コンピュータビジョンと
イメージメディア　101－7
（1996．9．12）

CVCV-WG 特別報告: コンピュータビジョンにおける技術評論と将来展望 (IX)
-多重解像度解析:スケールスペースとその応用-

守田　了

山口大学工学部

宇部市常盤台 2557

morita@cs.csse.yamaguchi-u.ac.jp

スケールスペースは 波形をさまざまな尺度でとらえた波形集合に拡張し, 波形を階層的に表現するものである. 初期視覚には解像度をさまざまに変えた複数のチャネルを用いて, 高速に認識する能力があることが知られている. このような視覚の特性である多重解像度解析を線形フィルタで実現できるアプローチとして注目され, スケールスペースの理論はその領域を広げながら確立されてきている. このような階層的アプローチは柔軟な認識において重要であり, その応用も幅広く研究されている. 本稿では, スケールスペースの理論の確立と応用についてその概略を解説し, 最後にスケールスペースの将来展望について述べる.

キーワード スケールスペース, 多重解像度解析

CVCV-WG Special Report: Techinical Review and View in Computer Vision (IX)
-Multiresolusion Analysis: Scale-space and the Applications-

Satoru MORITA

Faculty of Engineering,Yamaguchi University

2557 Tokiwadai, Ube, 755, Japan

The scale-space theory, which a signal is extended to signal set with the various scales using scale-space theory and is represented hierarchically, is proposed. The visual facility has been argued using some channels with various scale in early vision. As this visual facility is realized using the linear filter, the theory attracted the attention of many researchers. The domain for the scale-space theory spread wide and wide and the base of the theory has been studied deeply. The hierarchical approach is important for the flexible recognition, and the application is studied in some fields. In this paper, the base of the theory and the applications is denoted. Finally, the view and future of the technique is denoted.

keyword: scale-space analysis, multiresolution analysis

1 はじめに

スケールスペース (scale-space) は 波形を階層的に表現するものであり, 波形をさまざまな尺度でとらえた波形集合に拡張する [6][5]. 波形集合は帯域幅が可変のガウシアンフィルタによって原波形をさまざまな段階にぼかすことによって与えられる. 帯域幅は波形を観測する際の尺度を表している. このようにして得られた波形の 2 次微分のゼロ交差, すなわち変極点がフィルタの帯域幅を変化させたときに描く曲線に着目し, それが波形の階層構造をよく表していることを示した.

これらの研究に先立ち, Marr は複数の尺度で計算された画像のゼロ交差から得られる素原始スケッチをもとに画像を認識することの重要性について述べている [4]. 初期視覚には解像度をさまざまに変えた複数のチャネルを用いて高速に認識する能力があることが知られている. スケールスペースはこれらの視覚の機構を線形フィルタで実現できるアプローチとして注目されている.

信号や輪郭から得られる 1 次元波形から階層構造を抽出し, 特徴抽出や変形構造の照合に応用された. 特にスケールが小さい時に現れなかった零交差輪郭がスケールが 大きい時に現れないという単調性が数学的に保証されていたことが階層的記述の重要な基盤であった. 画像処理の枠組から 2 次元画像への試みが行われるが, 2 次元の単調性の証明は 1 次元波形の単純な拡張にはつながらなかった. しかし, 2 次元画像におきるスケールスペースの性質が明らかにされる一方, 実際の応用の面からも研究が進みその理論はその領域を広げながら確立されてきている.

多重解像度表現はスケールスペースが提案される以前から研究されている. 複数のオペレータを用いた画像表現 [1]4 分木 [2] ピラミッド [3] が研究され, 多重解像度の重要性が述べられている. 実時間システムなどにおいては, これらのアプローチを発展させたものが研究されている. スケールスペースの応用は大量のメモリが扱えるようになり計算機が高速になるにつれて注目されつつある. 応用はエッジ抽出などの画像処理, 形状認識, 物体認識, テクスチュア解析, カラー画像解析などコンピュータビジョンのほとんどの分野に渡っている.

本稿ではスケールスペースの文献をサーベイし, 基礎理論の確立と応用の面からスケールスペース研究を解説し, その将来展望について述べる. 2 節では, スケールスペースの基礎理論について述べ, 3 節では, コンピュータビジョンへの具体的応用について述べる.

2 スケールスペース

スケールスペースは波形を階層的に表現するものであり, 波形をさまざまな尺度でとらえた波形集合に拡張する [6][5]. まず波形集合に変換するためのフィルタリングについて述べ, 次に得られた波形集合から作られるスケールスペースについて述べる.

2.1 フィルタリング

まず, 1 次元波形に対するスケールスペースフィルタリングについて述べ, 次に 2 次元画像に対するスケールスペースフィルタリングについて述べる.

2.1.1 スケールスペースフィルタリング

一般に N 次元の信号に対してスケールスペースフィルタリングは以下のように定義される. 信号 $f: R^N \to R$
$L(\cdot;0) = f$
$L(\cdot;t) = g(\cdot;t) * f$

$$L(x;t) = \int_{r \in R^n} g(a;t) f(x-a) da$$

但し, $x = (x_1, \cdots, x_N)^T$, g

$$g(x;t) = \frac{1}{(4\pi t)^{\frac{N}{2}}} e^{\frac{-x^T x}{4t}}$$

2.1.2 1 次元波形に対するスケールスペースフィルタリング

1 次元信号に対してスケールスペースフィルタリングは以下のように定義される.

$$L(x;t) = \int_{r \in R^n} g(a;t) f(x-a) da$$

$$g(x;\sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} exp\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\}$$

L は以下の拡散方程式を満足する.

$$\partial_t L = \frac{1}{2} \nabla^2 L = \frac{1}{2}(\partial_{xx}) L$$

但し, $\sigma = \sqrt{2t}$ である.

2.1.3 2 次元画像に対するスケールスペースフィルタリング

2 次元画像に対してスケールスペースフィルタリングは以下のように定義される.

$$L(x;t) = \int_{r \in R^n} g(a;t) f(x-a) da$$

$$g(x,y;\sigma)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}exp\{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\}$$

L は以下の拡散方程式を満足する.

$$\partial_t L=\frac{1}{2}\nabla^2 L=\frac{1}{2}(\partial_{xx}+\partial_{yy})L$$

一般に 2 次元画像に対するスケールスペースとしては等方性のものが扱われていて, その性質が明らかにされている [8][11][5]. 軸方向に帯域が異なる非等方性フィルターの有用性も議論されている [29][49].

2.1.4 スケールスペース

波形はさまざまな尺度で捉えられた波形集合に拡張される. 得られた波形集合からスケールの変化に伴い単調に減る特徴量を抽出し, スケール空間に記述する. ここでは, 波形集合から取り出す特徴量について述べる. Witkin は波形の 2 次微分のゼロ交差, すなわち変極点がフィルタの帯域幅を変化させたときに描く曲線に着目し, それから波形の階層構造を抽出した [6]. また L の n 次導関数は以下の拡散方程式を満足するので, n 次微分の零交差も特徴量を満足する.

$$\partial_t L_{x^n}=\nabla^2 L_{x^n}$$

Koenderin は 2 次元画像に対する様々にフィルタリングされた同じ勾配の画像から画像の構造を抽出した. 初期の 2 次元画像に対するアプローチは, ほとんどこの立場で議論されている [8][11][5]. このゼロ交差輪郭および表面が階層的分割のために重要な役割をする. しかしこのような等濃度点を連結する問題はスケールがなめらかになるにしたがって追跡する特徴に対応するグレイレベルが変化することにある. 例えば極大点がスケールにしたがって減少する拡散方程式においては極値に対する議論が必要になる. この理由で, グレイレベルよりむしろスケールにしたがって単調に減少する本質的に必要な特徴を記述する方が自然である.

そのため [26][46] では 形状分析の立場から $h_1=H(x;t)=0, h_2=G(x;t)=0$ を特徴量に選んでいる. 曲面上の一点 p で, 曲面の法線ベクトルを含む平面で切った切り口の曲率κ の値が最大または最小となる方向ベクトルを $(\zeta_1,\eta_1),(\zeta_2,\eta_2)$ とすると, それぞれ曲率は次のように定義できる.

$a)$p 点に於ける極大曲率 $\kappa_1=\lambda(\zeta_1,\eta_1)$

$b)$p 点に於ける極小曲率 $\kappa_2=\lambda(\zeta_2,\eta_2)$

$c)$p 点に於ける平均曲率 $H=\frac{\kappa_1+\kappa_2}{2}$

$d)$p 点に於けるガウシアン曲率 $K=\kappa_1\kappa_2$

そのためより一般的に $h: R^N\times R_+\rightarrow R^M$ である関数に対して

$$h(x;t)=0(x\in R^N, t\in R_+)$$

によって決定される特徴量を考える.

M=2 の場合,

$$\partial_t x=-(\partial_x^t)^{-1}\partial_t h$$

例えば, $h=(L_x,L_y)^T$ である場合は,

$$\partial_t x=\frac{-1}{2}HL^{-1}\nabla^T\nabla(\nabla L)$$

但し HL は L のヘシアン行列である.

M=1 の場合,

$$\partial_t x=-\tilde{h}_x^{-1}h^i=\frac{h_t}{\nabla h}$$

このように各特徴量を用いた場合のスケールが変化した時の移動量が算出される. 粗いスケールで抽出された輪郭を細かいスケールで追跡するために [19][43][44], この移動量から スケールスペースにおけるエッジのふるまいを求める試みが行われている [18],

2.2 スケールスペースの性質

スケールスペースの枠組における定式化が多くの研究者によってなされている. この枠組の中でスケールスペースを用いて階層構造を抽出するために必要な性質が causality とよばれている. これらは視覚情報が連続フィルターを通して並列に処理され, フィードバックを許さないという"preattentive" の仮定からおこり, 高いスケールでおこったことは低いスケールに影響を与えないという"from fine to coarse" の原則によるものである. すなわち causality は新しい表面

$$\{(x,y;t)\in R^2\times R: L(x,y;t)=L_0\}$$

がスケールスペース上にスケールを大きくするにつれて現れないことを意味する. ガウシアンが causality を満足する唯一の核関数であるという証明は Koenderink[5] によって与えられた. すべてのスケールおよび空間位置は同じように取り扱われねばならないという isotoropy と homogeneous の概念と causality を結びつけることによって, スケールスペース表現は以下の拡散方程式を満足しなければならないことが示されている.

$$\partial_t L=\nabla^2 L$$

この拡散方程式はよく知られた物理方程式で, 熱分布が $L(\cdot;0)=f$ であたえられた 一定の導伝性をもつ同質の

媒体の熱分布が時間経過に従ってどのように変化するかを表している. ガウシアン核関数は無限領域での拡散方程式のグリーン関数であるので, スケールスペースを生成する唯一の核関数である.

1 次元波形におけるスケールスペースでは階層的に表現するために好ましい性質があり, カーネルとしてガウシアンのみが唯一その性質を満足するフィルタであることが述べられている.

$$\partial_t L = \partial^2 L = (\partial_{xx}) L$$

1 次元波形のスケールスペースが満足するこの拡散方程式から以下の式が導かれる.

$$\sigma \frac{\partial x^2}{\partial^2 \sigma} = \frac{-L_{xx}}{L_\sigma} = -1 < 0$$

したがって, スケールパラメータが大きくなることによって新しい輪郭が作られることがない. すなわち, ゼロ交差輪郭が上で閉じ, けっして下で閉じることがない. このことが階層的に波形や形状を記述できる要因になっている.

画像処理の枠組では Koenderink が始めにこの議論を与え, Yuille, Hummel らが議論し, さらに形状分析の枠組では Kimia が議論し, さらに Alvarez はさらに発展させ, それぞれのスケールスペースにおける causality の証明が議論されている. これらの議論から, 上で示した拡散方程式で表されるものが causality を満足することが知られている.

しかし, 2 次元画像に対するスケールスペースでは 1 次元波形でいうところの好ましい性質が成り立たないことが dumbell model などの具体例をもとに報告されている [8][11][22][24]. すなわち, ゼロ交差表面が上で閉じ, けっして下で閉じることがないという階層的表現に必要な条件は満足しない. すなわち下で閉じることがある. 佐藤, Lindeberg は 具体例をもとに双曲型, 正楕円型, 逆楕円型に分類している [22][24]. 逆楕円型は causality を満足しない.

causality が証明されているにもかかわらず, causality が満足されない事例が 2 次以上の高次では発生する. この問題に対して, 上に閉じる曲面 (causality を満足する曲面) を組み合わせることによって, causality が満足しない曲面 (双曲型, 逆楕円型) が現れることを [46] の中で示している. 上に閉じる曲面が近接することにより, 曲面が消えてしまうことに起因することを示している. これをカタストロフ理論と結びつけて説明している. 文献 [46] の中では, 2 つの上で閉じる曲面により発生するすべての場合を求めているが, 他に 1 点で 3 曲面が接触する場合, 4 曲面が接触する場合, 直線で曲面が接触する場合などの場合もありうるため, それ以外の場合もおこりうる. この現象は 1 次元の場合にも起こりうる. これは文献 [27] の中に明らかにしている. 2 次元以上の場合に問題になって, 1 次元で問題にならない理由は, 1 次元の場合はクリティカルで一瞬しか現れないことによる. 詳しくは文献を参照されたい [27][46].

Lifshitz はこららの問題に対して, スタックにゼロ交差輪郭の履歴を保存しておくことにより, 階層構造が抽出できることを明らかにしている [20][26].

2.3 離散スケールスペースフィルタリング

スケールスペースは連続信号に対する問題を取り扱っているが, カメラから捉えられたデジタル画像を用いて計算機で処理する場合符号化, 離散化の問題が発生する. ここでは, スケールスペースの離散化による問題を取り扱っている [24].

2.4 スケールスペース解析に類する技術との関係

近年信号処理や数学の両分野でウェーブレット表現がさかんに研究されている.

$$h_{a,b}(x) = |a|^{-\frac{1}{2}} h(\frac{x-b}{a}), a, b \in R, a = 0$$

$h : R \to R$ はウエーブレットと呼ばれる.

$$\int_{\omega=-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{h}(\omega)|^2}{|\omega|} dw < \infty$$

$$(Wf)(a,b) = < f, h_{a,b} > = |a|^{-\frac{1}{2}} R \int_{x \in R} f(x) h(\frac{x-b}{a}) dx$$

によって与えられる表現 $Wf : R/\{0\} \times R \to R$ は $f : R \to R$の連続ウエーブレット変換と呼ぶ. スケールスペースは連続ウエーブレット変換における関数 h がガウシアン核関数の導関数の場合なので, スケールスペース表現は連続ウエーブレットの特別な場合と考えられている. Mallet は凸射影法を用いて正の極大と負の極小のウェーブレットから現信号が再構成できることを占めした [30][31].

3 スケールスペースの応用

実用システムではスケールスペース以外の多重スケールを用いた応用が盛んに研究されている. 一方スケール

スペースは数学的基盤が確立するにつれて，コンピュータビジョンにおける様々な問題への応用が幅広く研究されてきている．

3.1 波形照合

Witkin はスケールスペースに波形の 2 次微分の零交差からできる曲線から区間木を生成し波形の木表現を得ている．通常波形にローパスフィルターをかけると波形のおおまかな形は抽出できるが，特徴的なこまかな形状はすべて消えてしまい，もとの形状の構造を表しているようにはみえない．この区間木の区間長がもっとも長いスケールを選ぶことによってその波形の構造を残したスケール選択ができることを示している [6]．佐藤は波形集合の n 次微分の零交差線を波形の階層構造を表すものとしてその性質を述べている [13]．酒匂はスケールスペースを用いて階層構造が変化するような変形をともなう波形の照合について議論している [16]．

3.2 輪郭線形状

従来の形状認識では，ある一定のスケールで識別を行い，こまかな特徴をもとに識別すると概形は似ていても，こまかな部分が異なるために違う物体と識別されたり識別に時間を要したりする．おおまかな特徴をもとに識別すると時間はかからないが，識別できないなどの問題があった．ここでは，形状を Coarse-to-fine 戦略にしたがって効率的に識別する手法について述べている．Asada はスケール空間における曲率のゼロ交差の振舞から特徴を分類できることを明らかにした [10]．ドライバーやハンマーなどの識別が可能なことを示している．Macktarian は輪郭線形状に対して，2 次元座標に別々にフィルターをかけて得られた形状の曲率が零の極値を特徴量として形状を階層的に記述する [9]．これらはランドサットの画像に対して適用されている．この 2 つのアプローチは輪郭線形状に対して，スケールスペースを用いることによって階層構造が抽出する研究として重要である．上田は Macktarian の手法に従って，変形輪郭線形状の照合を行っている [21][16]．Codon, process-grammar などの曲率をベースにした記述子とスケールスペースとの関係が明らかにされている [25]．これは人工知能のシンボリックな表現に基づく記述と関係を導くものであり，シンボリックな記述がカメラから捉えられた形状から抽出できる点で重要である．このアプローチを輪郭線形状に対して適用している．

輪郭線形状に対する Macktarian のアプローチは 2 次元座標において座標ごと別々にフィルターをかけ，座標の変化から得られた曲率の零交差を記述するものであり，直接的に曲率の単調性を保証するものではなかった．Asada らの曲率をベースにするアプローチは収束した形状が復元できる保証がなかった．Sapiro はこれらの点を考慮してアフィン不変スケールスペースを提案している [38]．このスケールスペースでは，これらの問題を解決し曲率の単調性を保証し，かつ形状の復元を保証する．Machtarian のスケールスペースでは，フィルターをかけていくことにより形状が縮退する性質があり，フィルターのスケールを大きくすることによりサイズが変わるため，マッチングの際に問題があった．Sapiro はこれらのアプローチに対して，領域もしくは長さを保存する制約を加えることによってこの問題を解決している．

3.3 距離画像

レンジセンサから得られた距離画像から曲率をベースにする階層構造をスケールスペースを用いて抽出している [27]．ここでは形状認識の立場から 3 次元自由曲面に対するフィルタリングと表面の曲率に基づく特徴量によるスケールスペースを定義している．

3.4 物体認識

コンピュータビジョンの基本的問題の多くは，3 次元空間における物体に対する対象記述を得るものである．2 次元の物体のみえかたをもとに 3 次元の物体を認識するために，アスペクトグラフは視線の違いによる見え方 (アスペクト) をグラフに表現するものである．こららの記述では，特徴が単純だと物体の識別には使えず，特徴が細かいとアスペクトが多くなりすぎて，照合にはむかないなどの欠点があった．Eggert は多面体に対して，複数の尺度でとらえたアスペクトグラフを用いて記述するアスペクトグラフを提案した [36]．輪郭線形状に対して，複数の尺度でとらえたアスペクトグラフを用いて記述するアスペクトグラフを提案されている [27]．また距離画像に対して，複数の尺度でとらえたアスペクトグラフを用いて記述するアスペクトグラフを提案されている [46]．

3.5 再構成

スケールスペースは主に画像の認識のための記述を目的として研究がなされ，記述からの再構成についてはあまり議論されていなかった．Hummel はゼロ交差輪郭をもとにもとの信号を最構成することを試みている [17]．中村は零交差の位置にともない大きさの成分を残すこと

によって，ウェブレット解析を用いて復元可能な多重解像度表現を提案している [45].

3.6 両眼立体視

両眼を用いた左右の対応から三角測量の原理に基づいて三次元を復元する研究が行われている．横矢は 両眼立体視における左右の画像のマッチング問題を多重スケールを用いることにより解消する手法について述べている [33]. ここではスケールスペースのアプローチではないが多重スケールのアプローチ [3] が採用されている．

3.7 テクスチュアからの表面の復元

コンピュータビジョンの基本的問題の多くは世界の 3 次元に対する対象記述を得るものである．従来のアプローチでは，まず最初のステップで 2 次元画像特徴を計算し，次のステップで 3 次元形状特徴に結びつけるというものがほとんどであった．スケールスペースの枠組を用いて，画像から直接形状のてがかりを抽出する問題を考える．Lindeberg は透視投影変換に基づく表面パターンの歪みの測定からスケールを選択し表面の形状を復元する手法を提案した [37]. 正規化されたヘシアン行列のトレースの極大からスケールを選択することによってかたまりを抽出するアプローチを応用している．同様のアプローチを角の抽出やエッジ検出に用いている．

3.8 エッジ検出

エッジ検出はコンピュータビジョンの研究で最も重要なテーマの一つで，様々なオペレーションを用いてエッジ抽出することの重要性が述べられている [7]. 粗いレベルで構造を抽出し，少ないコストで抽出問題が簡単になり，細かいスケールへ追跡することによりエッジの精度が改善される．

適応的に決定された粗いレベルでエッジ抽出を行うために，スケールと領域情報を用いる エッジフォーカシングが提案されている [12]. マッチされたエッジは局所的に完全なエッジを得るために，細かいスケールへ追跡し完全なエッジを得る．Perona は方向性の異なる多重フィルタを用いて Canny のアプローチを拡張している.[29]

3.9 カラー画像解析

カラー画像は近年簡単にとりあつかえるようになったため，盛んに研究されている．Liu は スケールスペースを用いてカラー画像の分割を行っている [40]. ここでは，RGB 独立に計算されたヒストグラムにより得られる波形から得られる区間木をもとに領域をクラスタリングしている．

3.10 テクスチュア画像

テクスチュアのもつ微妙な粗さ方向性によらない安定な画像を生成するために，一次元波形に対する区間木のアプローチを画像に対する非等方性ガウスを核とするスケールスペース解析に拡張した [49]. カラーテクスチュアのもつ微妙な粗さ方向性によらない安定な画像を生成するために，一次元波形に対する区間木のアプローチをカラー画像に対する非等方性ガウスを核とするスケールスペース解析に拡張した [48]. 特に，少ないスケールの観測から非等方性ガウススケールスペースの零交差表面を構築するために，零交差表面の形態解析を行なった．特に微妙に変動したり雑音のあるカラーテクスチュア画像の認識などに有効である．

4 今後の展望

スケールスペースの理論はその領域を広げながら確立されてきている．計算量が多いため実用的アプローチとしては認知されないが，階層的アプローチは柔軟な認識において重要であり，その応用も幅広く研究されている．本稿では，スケールスペースの理論の確立と応用についてその概略を解説した．より詳細については参考文献を参照されたい．

マルチメディアやコンピュータグラフィックなどの分野においても階層的記述が重要であり実際に認識した形状のモデリングとモデリングされた形状の認識などのために形状復元可能な階層的記述が今後重要になると考えられる．またロボットの行動獲得のための解像度制御のアプローチが今後重要になると考えられる．基礎理論では非単調性による挙動の解明と応用に即した特徴量とスケールスペースの提案が期待される．

世界的にはスケールスペースに関する国際会議などが開かれ，その重要性は認知されつつある．

参考文献

[1] A. Rosenfeld, "Multiresolution Image Processing and Analysis, volume 12 of Springer Series in Information Sciences. Springer-Verlag. (1984)

[2] A. Klinger, "Pattern and search statistics", In J. S. Rustagi, editor, Optimizing Methods in Statistics, New York, 1971, Academic Press. (1971)

[3] P. J. Burt, "Fast filter transforms for image processeing.", Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 16:20-15, 1981

[4] D. Marr "Vision", W. H. Freeman, San Fransisco, (1982)

[5] J. J. Koenderink and A. J. van Doorn, "The Structure of Images ," Biological Cybernetics, vol. 50, (1984)

[6] A. Witkin "Scale-space filtering" Proc. Int. Joint Conf. Argifitial intelligence ", Karlshiruhe, West Germany, pp. 1019-1022(1983)

[7] J. Canny, "A Computational Approach to Edge Detection!," IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., vol. PAMI-8, pp.679-698, (1986)

[8] J. Babaud,A. P. Witkin,M. Baudin,and R. O. Duda , " Uniqueness of the Gausian kernel for scale space filtering " : , IEEE Trans. Pattern.Anal.& Mach.Intell.-8 , **1** , pp. 26-33 , (1986)

[9] F. Mokhtarian and A. Mackworth , " Scale-based description and recognition of planar curves and two-dimensional shapes " : , IEEE Trans. Pattern.Anal.& Mach.Intell. , **8** , pp. 34-43 , (1986)

[10] H. Asada and M. Brady, " The Curvature primal sketch," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-8, no. 1, pp. 26-33, (1986)

[11] A. L. Yuille and T. Poggio, "Scaling theorem for zero crossings", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intell., PAMI-8, pp. 15-25, (1986)

[12] F. Bergholm, "Edge focusing," IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell., vol. 9, pp. 726-741 (1987)

[13] 佐藤 誠, 和田 俊和, "構造線による一般化波形の階層表現, 信学論, D-II, Vol. J70-D-II, No.11, pp.2154-2159, (1987)

[14] A. P. Witkin, Terzopolos D. and M. Kass, "Signal matchin through scale space," Int. Journal Computer Vision, 1, 2, pp. 133-144 (1987)

[15] J. J. Clark, "Singularity Theory and Phantom Edges in Scale-space," IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., vol. PAMI-10, pp.720-727 (1988)

[16] 酒匂 裕, 依田 晴夫, 江尻 正員, "多重解像度表現を用いた変形波形の照合アルゴリズム", 信学論, Vol. J71-D-II, No.11, pp.2311-2318 (1988)

[17] R. Hummel and R. Moniot, " Reconstructions from Zero Crossings in Scale Space." IEEE ASSP, Vol. 37, no. 12, pp.2111-2130 (1989)

[18] Y. Lu, R. C. Jain, "Behavior of Edges in Scale Space," IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell., Vol. PAMI-11, No.4, pp. 337-356 (1989)

[19] Y. Lu, R. C. Jain, "Reasoning about Edges in Scale Space", IEEE Trans. Pattern Anal., Vol. PAMI-14, No.4, pp. 450-468 (1992)

[20] L. M. Lifshitz and S. M. Pizer, "A Multiresolution Hierarchical Approach to Image Segmentation based on Intensity Extrema," IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell., 12(6): pp. 529-541, (1990)

[21] 上田 修功, 鈴木 智, "多重スケールの凹凸構造を用いた変形図形のマッチングアルゴリズム, 信学論, vol. J73-D-II, no.7, pp.992-1000 (1990)

[22] 佐藤 潤一, 佐藤 誠, "尺度空間フィルタリングに基づく画像パターンの局所構造解析", 信学技報, PRU90-120, pp.71-78 (1990)

[23] E. Saund, "Symbolic Construction of a 2-D Scale-space Image," IEEE Trans. on Pattern Anal. and Machine Intell., vol. PAMI-12, No.8, pp. 817-830 (1990)

[24] T. Lindeberg, "Scale-space for Discrete Signals," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., Vol. 12, No.3, pp. 234-235, (1990)

[25] S. MORITA, T. KAWASHIMA and Y. AOKI , " Pattern Matching of 2-D Shape Using Hierarchical Descriptions " : , Systems and Computers in Japan, Vol. 22 , **No.10** , pp. 40-49 , (1991)

[26] S. MORITA, T. KAWASHIMA and Y. AOKI , " Hierarchical Shape Recognition Based on 3-D Multiresolution Analysis " : , ECCV92 , , pp. 843-851 , (1992)

[27] S. MORITA, T. KAWASHIMA and Y. AOKI , " Generating Hierarchical Aspect Graph Based on Shilouette Contours " : , MVA'92-IAPR , , pp. 149-152 , (1992)

[28] T. Lindeberg, "Scale-space Behaviour of Local Extrema and Blours," Journal of Mathematical Imaging and Vision, 1, pp. 65-99, (1992)

[29] P. Perona and J. Malik, "Steerable-scalable kernels for edge detection and junction analysis," in Proc. 2nd European Conf. on Computer Vision, pp. 3-18(1992)

[30] S. Mallet and S. Zhang, "Singularity Detection and Processing with Wavelets," IEEE inform. Theory, vol.38, no.2, pp.617-643 (1992)

[31] S. Mallet, and S. Zhang, "Characterization of Signals from Multiscale Edges," IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell., vol. PAMI-14, No.7, pp.710-732 (1992)

[32] L.Alvarez, F. Guichard, P. L. Lions, and J. M. Morel, "Axioms and fundamental equations of image processing." Arch for Rational Mechanics, 123(3), pp.199-257(1993)

[33] 横矢 直和, "多重スケールでの正則化によるステレオ画像からの不連続を保存した曲面再構成", 信学論, Vol. J76-D-II, No.8, pp.1667-1675 (1993)

[34] T. Lindeberg and J. Eklundh, "Scale-space primal sketch: construction and experiments," image and vision computing, vol.10 , no. 1 pp.3-18 (1992)

[35] L. M. J. Florack, B. M. ter Haar Romeny, J. J. Koenderink and M. A. Viergever, "Families of tuned scale-space kernels," ECCV92, pp. 19-23 (1992)

[36] D. W. Eggert, K. W. Bowyer, C. R. Dyer, H. I. Christensen and D. B. Goldgof , " The Scale Space Aspect Graph " : , IEEE trans. Pattern.Anal.& Mach.Intell.-14 , **2** , pp. 1114-1130 , (1993)

[37] T. Lindeberg and J. Garding, "Shape from texture from a multi-scale perspective", 4th ICCV, 683-691 (1993)

[38] G. Sapiro and A. Tannenbaum, "Affine invariant scale-space", IJCV, 11(1), pp. 25-44, (1993)

[39] R. Manmatha, "Measuring the Affine Transform Using Gaussian Filters," in Proc. 3rd European Conf. on Computer Vision, pp. 159-164 (1994)

[40] J. Liu and Y. Yang, "Multiresolution Color Image Segmentation", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. , vol. 16, No. 7, pp. 689-699 (1994)

[41] J. Sato and R. Cipolla, "Extracting the Affine Transformation from Testure Moments," in Proc. 3rd European Conf. on Computer Vision, pp. 165-172(1994)

[42] M. Michaelis and G. Sommer, "Junction classification by multiple orientation detection," in Proc. 3rd European Conf. on Computer Vision, pp. 101-108(1994)

[43] 本谷 秀堅, 出口 光一郎, "スケールスペース解析に基づく局所ぼけ変換を用いた輪郭線図形のマルチスケール近似", 情報処理学会論文誌, Vol.35, No.9, pp. 1722-1731 (1994)

[44] 奥田 浩人, 出口 光一朗, "ガウシアンフィルタによる濃淡エッジの振舞とエッジ抽出", 情報処理学会論文誌, Vol.36, No.10, pp.2244-2251 (1995)

[45] 中村 裕一, 吉田 努, "再構成可能な 2 次元形状の階層的表現", 信学論, Vol. J78-D-II, No.9, pp.1288-1297 (1995)

[46] S. MORITA, T. KAWASHIMA and Y. AOKI , " Generating a Hierarchical Aspect Graph Based on Multiple Range Data " : , Systems and Computer in Japan, Vol.26 , **No. 11** , pp. 63-75 , (1995)

[47] S. MORITA and M. TANAKA, "Parallel Spatial Reasoning System Based on Image Object Model," ACCV95, III, pp.181-185 (1995)

[48] S. MORITA and M. TANAKA, "Generating Stabile Structure of a Color Texture Image Using Scale-space Analysis with Non-uniform Gaussian Kernels", Proc. 3rd International Workshop in Signal / Image Processing Advances in Computational Intelligence (1996)

[49] 守田 了, 田中 稔, "アフィンスケールスペース解析による画像の構造記述", 情処研報 CV95-4, pp. 25-32 (1995)