

## 形状記述のための 3D process-grammar

守田 了

山口大学工学部

宇部市常盤台 2557

morita@kde.yamaguchi-u.ac.jp

近年医用画像解析, 製品の設計や CG のモデリングなどの分野で 3 次元非剛体の形状データを扱う機会が増えている。非剛体の形状を扱うためには, 形状の変形に対応できる柔軟な 3 次元形状の記述が必要になる。2 次元の輪郭を変形過程に基づき記述する process-grammar が提案されている。本稿ではこの process-grammar を拡張し, 3 次元形状の表面を変形過程にもとづき記述する 3D process-grammar を提案する。この 3D process-grammar の性質を process-grammar の性質に基づき明らかにする。また多重解像度解析と 3D process-grammar の関係を明らかにし, 3 次元の表面データから自動的に 3D process-grammar を計算する手法を提案する。

キーワード 形状記述, Process-grammar, 多重解像度解析

## 3D process-grammar for the shape description.

Satoru MORITA

Faculty of Engineering, Yamaguchi University

2557 Tokiwadai, Ube, 755, Japan

Recently, the opportunity to treat the non-rigid object increases in the field of medical analysis, product design and CG modeling. the 3 dimensional flexible shape description was needed to treat the non-rigid object. Process-grammar which describes the deformation process of the 2 dimensional contour is proposed. In this paper, we extend the process-grammar to the 3-D process grammar which describe the 3 dimensional surface using the deformation process. We lead the properties of the 3-D process grammar using the properties of process-grammar. And we find the relation between 3-D process-grammar and multi-resolution analysis and we propose the method which gets 3-D process grammar from 3 dimensional surface data.

keyword: Shape description, Process-grammar, Multiresolution Analysis

## 1 はじめに

近年医用画像解析, 製品の設計やCGのモデリングなどの分野で3次元の非剛体形状データを扱う機会が増えている。特に心臓などの非剛体の物体の動きの解析やなめらかな形状のモデリングを行うために, 形状の変形に対応できる柔軟な3次元形状の記述が必要になっている。

3次元形状を記述する手法は, 超二次関数による方法[1], ガウス曲率と平均曲率による方法[2][3], 一般化円筒による方法[4], 球調和関数による方法[4]などが提案されている。しかしこれらの記述は形状の変形を直接表しているとは言えない。

2次元の輪郭を変形過程に基づき記述する process-grammar が提案されている [5]。この process-grammar を用いて時系列画像中の輪郭のマッチングを行う手法 [6] や3次元形状のシルエット輪郭のみえかた [7] を記述する手法が提案されている。本稿ではこの process-grammar を拡張し, 3次元形状の表面を変形過程にもとづき記述する 3D process-grammar を提案する。process-grammar の性質を用いて 3D process-grammar の性質を導出する。

process-grammar とスケールスペースなどの多重解像度解析の関係が明らかにされている [6][7]。本稿では 3D process-grammar と多重解像度解析の関係を明らかにし, 3次元形状の表面データから 3D process-grammar を求める手法を提案する。

2. では 3D process-grammar を定義し, 3. では 3D process-grammar の性質について述べ, 4. では 3次元形状と 3D process-grammar の関係を述べる。5. では表面データから 3D process-grammar を生成する手法について述べる。

## 2 3D process-grammar

一般に 2次元の輪郭図形に適用される process-grammar を 3次元形状の表面に適用される process-grammar に拡張する。process-grammar の基本要素は  $M+, m-, M-, m+$  の四つである。 $M+, m-, M-, m+$  はそれぞれ曲率が正である極大曲率, 曲率が負である極小曲率, 曲率が負である極大曲率, 曲率が正である極小曲率である。 $M$  は極大,  $m$  は極小,  $+$  は曲率の正負を表している。図1は process-grammar の基本要素である。

レンジセンサにより得られた距離画像を, ガウス曲率と平均曲率を用いて分類する手法が提案されている。極大曲率方向と極小曲率方向を計算し, 極大方向の曲率と極小方向の曲率からガウス曲率と平均曲率を計算する。

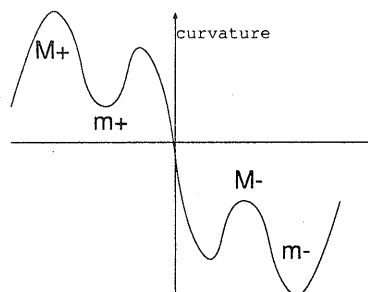


図 1: process-grammar の要素

本稿ではこれら輪郭図形に適用される process-grammar とガウス曲率と平均曲率を用いて, 3次元形状に適用される process-grammar を提案する。本稿ではこの3次元の process-grammar を 3D process-grammar と呼ぶ。本稿で一般に process-grammar と呼ぶ場合は, 従来提案されている 2次元の輪郭図形に適用される process-grammar を指す。

3D process-grammar の基本要素は極大曲率方向と極小曲率方向の両方向において極大曲率または極小曲率である。3D process-grammar の基本要素を極大曲率方向と極小曲率方向における極大曲率, 極小曲率と曲率の正負により分類する。すなわち 3D process-grammar の基本要素が存在する位置において, 極大曲率方向と極小曲率方向に曲率の変化を観測した場合, 両方向とも process-grammar の基本要素  $M+, M-, m+, m-$  のいずれかを持っている。

3D process-grammar の基本要素は process-grammar の基本要素の組合せであるので, 3D process-grammar の基本要素は 16 存在する。3D process-grammar の基本要素は極大曲率方向の process-grammar の次に極小曲率方向の process-grammar を並べることにより記述される。両者が  $M+, M+$  であれば  $MM+$ ,  $m+, m+$  であれば  $mm+$ ,  $m-, m-$  であれば  $mm-$ ,  $M-, M-$  であれば  $MM-$  と表す。16 個の基本要素のうち  $Mm+, mM+, Mm-, mM-, M+M-, M+m-, m+M-, m+m-$  はおこりうるが,  $M-M+, M-m+, m-M+, m-m+$  はおこりえない。そのため 3D process-grammar の基本要素は 12 存在する。

極線は極大曲率方向と極小曲率方向においてどちらかが極大曲率か極小曲率を持ち, 極大曲率, 極小曲率における曲率の正負により極線は分類される。

極線が極大曲率方向において process-

grammar の基本要素  $M+, M-, m+, m-$  を持つ場合,  $LM+, LM-, Lm+, Lm-$  と表し, 極小曲率方向において process-grammar の基本要素  $M+, M-, m+, m-$  を持つ場合,  $SM+, SM-, Sm+, Sm-$  と表す. このようにして極線は八つに分類される. 本稿では極大方向および極小方向における極線をそれぞれ極大線, 極小線と呼ぶ.

ガウス曲率の正負と平均曲率の正負により 3 次元形状の表面を分類する. 極大曲率方向と極小曲率方向の曲率を用いて平均曲率  $H$  とガウス曲率  $K$  を計算する. さらに極大曲率方向と極小曲率方向において曲率の 1 次微分の平均曲率  $H1$  とガウス曲率  $K1$  を計算し, 場合分けする. さらに極大曲率方向と極小曲率方向において曲率の 2 次微分の平均曲率  $H2$  とガウス曲率  $K2$  を計算し, 場合分けする.  $H, K, H1, K1, H2, K2$  の正負から領域を分類する.

12 種類の 3D process-grammar の基本要素と  $H, K, H1, K1, H2, K2$  の関係を述べる.

$H1 = 0, K1 = 0$  の点において, 3D process-grammar の基本要素が存在する.  $MM+, mm+, Mm+, mM+$  は  $H > 0, K > 0, MM-, mm-, Mm-, mM-$  は  $H < 0, K > 0$  である.  $M+m-, m+M-, M+M-, m+m-$  において  $K < 0$  になり,  $H$  の正負は特定できない.  $MM+, MM-, M+M-$  は  $H2 > 0, K2 > 0, mm+, mm-, m+m-$  は  $H2 < 0, K2 > 0$  である.  $Mm+, mM-, Mm-, mM-, M+m-, m+M-$  は  $H2, K2$  の正負は特定できない.

$K1 = 0$  の時 3D process-grammar の極線が存在する. 極大曲率方向において  $M-, m-$  であれば  $H < 0, K > 0$  である. 極小曲率方向において  $M+, m+$  であれば  $H > 0, K > 0$  である. 極大曲率方向において  $M+, m+$  であれば  $H, K$  の正負は特定できない. 極大曲率方向において  $M-, m-$  であれば  $H, K$  の正負は特定できない. いずれの場合も  $H2, K2$  の正負は特定できない.

## 2.1 3D process-grammar の基本要素の隣接関係

$H, K$  の正負による形状の隣接関係,  $H1, K1$  の正負による形状の隣接関係,  $H2, K2$  の正負による形状の隣接関係をそれぞれ図 2(A)(B)(C) に示す.  $H, K, H1, K1, H2, K2$  の 6 次元を用いることにより,  $H, K, H1, K1, H2, K2$  の正負による表面形状の隣接関係は表せる.

次に process-grammar の基本要素を輪郭図形に適用した場合の process-grammar の基本要素の隣接関係に

| (A)                |                    |                    | (B)                                    |                       |                       |
|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\kappa 1 < 0$     | $\kappa 1 = 0$     | $\kappa 1 > 0$     | $\kappa \alpha 1 < 0$                  | $\kappa \alpha 1 = 0$ | $\kappa \alpha 1 > 0$ |
| $K < 0$<br>$H < 0$ | $K = 0$<br>$H > 0$ | $K > 0$<br>$H > 0$ | $\kappa 2 > 0$<br>$K1 < 0H1 > 0$       | $K1 = 0$<br>$H1 > 0$  | $K1 > 0$<br>$H1 > 0$  |
| $K = 0H < 0$       | $K = 0$<br>$H = 0$ | $K = 0$<br>$H > 0$ | $\kappa 2 = 0$<br>$K1 = 0H1 < 0$       | $K1 = 0$<br>$H1 = 0$  | $K1 = 0H1 > 0$        |
| $K > 0$<br>$H < 0$ | $K = 0$<br>$H < 0$ | $K < 0$<br>$H > 0$ | $\kappa 2 < 0$<br>$K1 > 0$<br>$H1 < 0$ | $K1 = 0$<br>$H1 < 0$  | $K1 < 0H1 > 0$        |
|                    |                    |                    |                                        |                       | $\kappa \alpha 2 > 0$ |
|                    |                    |                    |                                        |                       | $\kappa \alpha 2 = 0$ |
|                    |                    |                    |                                        |                       | $\kappa \alpha 2 < 0$ |

| (C)                              |                      |                      |
|----------------------------------|----------------------|----------------------|
| $\kappa \beta 1 < 0$             | $\kappa \beta 1 = 0$ | $\kappa \beta 1 > 0$ |
| $\kappa 2 < 0H2 > 0$<br>$H2 < 0$ | $K2 = 0$<br>$H2 > 0$ | $K2 > 0$<br>$H2 > 0$ |
| $K2 = 0H12 < 0$<br>$H2 = 0$      | $K2 = 0$<br>$H2 = 0$ | $K2 = 0H2 > 0$       |
| $K2 > 0$<br>$H2 < 0$             | $K2 = 0$<br>$H2 < 0$ | $K2 < 0H2 > 0$       |
|                                  |                      | $\kappa \beta 2 > 0$ |
|                                  |                      | $\kappa \beta 2 = 0$ |
|                                  |                      | $\kappa \beta 2 < 0$ |

図 2: (A) $K, H$  の正負による隣接関係 (B) $K1, H1$  の正負による隣接関係 (C) $K2, H2$  の正負による隣接関係

について述べる. 極大点と極小点を持つ process-grammar の要素が隣接する. すなわち  $M+, m+, M+, m+$  のように  $M$  と  $m$  が必ず隣接する.

次に 3 次元形状の表面に適用した場合の 3D process-grammar の基本要素の隣接関係について述べる. 曲率の極大方向において曲率の極大点, もしくは極小点である 3D process-grammar の基本要素を持つ場合, 極大方向に隣接する点を観測すると, 隣接する点の 3D process-grammar の基本要素はそれぞれ曲率の極小点, 極大点を持つ. 同様に, 曲率の極小方向において曲率の極大点, もしくは極小点である 3D process-grammar の基本要素を持つ場合, 極小方向に隣接する点を観測すると, 隣接する点の 3D process-grammar の基本要素はそれぞれ曲率の極小点, 極大点を持つ. これは輪郭図形に対する process-grammar の隣接関係から導ける.

## 3 3D process-grammar の変化規則

### 3.1 輪郭の変形に伴う process-grammar の変化規則

2 次元輪郭の変形に基づく process-grammar の基本変化規則を基本要素の数が変化しない場合と変化する場合に分けて説明する. まず基本要素の数が変化しない場合について述べる.

$m+ \rightarrow 0, m-, 0$

$$M- \rightarrow 0, M+, 0$$

次に基本要素の数が変化する場合について述べる。

$$M+ \rightarrow M+, m+, M+$$

$$m+ \rightarrow m+, M+, m+$$

$$M- \rightarrow M-, m+, M-$$

$$m- \rightarrow m-, M-, m-$$

すなわち一回の変形で1つの process-grammar の基本要素が3つの基本要素に変化する。これらの変化規則は process-grammar の隣接関係を満足する。

### 3.2 表面の変形に伴う 3D process-grammar の変化規則

2次元輪郭の変形に基づく process-grammar の基本変化規則を用いて、3次元形状の表面の変形に基づく 3D process-grammar の基本変化規則を導く。3D process-grammar の基本変化規則を基本要素の数が変化しない場合と変化する場合に分けて説明する。まず基本要素の数が変化しない場合について述べる。

$$mm+ \rightarrow m+ m-$$

$$MM- \rightarrow M+ M-$$

$$M+ M- \rightarrow MM+$$

$$m+ m- \rightarrow mm-$$

$$m+ M- \rightarrow m+ M+$$

$$Mm+ \rightarrow Mm-$$

極大曲率方向の曲率が負で極小曲率方向の曲率が正であることはありえないので、以下の2つは変化規則としては存在しうるが実際には存在しない。

$$mM- \rightarrow m- M+$$

$$mM+ \rightarrow m- M+$$

この変化がおきる場合、極大曲率方向と極小曲率方向がその変形の中で入れ替わる。

$$mM- \rightarrow M+ m-$$

$$mM+ \rightarrow M+ m-$$

以下の4つは  $M+$ ,  $M-$  を含まないのでおこらない。

$$Mm- \rightarrow$$

$$MM+ \rightarrow$$

$$mm- \rightarrow$$

$$M+ m- \rightarrow$$

すなわち要素数が変化しない変化規則はこれら8存在する。これらの変化規則は極大曲率方向と極小曲率方向について、それぞれ要素数が変化しない process-grammar の変化規則を適用することにより導かれる。

次に基本要素の数が変化する場合について述べる。

$$MM+ \rightarrow (MM+, [mm+], MM+)(MM+, [mm+], MM+) \rightarrow$$

$$mm+ \rightarrow (mm+, [MM+], mm+)(mm+, [MM+], mm+) \rightarrow$$

$$mm- \rightarrow (mm-, [MM-], mm-)(mm-, [MM-], mm-) \rightarrow$$

$$MM- \rightarrow (MM-, [mm+], MM-)(MM-, [mm+], MM-) \rightarrow$$

$$Mm+ \rightarrow (Mm+, [mM+], Mm+)(Mm+, [mM+], Mm+) \rightarrow$$

$$mM+ \rightarrow (Mm+, [Mm+], Mm+)(Mm+, [Mm+], Mm+) \rightarrow$$

$$Mm- \rightarrow (Mm-, [m+ M-], Mm-)(Mm-, [m+ M-], Mm-) \rightarrow$$

$$M+ M- \rightarrow (M+ M-, [mm+], M+ M-)(M+ M-, [mm+], M+ M-) \rightarrow$$

$$M+ m- \rightarrow (M+ m-, [m+ M-], M+ m-)(M+ m-, [m+ M-], M+ m-) \rightarrow$$

$$m+ M- \rightarrow (m+ M-, [M+ m+], m+ M-)(m+ M-, [M+ m+], m+ M-) \rightarrow$$

$$m+ m- \rightarrow (m+ m-, [M+ M-], m+ m-)(m+ m-, [M+ M-], m+ m-) \rightarrow$$

以下の場合極大曲率方向の曲率が負で、極小曲率方向の曲率が正ということはおこりえない。

$$mM- \rightarrow (mM-, [M- m+], mM-)(mM-, [M- m+], mM-) \rightarrow$$

この変化規則が適用される場合は、極大曲率方向と極小曲率方向の曲率が入れ替わる。

$$mM- \rightarrow (mM-, [m+ M-], mM-)(mM-, [m+ M-], mM-) \rightarrow$$

但し右辺の2つの [] の点は、右括弧内と左括弧内において共通である。すなわち変形過程において一回の変形で、3D process-grammar の一つの基本要素が五つの基本要素に変わる。要素数が最小で増える変化規則は12存在する。1回の基本要素が増える変形において、極線は少なくとも一本増える。これらの変化規則は3D process-grammar の隣接関係を満足する。これらの変化規則は極大曲率方向と極小曲率方向について、それぞれ要素数が変化する process-grammar の変化規則を適用することにより導かれる。

### 3.3 図と地の関係

process-grammar では図と地の関係を逆にした場合以下の関係がある。

$$M+ \leftrightarrow m-$$

$$M- \leftrightarrow m+$$

3D process-grammar では図と地の関係を逆にした

場合以下の関係がある。

$mm+ \rightarrow MM-$

$MM- \rightarrow mm+$

$M+M- \rightarrow m+m-$

$m+m- \rightarrow M+M-$

$Mm+ \rightarrow Mm-$

$mM- \rightarrow mM+$

$mM+ \rightarrow Mm-$

$Mm- \rightarrow mM+$

$MM+ \rightarrow mm-$

$mm- \rightarrow MM+$

$M+m- \rightarrow M+m-$

$m+M- \rightarrow m+M-$

これらは process-grammar の図と地の関係を 3 次元の表面に適用することにより導かれる。

## 4 形状と 3D process-grammar

process-grammar において基本的図形は円である。円には process-grammar の基本要素は一つも含まれない。これを Level 0 の形状とする。Level 0 の形状から一段回要素が増えた形状において基本要素は 4 つになる。この基本要素が 4 つの形状を Level 1 の形状と呼ぶ。Level 1 の形状は process-grammar の基本要素の隣接関係と process-grammar の変化規則から導きだされる。Level 1 の形状は図 3(A) に示す 3 つである。これらの形状は図 3(A) の形状 P1 に要素数が増えない process-grammar の変化規則  $m+ \rightarrow m-$  を複数回適用して生成される。形状は  $P1 \rightarrow P2 \rightarrow P3$  のように変化する。さらに次の段階において形状の基本要素は基本変化規則を適用することにより 6 つになる。図 3(B) に Level 1 の P2 の形状に  $m- \rightarrow m- M- m-$  の変形規則を適用することにより Level 2 の形状に変形する例を示す。

3D process-grammar において基本図形は球である。球には 3D process-grammar の基本要素は一つも含まれない。これを Level 0 の形状とする。Level 0 の形状から一段回要素が増えた形状において基本要素は 6 つになる。この基本要素が 6 つの形状を Level 1 の形状と呼ぶ。Level 1 の形状は 3D process-grammar の基本要素の隣接関係と 3D process-grammar の変化規則から導きだされる。Level 1 の形状の例を図 4(A) に 7 つ示す。基本要素が 6 つの形状は図 4(A) の形状 P1 に要素数が増えない 3D process-grammar の変化規則  $mm+ \rightarrow m+m-$ ,  $m+m- \rightarrow mm-$ ,  $Mm+ \rightarrow Mm-$ ,  $mM+ \rightarrow M+m-$  を複数回適用して生成される。さらに次の段階において形状の基本要素は要素数が増える基本変化規則を適用

することにより 9 つになる。図 4(B) に Level 1 の P2 の形状に  $m+m- \rightarrow (m+m-[M+M-]m+m-)(m+m-[M+M-]m+m-)$  の変形規則を適用することにより Level 2 の形状に変形する例を示す。この 3 次元形状の表面の変形は図 3(B) に示した 2 次元形状の輪郭の変形に対応する。

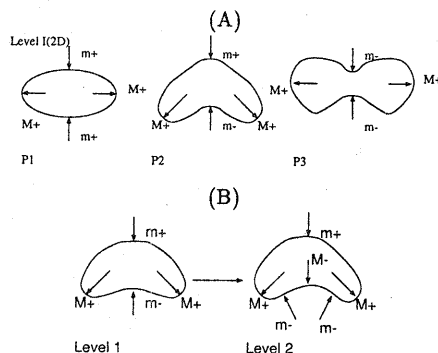


図 3: (A) process-grammar の Level 1 の形状 (B) process-grammar における Level 1 の形状から Level 2 の形状への変形

## 5 表面データから 3D process-grammar の生成

形状の変形過程を抽出するために、種々の尺度をもつフィルタを解析するスケールスペースを用いる [8]。2 次元の輪郭線におけるスケールスペースフィルタリングと process-grammar の関係が示されている [6][7]。2 次元画像に対するスケールスペースフィルタリングにおけるゼロ交差点の振舞が、鞍点付近のゼロ交差点の振舞を観測することにより明らかにされている [8][9]。3 次元表面  $(u, v)$  における process-grammar の基本要素をスケールスペースにおけるゼロ交差点とみなすことで、process-grammar の基本要素の振舞いは 2 次元画像におけるスケールスペースの振舞いと一致する。図 5(A) は輪郭図形において  $m-, M+, m-$  のゼロ交差点がスケールの変化にしたがい、 $m-$  の一つのゼロ交差点になる場合を表し、図 5(B) は 3 次元形状の表面において  $(M+m-, [m+M-], M+m-), (M+m-, [m+M-], M+m-)$  をもつ 5 つのゼロ交差点がスケールの変化にしたがい、 $M+m-$  の一つのゼロ交差点になる場合を表している。この鞍形状の付近における 3D

