

光源の方向を変えて得られる陰影画像列からの 対象表面の曲率特徴の抽出と領域分割

岡谷 貴之 出口 光一郎

東京大学工学部

本論文では、照明方向を変化させて得られる3枚の画像の陰影から、なめらかな物体表面のガウス曲率の符号を決定する方法について述べる。ランバート反射を仮定すると、照明の正確な方向やその強度、物体表面の反射係数の知識がなくても符号を決定できる。この理由を、面の法線ベクトル分布とガウス写像、さらに画像との間の関係を用いて述べる。提案する方法は、以前の方法では必要だったような照明の方向に対する条件を必要としない。さらに、表面の反射特性が理想的なランバート反射と異なっている場合でも、符号の決定と領域分割の精度にほとんど影響しないことを示す。

Segmentation of Surface Curvature Using Multiple Images Acquired under Different Lighting Directions

Takayuki Okatani and Koichiro Deguchi

Faculty of Engineering, University of Tokyo,
Bunkyo-ku, Tokyo, Japan

This paper describes a new method for determining the sign of Gaussian curvature at points on the object surface from three images acquired under different lighting directions. The determination can be done without knowing the directions and the strength of the light sources and also surface albedo. The basic idea is well explained through the relationship between the Gaussian image of the surface and the image brightness. The proposed method doesn't need any special condition for the light source directions which was assumed in the conventional methods. It is shown that the proposed method produces good results even in the case with non-Lambertian reflectance.

1 はじめに

物体表面での光の反射が生み出す画像の陰影（濃淡）には、物体の3次元形状に関する多くの情報が含まれている。このような画像を1枚だけ用いて、物体の3次元形状を得る問題は shape from shading と呼ばれ、よく研究されてきた[1][2]。この shape from shading では、光源や物体表面の反射特性に関する事前の知識が必要とされ、通常、物体表面の反射特性が場所によらず同じであることが要求される。これに対して、視点を固定したまま、照明方向を変化させて得られる複数枚の画像を利用する考え方がある。これは photometric stereo と呼ばれ、Woodham が導入した[3]。

この photometric stereo は、光源の方向を3通りに変化させ、その正確な位置をもとに、画像の各点での面の向きを計算するものである。この場合、shape from shading と違い、表面の反射特性に対する条件はいくぶん緩和される。正確な光源の位置から、面の向きだけではなく、面の曲率を直接計算する方法も示されている[4]。

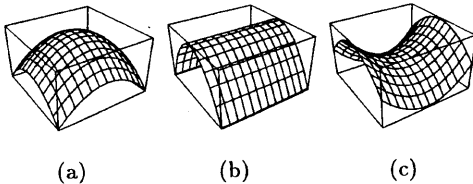


図 1. ガウス曲率の符号と形状, (a) 正 (楕円の点) (b) 0 (放物的点) (c) 負 (双曲的点)

これに対し Wolff らは、photometric stereo と同様の、照明を変化させて得られる3枚の画像から、照明方向の正確な知識なしに、画像の各点での表面のガウス曲率の符号を決定する方法を示した[5]。ガウス曲率あるいは全曲率は、曲面の形状を特徴的に表し（図1）、物体表面の向きに依存しない物体表面に固有の量である。なめらかな物体表面は、そのガウス曲率の符号によってその領域を分けることができる。ガウス曲率0の放物的点は一一般には領域を作らないから、図2のように、ガウス曲率が正であるような点だけからなる領域と、負の点だけからなる領域に物体表面を分けることができる。二つの領域の境界をなす曲線がガウス曲率0の点の集合である。

Wolff らより前に Koenderink らは、物体表面の放物的点での画像の明るさ勾配の方向が、照明の方向によらず不変であることを示している[6]。また Brake らは、ランバート反射以外の一般の場合を扱い、同様のことを示し、物体表面上の放物的点を見つける方法を提案した[7]。他に[8][9]の研究がある。



図 2. ガウス曲率の符号による曲面の領域分割

しかし Blake らの方法は、画像の明るさの勾配に基づいたものであるため、物体表面での反射特性が場所によらず一様であることが条件である。Wolff らは、2枚の画像の明るさの比と反射率分布の比に注目し、反射係数によらない方法を提案した。その方法では、光源の方向を変化させて得た3枚のうち、2枚それぞれと残りの1枚との間で比とその勾配を計算する。このとき、光源の3方向のうち、1方向（最後の1枚の画像に対応）は、視線と平行にとる必要があった。

われわれは、照明の方向にこのような条件を課さなくても、表面のガウス曲率の符号が決定でき、それに基づいて領域分割ができることを示す。画像のある点に対応する表面の点でのガウス曲率の符号は、その点の明るさと近傍の点の3枚の画像での明るさで作る 3×3 行列の行列式の符号によって計算される。この行列では、3枚の画像はまったく対等に扱われ、照明の方向は、同一平面上にないこと以外に、何も条件は課されない。また、反射係数が物体表面の上で一様でない場合でも、ガウス曲率の符号は決定できる。

このように、照明や反射特性の知識がなくても、画像の各点でのガウス曲率の符号を3枚の画像だけで決定できる理由は、物体表面のガウス画像を考えると理解しやすい。この考え方にそって物体表面の曲率と、3枚の画像の明るさとの関係を考えて、提案方法によるガウス曲率の符号決定の精度が、物体の反射特性が理想的なランバート反射と異なってもそれほど影響されないことがわかる。合成画像と実画像を用いて行った実験の

結果を論文の最後に示す。

2 準備

2.1 ランバート面と反射係数

画像の投影変換に正射影を仮定する。対象となる物体表面はなめらかであるとし、これを画像面からの奥行き $z(x, y)$ で表す。 $z(x, y)$ は2回連続微分可能とする。画像面に対する物体表面の勾配を

$$p = \partial z / \partial x, \quad q = \partial z / \partial y \quad (1)$$

と (p, q) で表せば、面の向き（法線ベクトル）は $\mathbf{n} = (p, q, -1)$ で表すことができる。

物体表面をランバート面と仮定し、相互反射がないものとする。画像での明るさ $I(x, y)$ は、面の法線ベクトル $\mathbf{n}$ と光源方向 $\mathbf{l} = (\alpha, \beta, \gamma)$ との内積で表される。

$$I(x, y) = \rho \frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} = \rho \frac{\alpha p + \beta q - \gamma}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}} \quad (2)$$

ρ は面の上での反射係数である。ベクトル $\mathbf{l}$ によって、光源の方向だけでなく、その強度を大きさ $|\mathbf{l}|$ で表すことにする。一般に、反射係数 ρ は、物体表面の上で場所ごとに变化する。その場合、反射係数は、 $\rho = \rho(x, y)$ という画像座標の関数として表わす。

もし、物体表面で場所によらず反射係数 ρ が不変である、すなわち $\rho = (\text{定数})$ と見なせるならば、ある与えられた照明 $\mathbf{l} = (\alpha, \beta, \gamma)$ の下で (2) 式は、勾配 (p, q) だけの関数 $R(p, q)$ として表せる。この関数は、反射率分布図として知られている。しかし、ここでは、反射係数 ρ の一様性は仮定しない。つまり、物体表面の上で反射係数が場所ごとに变化しているものとする。さらに $\rho(x, y)$ が、連続関数でなくてもよいこととする。

2.2 観測者中心系から見た表面曲率

関数 $z(x, y)$ の2階微分からなる次の行列

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \partial^2 z / \partial x^2 & \partial^2 z / \partial x \partial y \\ \partial^2 z / \partial y \partial x & \partial^2 z / \partial y^2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

は、表面の曲率と関係する行列である。ただし、物体表面を画像面からの奥行き $z(x, y)$ として表しているから、この行列 $\mathbf{H}$ は表面曲率の観測者中

心系で見た表現であり、物体の姿勢や視線方向に依存する。

一方、物体中心系で見た表面の曲率は、物体の姿勢や視線の方向とは無関係である。ガウス曲率または全曲率とは、このような物体中心系での（主）曲率の積であり、これを K とおくと、観測者を中心とした座標系での曲面の表現 $z(x, y)$ からは

$$K = \frac{\partial^2 z / \partial x^2 \partial^2 z / \partial y^2 - (\partial^2 z / \partial x \partial y)^2}{(p^2 + q^2 + 1)^2} \quad (4)$$

と表せる。このことから、ガウス曲率 K の符号は、奥行き $z(x, y)$ の2階微分行列 $\mathbf{H}$ の行列式 $\det \mathbf{H}$ の符号と一致することがわかる。

この関係を用いて、以下では、表面のガウス曲率の符号を画像から計算する方法について述べる。

3 照明を変化させて得た画像とガウス曲率の符号

3.1 画像の濃淡で作る行列の行列式

画像面のある点 (x, y) に対応する表面の勾配が (p, q) であったとする。画像の上で、同じ点から、 x 方向に δx だけ微小に移動したときの面の勾配の変化を $(\delta p_1, \delta q_1)$ 、 y 方向に δy だけ微小に移動したときの面の勾配の変化を $(\delta p_2, \delta q_2)$ とすると、(3) 式で定義した行列 $\mathbf{H}$ によって

$$\begin{pmatrix} \delta p_1 & \delta p_2 \\ \delta q_1 & \delta q_2 \end{pmatrix} \approx \mathbf{H} \begin{pmatrix} \delta x & 0 \\ 0 & \delta y \end{pmatrix}. \quad (5)$$

と書ける。ただちに、

$$\det \mathbf{H} \approx (\delta p_1 \delta q_2 - \delta q_1 \delta p_2) / (\delta x \delta y) \quad (6)$$

を得る。 $\delta x > 0$ 、 $\delta y > 0$ とすれば、 $\det \mathbf{H}$ の符号は、 $\delta p_1 \delta q_2 - \delta q_1 \delta p_2$ で決まる。

画像の位置 $(x + \delta x, y)$ 、 $(x, y + \delta y)$ での面の勾配をそれぞれ $(p_1, q_1) \equiv (p + \delta p_1, q + \delta q_1)$ 、 $(p_2, q_2) \equiv (p + \delta p_2, q + \delta q_2)$ とする。各位置での法線ベクトル $(p, q, -1)$ 、 $(p_1, q_1, -1)$ 、 $(p_2, q_2, -1)$ を並べてできる行列

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} p & q & -1 \\ p_1 & q_1 & -1 \\ p_2 & q_2 & -1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

を考える。行列 $\mathbf{N}$ の行列式を計算すると

$$\det \mathbf{N} = \delta p_1 \delta q_2 - \delta q_1 \delta p_2 \quad (8)$$

となり、(6) 式より、行列式 $\det \mathbf{N}$ の符号は、そのままガウス曲率の符号に対応している。

さて、照明の方向が (α, β, γ) のとき、画像の明るさは、(2) 式より

$$I(x, y) = \rho \frac{\alpha p + \beta q - \gamma}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}$$

であった。画像の点 (x, y) , $(x + \delta x, y)$, $(x, y + \delta y)$ での画像の明るさをそれぞれ I , I_1 , I_2 とし、対応する表面の点での反射係数をそれぞれ ρ , ρ_1 , ρ_2 とすると、

$$\begin{pmatrix} I \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} p & q & -1 \\ p_1 & q_1 & -1 \\ p_2 & q_2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (9)$$

となる。 $\mathbf{C}$ は次のような対角行列である。

$$\mathbf{C} \equiv \begin{pmatrix} \frac{\rho}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_1}{\sqrt{p_1^2 + q_1^2 + 1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho_2}{\sqrt{p_2^2 + q_2^2 + 1}} \end{pmatrix} \quad (10)$$

(7) 式で定義した行列 $\mathbf{N}$ を用いると、3 点での画像の明るさは

$$\begin{pmatrix} I \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \mathbf{CN} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad (11)$$

と表せる。

これより、照明をその強度も含めて方向を $(\alpha^{(i)}, \beta^{(i)}, \gamma^{(i)})$, $(i = 1, 2, 3)$ と 3 通りに変化させたときの、各点での画像の明るさを $I^{(i)}, I_1^{(i)}, I_2^{(i)}$, $(i = 1, 2, 3)$ とすると

$$\begin{pmatrix} I^{(1)} & I^{(2)} & I^{(3)} \\ I_1^{(1)} & I_1^{(2)} & I_1^{(3)} \\ I_2^{(1)} & I_2^{(2)} & I_2^{(3)} \end{pmatrix} = \mathbf{CN} \begin{pmatrix} \alpha^{(1)} & \alpha^{(2)} & \alpha^{(3)} \\ \beta^{(1)} & \beta^{(2)} & \beta^{(3)} \\ \gamma^{(1)} & \gamma^{(2)} & \gamma^{(3)} \end{pmatrix} \quad (12)$$

と書ける。左辺の行列を $\mathbf{I}$, 右辺の照明強度、方向を表す行列を $\mathbf{L}$ とするとき ($\mathbf{I} = \mathbf{CNL}$)、行列式の性質より

$$\det \mathbf{I} = \det \mathbf{C} \det \mathbf{N} \det \mathbf{L} \quad (13)$$

とできる。上で述べたように、行列 $\mathbf{N}$ の行列式 $\det \mathbf{N}$ の符号がガウス曲率の符号に対応する。行列 $\mathbf{C}$ は、成分がすべて正の対角行列であり、その

行列式は常に正であるから、残りの二つの行列式 $\det \mathbf{I}$, $\det \mathbf{L}$ の符号で、 $\det \mathbf{N}$ の符号が決まる。

行列式 $\det \mathbf{L}$ の符号は、変えた照明の方向 ($i = 1, 2, 3$) が、視線方向まわりにどちら向きに回転したかによって決まる。3 方向与えた照明方向について、これが分かれば、ガウス曲率の符号は、画像の明るさでつくる行列 $\mathbf{I}$ の行列式 $\det \mathbf{I}$ から求められる。

もし、表面をガウス曲率の符号の違いに基づいて領域分割できさえすればよいと考えるならば、 $\det \mathbf{L}$ の符号は必要ではない。画像内のすべての点について、 $\det \mathbf{L}$ の符号は同じであるから、画像の明るさで作る行列式 $\det \mathbf{I}$ の符号だけで、少なくとも領域の分割はできる。

以上、画像の点 (x, y) とその近傍の点 $(x + \delta x, y)$, $(x, y + \delta y)$ での明るさの変化で作る行列 $\mathbf{I}$ の行列式と、 (x, y) に対応する物体表面の点のガウス曲率 K の符号との関係を示した。以上の議論で、各点での反射係数 ρ , ρ_1 , ρ_2 について、何の知識も必要としないことは重要である。つまり、近傍での反射係数どうしが連続しない値であってもかまわない。また、反射係数が正であるかぎり、符号を決定する上で、その値についての知識もまったく必要でないことは上で述べた通りである。

3.2 具体的な算法 (離散化)

画素の間隔を $(\Delta x, \Delta y)$ とし、画像の座標を $(x_i, y_j) = (i\Delta x, j\Delta y)$ と離散化して考える ($i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$)。前節での $(\delta x, \delta y)$ を画素の間隔 $(\Delta x, \Delta y)$ で置き換えて、 $I_{i,j} = I(x_i, y_j)$ とする。

照明方向を、強度も含めて $(\alpha^{(k)}, \beta^{(k)}, \gamma^{(k)})$ ($k = 1, 2, 3$) と変化させたとき、各点で画像の明るさが $I_{i,j}^{(k)}$ となるとする。点 (x_i, y_j) での明るさの変化を示す行列 $\mathbf{I}_{i,j}$ は

$$\mathbf{I}_{i,j} = \begin{pmatrix} I_{i,j}^{(1)} & I_{i,j}^{(2)} & I_{i,j}^{(3)} \\ I_{i+1,j}^{(1)} & I_{i+1,j}^{(2)} & I_{i+1,j}^{(3)} \\ I_{i,j+1}^{(1)} & I_{i,j+1}^{(2)} & I_{i,j+1}^{(3)} \end{pmatrix} \quad (14)$$

と離散化される。照明を表す行列 $\mathbf{L}$ は

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \alpha^{(1)} & \alpha^{(2)} & \alpha^{(3)} \\ \beta^{(1)} & \beta^{(2)} & \beta^{(3)} \\ \gamma^{(1)} & \gamma^{(2)} & \gamma^{(3)} \end{pmatrix} \quad (15)$$

である。画像の点 (x_i, y_j) でのガウス曲率の符号は、 $\det \mathbf{I}_{i,j}$ の符号と $\det \mathbf{L}$ の符号の積を求めればよい。上でも述べたように、領域を分割するには $\det \mathbf{L}$ の符号は必要ではなく、 $\det \mathbf{I}_{i,j}$ の符号だけでよい。

3.2.1 片側差分から中心差分へ

上で導入した離散化によって、 $\mathbf{H}$ あるいは $\det \mathbf{H}$ の微分を差分で近似したことになる。上では、画素 $(i\Delta x, j\Delta y)$ での勾配を $(p_{i,j}, q_{i,j})$ と書けば、2階微分を $\partial^2 z / \partial x^2 \approx (p_{i+1,j} - p_{i,j}) / \Delta x$ と片側差分で近似している。この片側差分による微分の近似は、中心差分による近似 $\partial^2 z / \partial x^2 \approx (p_{i+1,j} - p_{i-1,j}) / (2\Delta x)$ で置き換え可能である。記述が複雑になるため、上では片側差分を用いて説明を行ったが、こちらの方が座標について対称であることから、より良い結果が得られる。

中心差分をとった場合には、画像の明るさからなる行列 $\mathbf{I}_{i,j}$ の各列 k ($k = 1, 2, 3$) を $I_{i,j}^{(k)}, I_{i+1,j}^{(k)} - I_{i-1,j}^{(k)}, I_{i,j+1}^{(k)} - I_{i,j-1}^{(k)}$ と置き換える。後で示す結果は、この中心差分を用いて計算されたものである。

3.3 2枚の画像間の明るさの比を用いた方法との比較

Wolff らは、2枚の画像間の明るさの比と反射率分布の比を用いて、3方向の照明に対する3枚の画像から、表面のガウス曲率の符号を計算する方法を提案している[5]。この節ではこの方法を簡単に紹介し、われわれの方法との比較を行う。

照明を3方向 $(\alpha^{(i)}, \beta^{(i)}, \gamma^{(i)})$ ($i = 1, 2, 3$) に変化させて得た画像を $I^{(i)}(x, y)$ ($i = 1, 2, 3$) とする。各照明に対応する反射率分布を $R^{(i)}(p, q)$ とすると

$$I^{(i)}(x, y) = R^{(i)}(p, q), \quad i = 1, 2, 3 \quad (16)$$

である。ランバート反射を仮定すると

$$R^{(i)}(p, q) = \rho \frac{\alpha^{(i)}p + \beta^{(i)}q - \gamma^{(i)}}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}$$

と書ける。

1枚目と3枚目の画像の明るさの比 $I_r^{(1)} = I^{(1)} / I^{(3)}$ と、2枚目と3枚目の比 $I_r^{(2)} = I^{(2)} / I^{(3)}$ を考える。(16)式より、 $I_r^{(1)} = R^{(1)} / R^{(3)}$ 、 $I_r^{(2)} = R^{(2)} / R^{(3)}$ の関係がある。

いま、3枚目の画像に対応する光源の方向を視線と平行、すなわち $(0, 0, \gamma)$ と選べたとする。このとき、反射率分布の比 $R^{(1)} / R^{(3)}$ と $R^{(2)} / R^{(3)}$ はそれぞれ

$$\frac{R^{(i)}}{R^{(3)}} = \frac{\alpha^{(i)}p + \beta^{(i)}q - \gamma^{(i)}}{-\gamma}, \quad i = 1, 2 \quad (17)$$

と勾配 p と q に関して線形になる。これより、それぞれの比について成り立つ関係式 $I^{(1)} / I^{(3)} = R^{(1)} / R^{(3)}$ 、 $I^{(2)} / I^{(3)} = R^{(2)} / R^{(3)}$ を x と y で微分し、連鎖規則を使うと

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial I_r^{(1)}}{\partial x} & \frac{\partial I_r^{(2)}}{\partial x} \\ \frac{\partial I_r^{(1)}}{\partial y} & \frac{\partial I_r^{(2)}}{\partial y} \end{pmatrix} = \mathbf{H} \begin{pmatrix} -\frac{\alpha^{(1)}}{\gamma} & -\frac{\alpha^{(2)}}{\gamma} \\ -\frac{\beta^{(1)}}{\gamma} & -\frac{\beta^{(2)}}{\gamma} \end{pmatrix} \quad (18)$$

となる。この関係より、画像の明るさの勾配と、残りの2つの照明方向の大体の知識から、 $\det \mathbf{H}$ の符号が決定できる。

以上が Wolff らの方法の概略である。ここでは、反射率分布の比の線形性を導くために、3枚目の画像の照明を、視線に平行にとる必要がある。これに対し、われわれの方法では、3枚の画像の扱いが対称であり、上のような照明方向に対する条件は必要ない。

4 ガウス写像を用いた解釈

以上述べてきたことは、物体表面のガウス写像を用いて考えると、より直感的に理解できる。また、理想的なランバート反射でない反射特性に対して、この方法がどの程度適用できるかを考えることができる。

4.1 面の法線ベクトル集合と3枚の画像の関係

まず、画像 ($M = m \times n$ 画素) を M 次元ベクトル $\mathbf{x}$ で表す。画素の座標とそれがベクトルに占める位置は適当でよいが、その順は利用する。ベクトル $\mathbf{x}$ と同じ順に、画素 i ($i = 1, \dots, M$) に対応する面の法線ベクトルを $\hat{\mathbf{n}}_i$ とし、反射係数を ρ_i とする。次の行列

$$\hat{\mathbf{N}} = [\rho_1 \hat{\mathbf{n}}_1, \rho_2 \hat{\mathbf{n}}_2, \dots, \rho_M \hat{\mathbf{n}}_M]^T \quad (19)$$

を考える (T は転置を表す)。

照明 $k = 1, 2, 3$ に対応する画像を x_1, x_2, x_3 とし、これを並べてできる行列を $\tilde{\mathbf{I}} = [x_1, x_2, x_3]$ とする。ランバート反射則にしたがえば、上で用いた照明方向、強度を表す行列 $\mathbf{L}$ ((15) 式) を用いて

$$\tilde{\mathbf{I}} = \tilde{\mathbf{N}}\mathbf{L} \quad (20)$$

とかける。

さて、画像面上に等間隔の格子を考え (各画素に相当する)、この格子を物体表面に逆投影する。そして、この格子のガウス写像を考える (図 3)。物体面上の格子の一つの交点のガウス像は、その点での面の法線ベクトルがガウス球上に指す位置にはかならない。行列 $\tilde{\mathbf{N}}$ は、この格子点での法線ベクトルを格納しているから、画素と行列の列要素との対応を合わせて考えれば、 $\tilde{\mathbf{N}}$ はこのガウス像の (離散的な) ひとつの表現であるといえる。

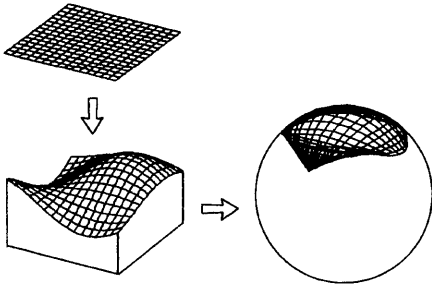


図 3. 物体表面上に与えた画像面での等間隔格子のガウス写像。

行列 $\tilde{\mathbf{I}}$ は、このガウス像の表現ともいえる行列 $\tilde{\mathbf{N}}$ に、右から 3×3 行列 $\mathbf{L}$ をかけて得られるものである。今、照明は未知であるので $\mathbf{L}$ は分からないが、行列 $\tilde{\mathbf{I}}$ の各行ベクトルは、何か適当な 3×3 行列 (仮に $\mathbf{A}$ とする) によって $\tilde{\mathbf{N}}$ の各行ベクトルを変換したものと考えられる。行列 $\tilde{\mathbf{I}}$ の各行ベクトルを $y_i (i = 1, \dots, M)$ とすれば、

$$y_i = \mathbf{A}^T(\rho_i \hat{n}_i), \quad (i = 1, \dots, M) \quad (21)$$

の関係がある。

この行列 $\tilde{\mathbf{I}}$ の各行ベクトル y_i から、再び単位球上にガウス像と同様の像を作ることができる。行列 $\tilde{\mathbf{I}}, \tilde{\mathbf{N}}$ における画素のならばが変換の前後で保存されていることは重要である。また、表面の各ベクトルの長さ (反射係数はこれに対応) は、ガ

ウス像を考える上で関係ない量であることに注意する。この $\tilde{\mathbf{I}}$ の行ベクトル集合がガウス球上に描く像、つまり、元の表面のガウス像を、行列 $\mathbf{A}$ によって変換して得られる像が、何を表しているかを考えたい。

行列 $\mathbf{A}$ による変換によって、ガウス像は変形を加えられるが、ある特徴は保存されている。それは、図 4 に示すような、画像上での点列の空間的な順序とそれに対応するガウス像上の位置の順序である。この順序の対応は、変換前後で ($\det \mathbf{A}$ の符号を除いて) 保存されているのである。これは、 3×3 行列 $\mathbf{A}$ によるベクトルの変換 $n_i \rightarrow y_i$ が線形変換であることによる。

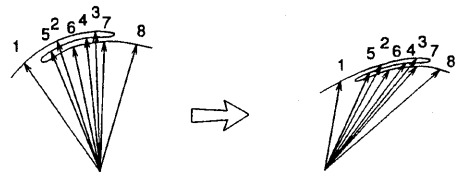


図 4. 適当な 3×3 行列による法線ベクトル集合 (ガウス像) の変換

ある曲面のガウス像の構造は、その曲面の曲率の変化の様子を表すものである。例えば、ガウス像の折り返し (fold) 点のもとの像である曲面上の点は、常に放物的点 (ガウス曲率 $K = 0$) である。折り返しを境として、ガウス像の上で $K > 0$, $K < 0$ の領域がそれぞれ分けられる [10]。行列式 $\det \mathbf{N}$ と行列式 $\det \mathbf{I}$ は、ガウス像の上のある点でのガウス曲率 K の符号 (ガウス像の向き) を求める一番簡単な方法となっている。

このようなガウス像の構造は、上で述べた理由により、法線ベクトル集合 $\tilde{\mathbf{N}}$ から画像 $\tilde{\mathbf{I}}$ への変換の前後で保存されている。したがって、3 枚の画像 $\tilde{\mathbf{I}}$ だけから、ガウス写像の構造、つまりガウス曲率の符号を知ることができるのである。

4.2 ランバート反射以外の一般の反射特性について

前節のようにガウス写像を用いて理解することで、物体表面がランバート反射と異なる反射特性をもっている、この方法を適用でき、得られる精度もあまりそれに影響されないことを示せる。こ

の節ではこれについて述べる。

問題となるのは、画像のある点に対応する法線ベクトル $\mathbf{n}$ から、3 枚の画像での同じ点の明るさからなるベクトル $\mathbf{y}$ への、変換の性質である。ランバート反射の場合、上で見たように、この変換は 3×3 行列 $\mathbf{A}$ による線形変換 ((21) 式) となり、その変換のヤコビアン ($= \mathbf{A}$) が定数となるため、変換前の法線方向 $\mathbf{n}$ にらずガウス像の特徴が保存されたのであった。

この変換を $\mathbf{T}(\mathbf{y} = \mathbf{T}(\mathbf{n}))$ とする。変換 $\mathbf{T}$ は反射特性によって決まる。ランバート反射では線形変換だったこの変換は、一般の反射特性の場合には、非線型の複雑な関数となる。変換のヤコビアン $\partial \mathbf{T} / \partial \mathbf{n}$ は、 $\mathbf{n}$ に依存し、定数とならない。しかし、ヤコビアンが $\mathbf{n}$ に依存しても、その行列式 $\det(\partial \mathbf{T} / \partial \mathbf{n})$ の符号が $\mathbf{n}$ によらなければ、やはりガウス像の特徴は変換前後で保存されるはずである。画像の明るさが視線方向によらない拡散反射の場合には、画像の明るさが、光源方向と面の向きのなす角の単調な関数として書けるから、このような性質が成り立つことが期待できる。

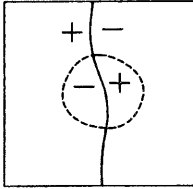


図 5. 鏡面反射の現れる点付近での計算結果の例 (実線が正しい境界、破線が鏡面反射の影響で現れる偽の境界)

鏡面反射成分を含む反射特性では、このような性質はすべての $\mathbf{n}$ に対しては成立しないと思われる。しかし、一般には、鏡面反射の成分の強い反射特性でも、大部分は拡散反射の成分で占められている。したがって画像の大部分では符号の決定が可能である。しかも、鏡面反射の現れる点のまわりでも、ヤコビアン $\partial \mathbf{T} / \partial \mathbf{n}$ が正則であるような領域では、符号が反転するものの拡散反射の場合とまったく同じ位置に境界線が現れるはずである (図 5)。これは変換の性質; $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_2$ ならば $\mathbf{T}(\mathbf{n}_1) = \mathbf{T}(\mathbf{n}_2)$ による。このことから、領域分割の精度、すなわち境界の位置を検出する精度は、

反射特性によらず極めて高いものであると言える。

5 実験結果

これまでに述べた方法を、合成画像に適用し、ガウス曲率の符号を計算した。図 6 に示した形状から、画素それぞれに対応する点にランダムな反射係数を与え、ランバート反射を仮定して合成した画像 (64×64 画素) が図 7 である。3 枚の画像は、それぞれ適当に決めた 3 方向の照明に対応し、照明は方向だけでなく強度も変わっている。この 3 枚の画像をもとに、各点でのガウス曲率の符号を (14) 式にしたがって計算し、領域分割した結果が図 8(a) である。図 8(b) は図 6 の形状から直接ガウス曲率の符号を求めたもので、両者はほとんど同じである。

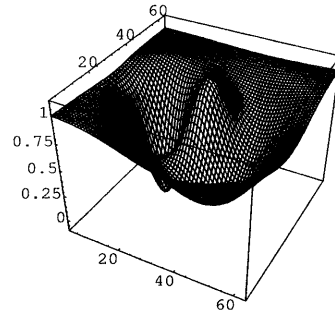


図 6. 形状

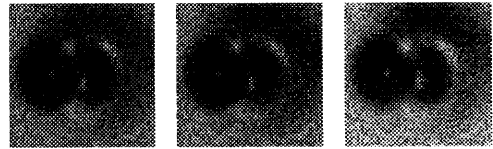


図 7. 合成された 3 枚の画像

次に、実画像についても同様の実験を行った。実験には、石膏の半面像を用いた。図 9 の 2 つの画像のうち、上の画像 (640×480 画素) が計算に用いた 3 枚の実画像のうちの 1 枚である。画像の撮影には一般的な CCD カメラを用いた。濃淡値の量子化誤差やその他の誤差を低減するために、 5×5 画素の大きさの平滑化フィルタを用いて計算前に画像を平滑化した。図 9 の下の画像が、ガウス

曲率の符号の計算結果である。計算は画像の中央部を取り出して行っている。結果を見ると、石膏像の鼻の頭や頬、顎など、楕円の点の集まった領域でその通りの結果が出ている。目の下や額の溝、唇の間など、双曲的点もうまく抽出できた。顔以外の部分で、一様なノイズのようにになっている領域は、背景の板であり、これはまったく平面状なので放物的点である。結果は、(14)式の符号をそのまま表示したものなので、本来ガウス曲率 $K = 0$ に対応するこれらの領域では、わずかのゆらぎによりこのような表示になった。

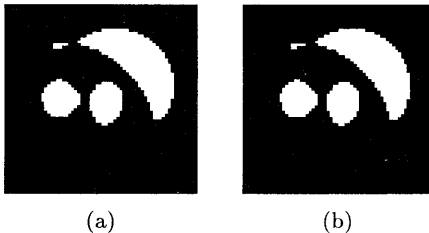


図 8. 計算結果 ((a) が結果, (b) は形状から求めた本来の分割結果。白い部分がガウス曲率正に対応)

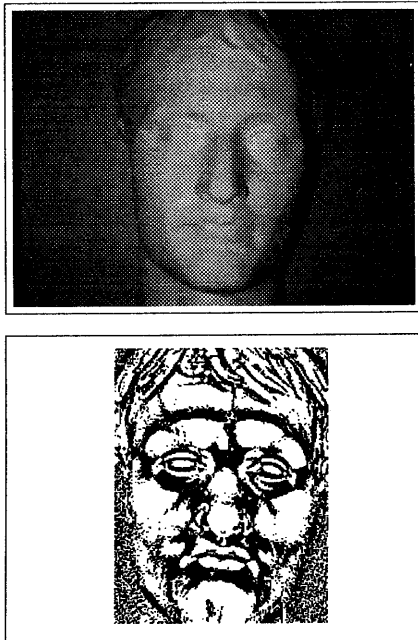


図 9. 実画像を用いた計算結果 (上は計算に用いた 3 枚のうちの 1 枚)。

6 まとめ

照明の方向を 3 通りに変化させて得られる 3 枚の画像から、そのガウス曲率の符号を計算できることと、その方法を示した。提案した方法は、3 つの照明に対応する画像の濃淡値で作る行列の行列式の符号を計算するもので、3 つの照明とその画像に対する取扱いがまったく対称であることが特長である。符号の決定には、照明の方向や強度、さらに反射特性に関する知識が不要である。このようなことが可能な理由を、物体表面のガウス画像と 3 枚の画像の明るさの関係から示した。この議論から、提案方法は、ランバート反射に限定せず、より一般の反射特性に対しても適用できることを示した。

参考文献

- [1] B. K. P. Horn and M. J. Brooks. *Shape from shading*. MIT Press, Cambridge, MA, 1989.
- [2] R. Kimmel and A. M. Bruckstein. Shape from shading: Level set propagation and viscosity solutions. *Int. J. of Comput. Vision*, Vol. 16, pp. 107–133, 1995.
- [3] R. J. Woodham. Photometric method for determining surface orientation from multiple images. *Optical Engineering*, Vol. 19, No. 1, pp. 139–144, 1980.
- [4] R. J. Woodham. Determining surface curvature with photometric stereo. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 36–42, 1989.
- [5] L. B. Wolff. Segmentation of surface curvature using a photometric invariant. In *Proceedings of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 23–30, 1994.
- [6] J. J. Koenderink and A. J. vanDoorn. Photometric invariants related to solid shape. *Optica Acta*, Vol. 27, No. 7, pp. 981–996, 1980.
- [7] A. Blake, A. Zisserman, and G. Knowles. Surface descriptions from stereo and shading. *Image and Vision Computing*, Vol. 3, No. 4, pp. 183–191, 1985.
- [8] A. L. Yuille. Zero crossing on lines of curvature. *CVGIP*, Vol. 45, pp. 68–87, 1989.
- [9] L. B. Wolff. A photometric invariant and shape constraints at parabolic points. In *Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision*, pp. 344–349, 1990.
- [10] J. J. Koenderink. *Solid Shape*. MIT Press, Cambridge, MA, 1988.