精度を得るまで計算を続ける）工夫も見られる [2], [13]。しかし、ほとんどの報告では、理論的な誤差解析は行なわれておらず、自らの方法で得た値と真値とを比べるに留まっている。

まして、各手法間での性能の比較は現状ではまだ明確にはできないが、その必要性を認識して、各手法を横並びに比較するための評価量の提案がいくつか見られる [17], [28]。ただ、結果の評価だけでなく、実験が共通した基盤で行なわれるようなプロトコルの整備も必要に思える [36]。

一方、最初から高速に計算できることを目指して、ある程度の近似パラメータを得ようという提案もある [7], [19], [26]。移動ロボットなどへの応用としては価値があるかも知れない。

6 おわりに

最近のカメラキャリブレーションの手法について、海外の論文をサーベイした。最初に述べたように、依然として多数の発表があるものの、効果的な手法が確立されていない。コンピュータビジョン全体にも共通することであるが、画像誤差の振舞いが十分に認識・解析されていないことが、一番の原因である。また、同様に、理念としての共通の実験法、評価法の確立も必要である。

謝辞：資料の整理に本学修士課程 笹野剛君の助力を得た。この研究は放送文化基金による助成研究の一部として行なわれた。

最近の文献

文献に附属したコメントは、

1. 入力 （何をもとに。入力データ）
2. 出力 （何を求めているか。出力パラメータ）
3. 仮定 （何を分かっているとしているか。設定、仮定）
4. 解法 （基本的にどうやって解いているか。その Key はどこか。）
5. 評価 （誤差、実用的に使えるか。改良点、問題点などの評価）
6. 先だつ研究 （どんな論文がもとになっているか。）

- [1] M.A. Abidi and T. Chandra. Pose estimation for camera calibration and landmark tracking. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1990.
 1. 平面上の 4 基準点。その、対角線を含むあらゆる組合せの 2 点間の距離と、それらの 4 点の画像面上の座標。
 2. 有効焦点距離、4 基準点のカメラ座標。それを元にして、カメラの位置、カメラの方向。
 3. ピンホールモデル（収差ひずみは既に測定済みで、画像座標は補正してあるとする）。
 4. 焦点および対象の 3 点で作られる四面体の体積と、底面の三角形の面積（既知）の関係から、焦点から各基準点までの距離を計算。
 5. 実験による評価。
 6. Fishler-Bolles による P3P 解法の拡張。
- [2] H.A. Beyer. Accurate calibration of ccd-cameras. *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition '92*, pp. 96-101, 1992.
 1. n 個 (n は充分大きな数) の 3 次元的に配置した制御点と、その画像。
 2. カメラの内部 (画像中心、焦点距離、ひずみ係数)、外部パラメータ (位置、回転角)。
 3. どの程度までひずみを勘案するかは、考慮できる。
 4. すべてのパラメータについて、透視変換の式を線形化し、精度の要求で決まる重みを付けて、画像の推定値と観測値の間の誤差の同時の最小化を行ない、これを反復する。(Bundle adjustment with self-calibration. Film based camera では、高い精度を実現してい

- る手法。) 5. 達成される要求精度は、ノイズモデルから指定できる。 6. Brown, Photogrammetric Eng. and Remote Sensing, 37(8), 1971.
- [3] D.A. Butler and P.K. Pieson. A distortion-correction scheme for industrial machine-vision applications. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 4, pp. 546-551, 1991.
1. grid 上の制御点の集合。 2. 画像の光学ひずみの補正のための、区分的・局所的にはアフィン変換、全体として連続であるような distortion function およびその inverse である correction function。 4. 面全体で連続である distortion function。 6. Gonzalez and Wints の教科書 (Bilinear function を使っている) で、連続でない)。
- [4] B. Caprile and V. Torre. Using vanishing points for camera calibration. *International Journal of Computer Vision*, Vol. 4, pp. 127-140, 1990.
1. ステレオカメラによる、(1) 立方体 (3 組の互いに直行する平行線の組) の画像対、(2) 一平面上の平行線パターン画像の対。 2. (1) よりそれぞれのカメラの焦点距離、画像中心の座標、(2) より、二つのカメラの相対位置。 4. (1) 三組の互いに直行する平行線の消失点で出来る三角形の垂心は画像中心となることから画像中心と焦点距離、(2) 同一の平行線群の消失点の画像位置の差から相対位置の回転成分、点の対応から平行移動成分を求める。 5. 線分上の多数の平行線の像から消失点を計算すると、誤差が小さくなる。実験では、相対位置の誤差 1% 以内。
- [5] S.Y. Chen and W.H. Tsai. A systematic approach to analytic determination of camera parameters by line features. *Pattern Recognition*, Vol. 23, No. 8, 1990.
1. 3次元空間での直線 (線分) とその画像。一般的には最低 6 本。 2. カメラの位置、方向 3. 焦点距離、画像中心は分かっている。収差は無視。 4. 線形方程式。さらに小数の直線で済む場合を解析している。 5. 点の座標より、直線のパラメータの方が安定に読みとれると主張している。実験では 5% の精度。 6. P3P 問題の線形解法と双対。
- [6] W. Chen and B.C. Jiang. 3-d camera calibration using vanishing point concept. *Pattern Recognition*, Vol. 24, No. 1, pp. 57-67, 1991.
1. 直交格子の描かれた平面とその画像。 2. 外部パラメータ (位置、方向)。 3. 内部パラメータは既知。 4. 水平、垂直方向の直線群を抽出、それぞれの消失点を求め、それを元にカメラの回転角を計算する。視点とそれぞれの画像直線を含む平面の交点として、カメラ位置を決定。 5. 画像上の直線をサブピクセルの精度で抽出することで精度を上げている。
- [7] D. DeMenthon and L.S. Davis. Exact and approximate solutions of the perspective-three-point problem. *IEEE Trans. on Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. 14, No. 11, pp. 1100-1105, 1992.
1. P 3 P 問題。 3 点の空間位置と画像座標。 2. カメラ位置と方向。 3. 透視変換を、paraperspective, weak perspective, orthoperspective でそれぞれ近似した時の P3P 問題の解を正確な透視変換の場合と比較している。 4. それぞれの解析解を与えた。 5. Orthoperspective が一番誤差が小さい。いずれの近似も空間を表現するパラメータの個数を減らしているため、ルックアップテーブルによる近似解を得るのに適する。
- [8] O.D. Faugras and S.J. Maybank. Motion from point matches: Multiplicity of solutions. *International Journal of Computer Vision*, Vol. 4, pp. 225-246, 1990.
1. カメラの運動前後の 2 枚の画像上の点の対応。 2. 相対的なカメラ姿勢を求める。 Motion estimation。 3. 何点の対応があれば、また、その幾何学的な配置で、何組の解が存在するかを、ほぼ完全に網羅している。 4. 透視変換における不変量をもとに解析。 6. PnP 問題。
- [9] D.B. Gennery. Camera calibration including lens distortion. *Technical Report, JPL D-8580, Jet Propulsion Laboratory*, 1991.
1. 対象点 (8 点以上) の 3 次元的位置、画像上の座標 2. 焦点座標、X、Y、Z 軸方向、光軸方向、レンズ収差 (radial distortion) の係数 3. レンズ収差の 2 次項まで仮定 4. すべてのパラメータの初期推定値から出発して、モデルに基づいた画像点と観測点との誤差により反復的にモデルを修正する。修正項は、透視モデル式の各パラメータによるヤコビアンを線形化したものに基づく。 6. Yakimovsky and Cunningham's model ('78)。
- [10] W.I. Grosky and L.A. Tamburino. A unified approach to the linear camera calibration problem. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 12, No. 7, pp. 663-671, 1990.
1. n 点の 3 次元的位置、対応する画像面上での点の座標 2. 外部パラメータ (カメラの位置、方向)、内部パラメータ (焦点距離、画像面のピクセルサイズ、画像中心、画像面座標のスキュー角)。 3. 中心投影モデル。ただし、カメラ座標と画像面座標を区別し、両者の間はアフィン変換を仮定。レンズひずみは別の手段で補正。 4. 基本的には、線形方程式で解くことを指向している。結像モデルと幾何学的な制約の式の中で、線形な未知数と高次の未知数とを分離し、まず、線形な未知数について、後者を未知数として含んだまま最小自乗法で解き、後、それぞれの結果の高次方程式を解く。このとき、どのような制約条件を課すかで、解法の簡単さを分類。また、画像の x 座標に関する方程式と、 y 座標に関する方程式を独立に扱って解いて、よい近似が簡単に得られることも示している。 5. 精度について解析的に検討はしているが、将来の課題としている。それぞれの未知パラメータの解法における依存関係が良く整理されている。 6. Ganapathy ('84), Tsai ('86)。
- [11] R.M. Haralick, H. Joo, X. Lee, C.N. Zhuang, V.G. Vaidya, and M.B. Kim. Pose estimation from corresponding point data. *IEEE Transaction on System, Man, and Cybernetics*, Vol. 19,

- No. 6, pp. 1426-1446, 1989.
1. 2D-2D, 2D 透視画像-3D, 2D 透視画像-2D 透視画像でのノイズ下での点対応。 2. 両座標系の相対姿勢 (回転, 平行移動成分)。 3. 点の位置データに 4 種類のノイズを与える。 a. Gaussian b. uniform c. outlier d. mismatch 4. 最小 2 乗法 (反復法, 線形解法) とロバスト推定 (M 推定) での、精度、ロバスト性を比較。 5. 反復重み付き最小 2 乗法によるロバスト推定の有効性を確認。
- [12] R.M. Haralick, C. Lee, K. Ottenberg, and M. Nolle. Review and analysis of solutions of the three point perspective pose estimation problem. *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition '91*, 1991.
1. 3 点の空間位置と画像。P3P 問題。 2. カメラ姿勢。 4. P3P 問題の解法をレビューし、その解法の関係を整理し、安定性を比較した。 a. Grumert 法, b. Finster Walder 法, c. Merritt 法, d. Fischler and Bolles 法, e. Linnainmaa, Harwood, and Davis 法, f. Grafarend 法。
- [13] Y. Hel-Or and M. Werman. Absolute orientation from uncertain point data: A unified approach. *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition '92*, pp. pp.77-82, 1992.
1. 3D - 3D または 2D 透視画像 - 3D の点対応と、その時のそれぞれの点の観測データに対する uncertainty を表す covariance matrix。 2D データに対しては、第 3 の次元の uncertainty が ∞ として、統一的に扱う。 2. 両座標系の相対関係 (回転と並行移動)。 4. 観測点を一点づつ増やして取り込み、精度を上げて行く。 uncertainty matrix を使って、Kalman filter を構成し反復法で最適化。
- [14] R.J. Holt and A.N. Netravali. Camera calibration problem: Some new results. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing: Image Understanding*, Vol. 54, No. 3, pp. 368-383, 1991.
1. 3 または 4 点の空間位置と画像上の座標。P3P, P4P 問題。 2. カメラの位置、方向。 4. 解の重複数とその条件を、3 つの解法、a. 非線形最小 2 乗法, b. Fischler, Bolles, and Ganapathy, c. Liu, Huang, and Faugeras にて解析。 5. 3 点および 4 点が、空間的に同一点、同一直線上にある、同一平面上にある、その像が同一点、同一直線上にある、などの場合に、いくつの重複解が有り得るかを解析、例を示している。
- [15] R. Horaud, B. Conio, O. Le Boulleux, and B. Lacolle. An analytic solution for the perspective 4-point problem. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 47, pp. 33-44, 1989.
1. 同一平面上にない 4 点の 3 次元的位置と画像上の位置。P4P 問題。 2. カメラの位置、方向 (外部パラメータ) 4. 一点で交わる 3 線分の像の問題として扱い、一般的には、解は 4 次方程式を解くことに帰着することを示す。ただし、4 点が同一平面上にある場合、上記の 3 線分が直交頂点を形成する場合、方程式は簡単になる。
- [16] D.H. Kite and M. Magee. Determining the 3d position and orientation of a robot camera using 2d monocular vision. *Pattern Recognition*, Vol. 23, No. 8, pp. 819-831, 1990.
1. 空間の平面上にある長方形のとその画像。 2. 長方形に対するカメラの相対位置、方向。 3. 角頂点の画像座標は正確に読みとれる。正確な中心投影。 4. 空間中で対角線とカメラ中心を含む平面内での初等幾何学的な関係からカメラ中心の位置を決め、この平面が 2 枚あることから、空間位置を決める。幾何学的な計算。
- [17] R. Krishnan, H.J. Sommer, and P.D. Spidaliere. Monocular pose of a rigid body using point landmarks. *Computer Vision, Graphics and Image Processing: IU*, Vol. 55, No. 3, pp. 307-316, 1992.
1. N (特に $N = 4$) 個の点とその画像。ただし、 N 点はそのすべての 2 点間の距離が与えられている。 2. カメラの位置と方向 (直接には視点から各点までの距離)。 3. 内部パラメータは既知。 4. 反復法。画像点と各点までの距離の推定値より余弦定理を用いて算出される空間の 2 点間距離を実際の値と比較して、各点までの距離を修正する計算を反復。 5. カメラキャリブレーションの統一的な評価量として、Range-Size Ratio (RSR: 計算された対象点までの平均距離と対象点間の平均距離の比)、Focal-Length to Noise Ratio (FNR: 焦点距離と画像の読みとりノイズの比) を提案。Horaud, Yuan, Abidi などの手法とパフォーマンスを比較。
- [18] R. Kumar and A.R. Hanson. Sensitivity of the pose refinement problem to accurate estimation of camera parameters. *Proc. International Conference on Computer Vision '90*, pp. 365-369, 1990.
1. カメラ内部パラメータのうち画像中心、焦点距離のキャリブレーション誤差。 2. カメラ姿勢 (回転、平行移動成分) のキャリブレーション誤差。また、その結果、三次元形状計測の誤差への伝搬。 3. 透視変換。 4. キャリブレーションのアルゴリズムによらない定性的な結果を求める。 5. 画像中心の誤差はカメラの視線方向の決定に大きく影響し、カメラ位置には影響しない。焦点距離の誤差は、カメラ位置の z 方向成分に大きく影響する。カメラを移動させながら三次元形状モデルを拡張していく場合に、その誤差は累積され結果的に大きな誤差を生む。
- [19] H.J. Lee and C.T. Deng. Camera models determination using multiple frames. *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition '91*, pp. 127-132, 1991.
1. 水平な直線、それと垂直な直線を捉えた運動するカメラによる連続する画像 2 または 3 枚。 2. カメラの位置、方向。ALV のための視覚ナビゲーション。 3. 連続 2 画像を撮る間、カメラは平行移動のみ、その間の距離、カメラの水平面からの高さは分かっているとする。 4. 1 枚目の画像より tilt angle, swing angle が分かる。 2 ~ 3 枚の画像より pan angle が分かる。これら 3 つの角度より深さが分かる。 5. 直線の画像を用いるので安定、見つけやすい。高速に計算ができる。
- [20] Y. Liu, T.S. Huang, and O.D. Faugeras. Determination of camera location from 2-d to 3-d line

- and point correspondences. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 12, No. 1, pp. 28-37, 1990.
1. 2D 透視画像-3D 間の直線の対応、または、点の対応。 2. カメラの姿勢 (位置、回転角)。
3. 焦点距離は既知。直線、点の対応関係は分かっている。 4.a. 直線 8 組以上から線形計算で回転行列を求める。 b. 直線 3 組以上から非線形計算で回転行列を求める。 c. 直線 3 組以上か対応点 2 組以上より線形計算で平行移動ベクトルを求める。 5. 線形計算では直線 8 組以上か対応点 6 組以上必要。非線形計算では直線 3 組以上か対応点 3 組以上必要。回転行列と平行移動ベクトルを別々に計算しているのが特徴。直線や対応点の数を増やすと精度は向上すると主張。
- [21] Y. Nomura, H. Naruse, M. Sagara, and A. Ide. Simple calibration algorithm for high-distortion-lens camera. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. PAMI-14, No. 11, pp. 1095-1099, Nov. 1992.
1. 平面上に描かれた多数の平行な等間隔の直線群 (テストチャート) の像。テストチャートはある点を中心に正確に 回転できる。 2. 焦点距離 f 、半径方向の収差歪み数 κ 、歪み中心、画像面の光軸回りの回転角。 3. レンズ歪みは、回転対称な半径方向の収差 (point-symmetric radial aberration) のみ。しかし、極端に f が短い、魚眼レンズなど収差の大きい場合を対象にしている。 4. 回転角、対象までの距離、焦点距離、歪み中心、歪み係数の順で、直線の画像を最小誤差でフィットさせる。途中でテストチャートを回転させ、計算を簡略にしている。 5. 極端な歪みの場合。実験例では、 $f = 4.8\text{mm}$ のレンズで、 35cm 先にある、 $60\text{cm} \times 50\text{cm}$ のチャートを見る、など。
- [22] M.A. Penna. Determining camera parameters from the perspective projection of a quadrilateral. *Pattern Recognition*, Vol. 24, No. 6, pp. 533-541, 1991.
1. 任意の形の四辺形 (形は既知) とその画像。 2. カメラの位置と方向。 3. 透視モデル。内部パラメータは既知。 4. 空間および画像上の四辺の homogeneous coordinates 間の変換行列を求め、回転角に分解。位置は画像上のサイズを元に、計算。 5. 画像上で直線の方程式を精度良く求められることを前提にして、誤差対策は無い。頂点を用いるよりは誤差が少ないことを示している。 6. Haralick (1989)。
- [23] M.A. Penna. Appendix in 'non-rigid motion analysis: Isometric motion'. *Computer Vision, Graphics and Image Processing: Image Understanding*, Vol. 56, No. 3, pp. 366-380, Nov. 1992.
1. 多数の点とその画像。PnP 問題。 2. 内部、外部パラメータ。 3. レンズ歪みモデルは、Tsai のものと同じ。 4. 解法は Tsai のものを整理して簡単にした。 6. Tsai, M. Penna; IEEE PAMI-13, pp. 1240-1245 (1991)。
- [24] J. Philip. Estimation of three-dimensional motion of rigid objects from noisy observations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 13, No. 1, pp. 61-66, 1991.
1. ノイズを含んだ画像から 8 点以上の対応点をとる。 2. カメラの相対変位、または、対象の動きの評価。 3. ガウシアンノイズを与える。対象は剛体。 4. 最小二乗法と Tsai, Huang の線形計算法。 5. Tsai-Huang の線形計算法で、ノイズ下では誤差が大きくなる理由を解明。
- [25] P. Puget and T. Skordas. An optimal solution for mobile camera calibration. *European Conference on Computer Vision'90*, pp. 187-198, 1990.
1. カメラを動かしながら得た連続の N 枚の画像。 2. 車載カメラの内部 (画像中心、焦点距離と画素サイズの比) 及び外部パラメータ (位置、方向)。 3. 透視変換。この N 枚の画像を撮る間は内部パラメータは不変。 4.a. それぞれの位置で Faugeras & Toscani の方法で 3D-2D 変換行列を求める。 b. 全ての点での変換行列から、内部パラメータを求める。内部パラメータの最適化。 c. この内部パラメータが正確なものとして、各位置での外部パラメータの最適化を行なう。 5. もとの Faugeras and Toscani の方法に比べて 5 0 倍の精度向上を得た。 6. Faugeras and Toscani (1987)。
- [26] S.W. Shih, Y.P. Hung, and W.S. Lin. An efficient and accurate camera calibration technique for 3d computer vision. *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition'92*, pp. 755-757, 1992.
1. 空間の n 点とその画像。PnP 問題。 2. 外部 (位置、方向) パラメータ、焦点距離、画像中心、レンズ収差 (radial distortion の第一項の係数)。 3. 点が、a. 非同一直線上、および、b. 同一平面上にある場合の解法。 y 方向の画素サイズのみ既知。ピンホールモデル。 4. (1) まず、収差係数 κ を分離して考慮。固有値問題の解として、最適値を求める。 (2) この収差係数 κ を用いた透視変換式より、幾何学的制約の下で反復により非線形最適化を行なって、残りのパラメータを導く。 5. すべてのパラメータに対して最適化を行なって解くよりは、若干精度は落ちる (ほとんど同等) が、まず、収差係数 κ を分離したことで、計算時間ははるかに短くなった。対象点が一平面上にある場合、式が簡潔になるが対ノイズ精度は落ちる。 6. 2 段に分けて解くアイデアは、Tsai ('87) による。
- [27] G.Q. Wei and S.D. Ma. Two plane camera calibration: A unified model. *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition'91*, pp. 133-138, pp. 133-138, 1991.
1. 2 つの平行な平面上の点とそのそれぞれの画像。Two Plane 法。 2. カメラの位置、方向。焦点距離、画像中心。レンズのひずみにも拡張可。 3. Two-Plane 法に正確な透視変換モデルを導入して従来の方法を修正。 4. すべての計算が線形計算。 6. Martin ('81). Tsai ('86)。
- [28] J. Weng, P. Cohen, and M. Herniou. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 14,

No. 10, pp. 965-980, 1992.

1. 3次元空間内の点とその画像。 2. 外部パラメータ (位置、方向) と内部パラメータ (画像中心、画素サイズ、収差パラメータ; 5つ)。 3. レンズ収差 (radial and tangential distortion) を組み入れたカメラモデル。 3次の項まで考慮。 4. 2 step-method. 収差のないカメラモデルを仮定して closed-form-solution によりカメラの全パラメータを評価。次に、カメラ収差を考慮して反復法により全パラメータの非線形最適化を行なう。Tsai 法との違いは、第2ステップでの非線形最適化の反復ですべてのパラメータを計算し直すこと。 5. 計算全体は時間がかかるが、高精度のキャリブレーションは1度行なわれれば良い性質のものだから充分時間をかけて良い。キャリブレーションの精度を評価するための新しいメジャーを導入 (Normalized stereo camera error: 誤差を画像の分解能で正規化したもの)。
- [29] W.J. Wolfe, D. Mathis, C.W. Sklair, and M. Magee. The perspective view of three points. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 13, No. 1, pp. 66-73, 1991.
1. 同一直線上にない3点とその画像。P3P問題。 2. P3P問題は一般には4つの解を持つことが知られているが、これは妥当かを検討。2つの解を持つ場合の方が一般的であることを示す。 2、3、4つの解を持つ時のそれぞれでの視点と3点の幾何学的な配置の条件を求めた。 3. 透視変換モデル。 4. 解法を示したものではない。 5. 視点と3点の幾何学的な配置は24の場合に分けられ、それらを比べて、実際に4つの解を持つことは稀であることを示した。 6. Fischler and Bolles ('81) など。
- [30] J.S.C. Yuan. A general photogrammetric method for determining object position and orientation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 5, No. 2, pp. 129-142, 1989.
1. 空間の n 点とその画像。PnP問題。 2. カメラの位置・方向。 3. 内部パラメータは全て既知。 4. 点の個数 n に依存しない解法を開発。2点ずつの空間と画像上での相対位置の対応と回転行列が正規直交であることから、回転成分をまず求める。続いて、反復法で各空間点への視線上に画像点のがるように最適当てはめを行なって、カメラ位置を決定する。 5. 点の数が5個以上あれば点の分布状態に依らない。普通は3点または4点あれば良い。
- 基本的な文献**
(上記文献でしばしば引用されているものなど。)
- [31] D.J. Bennet, D. Geiger, and J.M. Hollerbach. Autonomous robot calibration for hand-eye coordination. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 10, No. 5, pp. 550-559, 1991.
- [32] S. Ganapathy. Decomposition of transformation matrices for robot vision. *Proc. IEEE International Conference on Robotics*, pp. 130-139, 1984.
- [33] S.I. Granshaw. Bundle adjustment methods in engineering photogrammetry. *Photogrammetric Record*, Vol. 10(56), pp. 181-207, 1980.
- [34] K.D. Gremban, C.E. Thorpe, and T. Kanade. Geometric camera calibration using systems of linear equations. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, No. 2, pp. 562-567, 1988.
- [35] R.M. Haralick. Using perspective transformation in scene analysis. *Computer Graphics and Image Processing*, 13, pp. 191-221, 1980.
- [36] R.M. Haralick and L. Shapiro. *Computer and Robot Vision*, Vol. 1, Appendix C; "Experimental Protocol," pp. 666-667, 1992, Addison-Wesley.
- [37] G. Healey and R. Kondepudy. CCD camera calibration and noise estimation. *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition '92*, pp. 90-95, 1992.
- [38] B.K.P. Horn, H.M. Hilden, and S. Negahdaripour. Closed-form solution of absolute orientation using orthonormal matrices. *Journal of Optical Society of America*, Vol. A, 5, No. 7, pp. 1127-1135, 1988.
- [39] H.M. Karara and V.I. Adbel-Aziz. Accuracy aspects of non-metric imaginaries. *Photogrammetric Engineering*, Vol. XL, pp. 1107-1117, 1974.
- [40] R.K. Lenz and R.Y. Tsai. Calibrating a cartesian robot with eye-on-hand configuration independent of eye-to-hand relationship. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 11, No. 9, pp. 916-928, 1989.
- [41] H.A. Martins, J.R. Birk, and R.B. Kelley. Camera models based on data from two calibration planes. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 17, pp. 173-180, 1981.
- [42] M.E. Spetsakis and J.Y. Aloimonos. Optimal visual motion estimation: A note. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 14, No. 9, pp. 959-964, 1992.
- [43] R.Y. Tsai. An efficient and accurate camera calibration technique for 3d machine vision. *Proc. Computer Vision and Pattern Recognition '86*, pp. 364-374, 1986.
- [44] R.Y. Tsai and T.S. Huang. Uniqueness and estimation of three-dimensional motion parameters of rigid objects with curved surfaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 6, No. 1, pp. 13-27, 1984.
- [45] Y. Yakimovsky and R. Cunningham. A system for extracting three-dimensional measurement from a stereo pair of tv cameras. *Computer Graphics and Image Processing*, Vol. 7, pp. 195-210, 1978.