

拡散による輪郭線長の変化に基づく図形形状の複雑さの評価

長谷川善久 出口光一郎

東北大学大学院情報科学研究科

図形形状の複雑さは、一般的に輪郭線長と相関がある。しかし、このような“静的”な特徴量だけでは、その評価に際し不十分である。図形形状の複雑さそのものは、その形状を認識できる解像度と密接な関係がある。例えば、円周上に微細な凹凸のある図形でも、解像度が粗ければ、その図形は円に見える。我々の視覚は、“動的”に解像度を調節して、図形形状の複雑さを評価していると考えられる。Marr らによれば、我々の視覚システムにおける空間的受容野と $\nabla^2 G$ フィルタの特性は非常によく似ている。そこで、 $\nabla^2 G$ フィルタを用いて工学的に視覚的な情報処理を再現することができる。本稿では、このような考えに基づき、図形形状の複雑さの評価方法の一つを提案する。具体的には、対象図形に $\nabla^2 G$ フィルタを適用しゼロ交差をとることで、多段階の解像度における輪郭線長を計測し、その振舞いから図形形状を分類し、複雑さを評価する。

最後に実例として、構造異型を伴う医用画像に適用し、その判別をした。画像診断への応用が期待される。

Evaluation of Complexity of Figure Shape Based on Change of Contour Length in Diffusion Process

Yoshihisa HASEGAWA and Koichiro DEGUCHI

Graduate School of Information Sciences
Tohoku University

Generally, a complexity of figure shape can be defined correlating to contour length. But, such the evaluation using “static” features is not sufficient, because the complexity itself closely depends on the image resolution with which we recognize the figure. For example, we will recognize a figure having small notches on its perimeter is observed as a circle with a coarse resolution. Here, we think we obtain the complexity by “dynamic” regulation of the resolution. Marr claimed the spatial receptive field on our vision consists of functions similar to $\nabla^2 G$ filters. That is, we can construct a kind of visual information system by using $\nabla^2 G$ filters. Under this concept, in this paper, we propose a method for evaluation of the complexity of a figure shape. For the output of filtering by $\nabla^2 G$ with various scale values we extract zero-crossings to obtain the target figures in multi-resolutions. Then, we observe the change of contour lengths over the multi-resolutions, classify original figure shape and evaluate the complexity.

We applied this method for medical image to distinguish between normal and lesion based on the complexity. We expect promising applications of our method to image diagnosis.

1 はじめに

図形状の複雑さの代表的な指標として、フラクタル次元という非整数値の次元を用いることがある。一般に次元が高いほど複雑とされている。例えば、コッホ曲線のフラクタル次元は約1.26であるが、この値から、1次元である直線よりは多少複雑であると読み取ることができ、直観的に納得がいく。また、自然界のものへの適用例として、海岸線が挙げられる。様々な海岸線をフラクタル次元で評価することで、その複雑さを比較することができる。ところが、のこぎり波のように単調にギザギザした形状をもつ曲線に対しては、フラクタル次元を定義しても意味をもたない。フラクタル次元は、際限なく自己相似性をもつ図形に対してのみ有効な概念だからである[1]。

一方、フラクタル次元では定義できないが複雑な図形も多々ある。このような図形に対して、本稿では一つのアプローチを提案する。

図形状の複雑さは、一般的に輪郭線長と相関がある。しかし、この“静的”な特徴量だけでは複雑さを評価するのに不十分である。そこで、我々の視覚システムで行われているとされる動的に解像度を調節することを考慮し、直観的な複雑さを反映させることにした。そもそも複雑さというのは、能動的な視覚に基づくものであるとの立場に立つ。その点で、数学的な厳密さには多少欠けるところもある。本研究の発展的な目的の一つとして、画像診断への応用が挙げられる。正常部位と病変部位の混在にする医用画像に対し、計算機を用いて客観的な基準で自動判別ができれば有用である。後述する評価実験において、その一例を示した。

まず第2章では、図形状の複雑さについて説明する。第3章では、本手法の流れを説明をする。第4,5章では、具体的な計算方法、手順を述べる。第6章では、様々な図形を用いて評価実験を行う。最後に、第7章でまとめる。

2 図形状の複雑さ

複雑な図形というのは、無限に作ることができるだろう。従って、これらを絶対的に比較することは無意味である。逆に言えば、複雑さの評価は、基準図形というものを設定して、相対的に比較するべきである。ここで基準図形は、評価対象により適宜決定されるものとする。以下では、相対的な比較に関わる量につい

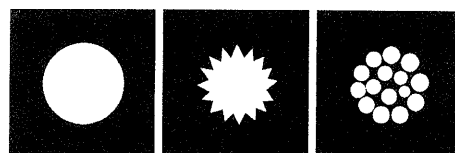


図 1: 図形の複雑さの違いの例。左: 円, 中央: 凹凸図形, 右: 円群。



図 2: 図形の複雑さの違いの例。図 1 と違い輪郭線長は二つとも同じ (610 画素) であるが、複雑さは明らかに異なる。

ておおまかに説明する。厳密には次章で定義する。

図 1 に三つの図形を示した。まず、円 (左) と凹凸のある図形 (中央) を比較すると、凹凸のある図形の方が複雑であると感じる。次に、円 (左) と円群 (右) を比べると、円群の方が複雑であるといえる。これらの両方に共通していえるのは、入り組んだ構造により輪郭線長が長くなることである。すなわち、輪郭線長と複雑さには相関があると考えられる。しかし、輪郭線長によって複雑さを定義するのは一般性に欠ける。例えば、図 2 を示す。このように概形が類似していて、しかも、同じ輪郭線長をもちながら、複雑さの異なる図形はいくらでも存在する。すなわち、ある図形に対して、その図形の複雑さをこのような“静的”な特徴量で表現するのは不十分である。

さて、では図 1, 2 での図形から受ける複雑さの印象は何に基づくのだろうか。これらの図形は、それぞれを解像度をおとして観察する、あるいは、はかして見ると同一の図形となる。つまり、これらの図形における複雑さは、ある解像度を保ってはじめて成り立つ特徴である。この形状を認識できる解像度と複雑さそのものは密接に関係している。

このような考えに基づき、ここでは、まず、与えられた図形を順次はかしていき、その時に、輪郭線長がどのように変化していくかに注目する。図形をはかす処

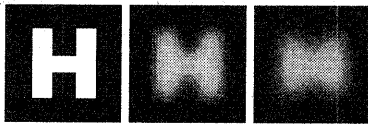


図 3: 解像度の変化に伴う図形形状の変化. サイズは 64x64 画素. 解像度は左から 0, 25, 50.

理は, 拡散によって行う. 人間の視覚においても同様の処理によって, 多重の解像度を用いて対象がとらえられていることから類推である [2].

3 多重解像度解析

画像処理をする際, この解像度の変化をぼかし操作により実現できる. このぼかしは, 拡散方程式に基づく. この演算は様々な長所をもっている. 拡散処理については次章で述べる. このように, 多段階の解像度の図形から特徴量の変化をとらえ, 対象図形の構造解析することを多重解像度解析とよぶ [3, 4]. 今, 特徴量は輪郭線長である. 図形を拡散すると微細な構造から消去され, 最終的には円となる. それに伴い, 輪郭線長も減少する. ここで注目したいのは, ぼけの程度に対する減少率である. 黒板に書かれた文字の例でも分かるように, 遠ざかるにしたがい構造がとらえられなくなり, ある距離を越えるとその構造は以後読み取れなくなる. 輪郭線長でいえば, 拡散により単純化され減少していき, あるぼかし量をさかいに減少しなくなる. これを臨界解像度とする. この値は, その図形の特徴的な構造の大きさ, 別な言い方をすれば, 図形の主要で特徴的な凹凸の大きさを反映していると考えられる. さらに, それまでに消去された輪郭線長によって, 起伏の大小を評価できる. この臨界解像度と消去された輪郭線長を評価材料として図形形状を分類し, 複雑さの評価を行う. ここで前者を t_c , 後者を L_d とする.

4 拡散処理

図形を内部を 1, 外部を 0 にして二値画像として与え, 次のようにガウス関数によって等方的にぼかし, 拡散する.

$$u(x, y; t) = u(x, y; 0) * g(x, y; t) \quad (1)$$

$$g(x, y; t) = \frac{1}{2\pi t} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2t}\right) \quad (2)$$

$u(x, y; 0)$ は対象原画像, $g(x, y; t)$ はガウス関数である. この両者のコンボリューションにより, t だけぼけた画像 $u(x, y; t)$ が生成される. t はガウス関数の分散であり, この値を大きくすることで解像度を低くすることができる. ここで重要なのは, この操作により画像の濃淡値の凹凸は必ず滑らかになっていき, 新たな濃淡の極値は生じないことである. これが保証されない, 以後に述べる輪郭線長の変化というものは意味をもたなくなる.

また, 式 (1) は式 (3) に示す拡散方程式の解である.

$$\frac{\partial u(x, y; t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \nabla^2 u(x, y; t) \quad (3)$$

したがって, ガウス関数でぼかすことと拡散方程式で拡散させることは同値であるといえる. このとき, 分散 t は, 拡散時間と対応している. 以後, t のことを解像度とよぶ.

5 濃淡画像から輪郭線を求める

原画像として図形は二値画像で与えられるが, 拡散により得られた画像は濃淡画像である. その結果, 輪郭線がぼやける. 濃淡画像における輪郭線の定義は, 輪郭線長を特徴量とする本手法においても重要なことである. そのため, 濃淡画像を閾値で二値化して, その境界を輪郭線とするのではなく, 視覚的な特性を根拠にその定義をした.

網膜は, 光学情報を神経情報に変換する最初の器官であり, ここでかなりの情報処理を行う. 実際この情報処理は, 網膜神経節細胞の受容野で行われていて, この受容野の空間構造は, 二つのガウス関数の差 (DOG) で記述される.

$$DOG(t_1, t_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t_1}} \exp\left(-\frac{x^2}{2t_1}\right) - \frac{1}{\sqrt{2\pi t_2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2t_2}\right) \quad (4)$$

この DOG は, $\nabla^2 G$ フィルタとその特性が似ている (図 4 参照). すなわち, 視覚により光の強度変化をとらえることと $\nabla^2 G$ フィルタでそれをするとは, おおよそ等しいといえる. そしてさらに, 輪郭線をゼロ交差でとらえる機構は, 視覚でも画像処理でも大差ないとする. そうすると, 生理学的な根拠を考慮した場合, 解像度の変化させた図形の輪郭線の検出には, 式 (5) を満たす (x, y) を輪郭線とするのが妥当であるといえる.

$$\nabla^2 (g(x, y; t) * u(x, y; 0)) = 0 \quad (5)$$

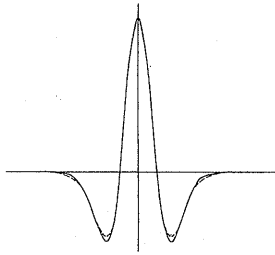


図 4: DOG (破線)と $\nabla^2 G$ (実線)の特性の比較. 両者の特性はよく似ている.

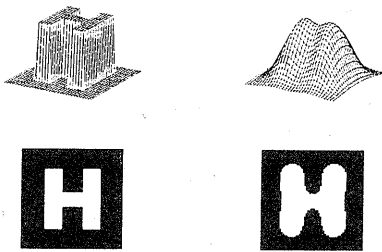


図 5: 左: 解像度 0 (原画像, 64x64 画素), 右: 解像度 50 の場合の文字 “H”. それぞれ上が濃淡曲面, 下が濃淡曲面のゼロ交差を結び図形内部を白, 外部を黒とした図.

また数学的に, これは濃淡勾配が最も急峻なところを輪郭線とするといえる. 図 5 に, 拡散によって得られる濃淡曲面と, 式 (5) を適用し, 内部を白, 外部を黒にした図を示す.

以上の計算手順を整理しておく. まず, 対象図形を二値化した原画像 $u(x, y; 0)$ をガウス関数 $g(x, y; t)$ でぼかす. 次に, このぼけた画像 $u(x, y; t)$ に対し, ラプラシアン $\nabla^2 u(x, y; t)$ を計算する. ゼロ交差となる部分を輪郭線として抽出し長さ L を求める. 異なる解像度 t に関してこの作業を繰り返し実行する. 以上の手順により得られた輪郭線長と解像度のグラフから, 臨界解像度 t_c と消去された輪郭線長 L_d を検出する.



図 6: 評価実験対象 (64x64 画素). 左から基準, トゲ高, トゲ低, 幅広, 幅狭図形.

6 実験結果

図形形状の複雑さの評価実験をするにあたり, 定性的に対象図形を二つに分類する. 閉じた図形と分布図形である.

6.1 閉じた図形

6.1.1 特徴的な構造の大きさを一つもつ図形

この評価実験の目的は, 図形の特徴的な構造が, 消去された輪郭線長 L_d と臨界解像度 t_c に対し, どのように反映されるかを整理することにある. 対象図形として, 図 6 に示した凹凸間隔, 高さの異なる五つの図形を用意した. 基準図形 (図 6 の左端) とその隣りのトゲ高図形の場合における, 拡散による輪郭線長の変化の結果を図 7 に示す.

基準図形 (▲) について考察する. 拡散に伴い輪郭線長は減少している. そして, 臨界解像度 t_c 55.0 (点 A) をさかいに減少率が急激に低下している. すなわち, この解像度で起伏がほとんど消去され, 基準図形は特徴的な構造を失なったといえる. このことは, 図 7 下段からも見てとることができる. また, 最初の輪郭線長とこの解像度での輪郭線長の差, すなわち消去された輪郭線長 L_d は, 53.2 であった. 一方, トゲ高図形は t_c が 80.0, L_d が 160.3 であり, 基準図形と比べて両方とも大きな値をとっている. すなわち, トゲ高図形は基準図形と比べて大きな構造をもち起伏も激しく, 複雑であると判断できる. 表 1 に全ての図形における結果をまとめる. さらに図 8 に縦軸を t_c , 横軸を L_d として, これらの量と形状の関係を示した. これをもとに残りの図形に対しても複雑さを評価する. トゲ低図形は微細かつ平坦なので複雑ではない. 幅広図形は, 粗大かつ平坦なので複雑ではない. 幅狭図形は, 微細かつ起伏大なので複雑である.

以上, L_d と t_c から図形形状を分類し複雑さの評価をした. このことを利用して, 次に場所ごとに複雑さを評価する.

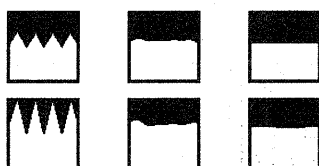
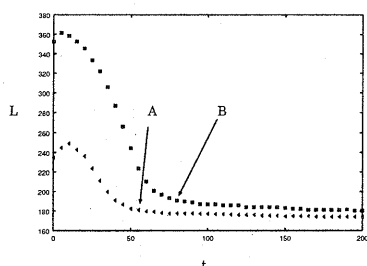


図 7: 基準図形 (▲) とトゲ高図形 (■) における輪郭線長の変化. 上段: 計測データ (縦軸は輪郭線長, 横軸は解像度). 下段: ゼロ交差の内部, 外部で二値化した図を解像度順 (0, t_c , 200) に並べたもの (上列は基準図形, 下列はトゲ高図形). 基準図形の t_c は 55.0 (点 A), トゲ高図形の t_c は 80.0 (点 B).

表 1: 各図形における L_d と t_c の一覧.

	L_d	t_c
基準図形	53.2	55.0
トゲ高図形	160.3	80.0
トゲ低図形	18.1	55.0
幅広図形	18.4	140.0
幅狭図形	158.5	30.0

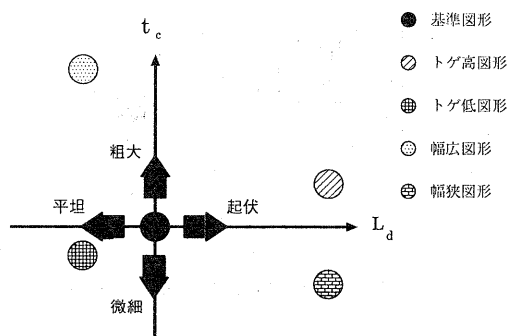


図 8: 横軸を L_d , 縦軸を t_c として表 1 の結果をまとめた図. L_d と t_c の値により図形の特徴別に分類される.

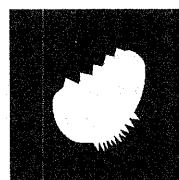


図 9: 複数の複雑さをもつ図形 (256x256 画素).

6.1.2 特徴的な構造の大きさを複数もつ図形

図 9 に示した図形は, 前節で扱った図形と異なり, 複数の構造 (細かい凹凸, 粗い凹凸, 滑らかな部分) をもっている. このような図形に対し, 場所毎に複雑さを評価する方法を述べる. まず正方形のウィンドウを設定する. 原画像からこのウィンドウサイズだけ切り取り, その中で L_d と t_c を求める. そして, このウィンドウを移動させることで, 各点毎にこれらを計算していく. ここでは, ウィンドウの軌跡は原画像での輪郭線上とした. その概念図を図 10 に示す. そして, 基準を滑らかな図形に設定し, 各点毎にどれだけ複雑であるかを判断する.

実験結果を図 11 に示す. 上段と中段の図は, 下段の図中に記した点 A を始点としウィンドウが反時計回りに一周したときの L_d と t_c の値を示している. まず, 区間 AB では平均して L_d が 40 前後, t_c は 160 前後となっている. また, 区間 CD では, 平均して L_d が 120 前後, t_c が 40 前後の値をとっている. その他は, 両者とも 0 である. すなわち区間 BC と DA には平

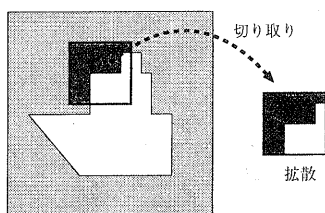


図 10: 局所的に複雑さを求める方法.

坦で起伏がなく, 区間 AB と CD には起伏が存在することが分かる. さらに前節表 1 を考慮すれば, その値から AB は粗大でやや起伏があり, CD はやや粗大で激しい起伏があり, 複雑であると判断できる. 下段の図よりそのことが確認できる. なお, 区間 AB, CD の途中にゼロになっている所があるが, これはうまく値が定まらなかった点であり値がゼロというわけではない. 図 12 に 3 次元表示を示す.

以上より, 複数の複雑さをもつ図形に対して, 各場所において L_d と t_c を計算することで, どの程度複雑であるかを評価できた.

6.2 分布図形 (文字列)

実験対象として, 文字列を用意した. 図 13 に結果を示す. 輪郭線長の変化だが, 閉じた図形のときと異なり階段状になっているのが分かる. 従って, 減少率が急激に低下する点が二つ存在する (図中の点 A と点 B). 下段の図と比較するとよく分かるが, 点 A では文字の構造が消去され, 点 B では列の構造が消去されている. すなわち, 臨界解像度で分布構造を分類し, ある分布状態を判定基準に設定することで複雑さの評価へとつながる.

6.3 応用例 (医用画像)

本手法を医用画像に対して適用した. 図 14 の上段に示したのは, 正常部位と病変部位の混在する腸内ポリープの組織切片である. 正常部位は図の上側に位置し, 組織の構造が保存されているため複雑な形状をしている. 病変部位は図の下側に位置し, 細胞の異常増殖により組織がつぶれ癌化し, 筋状の部分だけが残っている. それらの一部を抽出し二値化した図を中段に示す. 下段は適用結果である. 正常部位 (▲) では, 臨界解像度が 50 となっている. 一方, 病変部位 (■) で

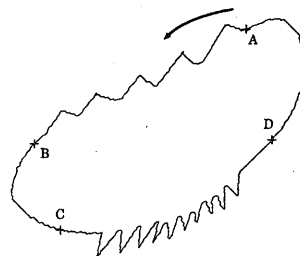
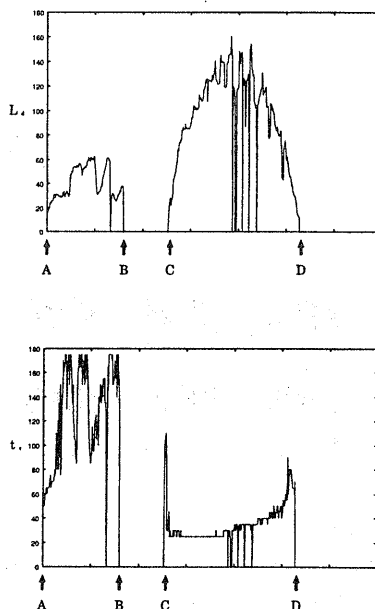


図 11: 各場所における複雑さの評価実験結果 (2 次元表示). 上段: 消去された輪郭線長における計算結果. 中段: 臨界解像度における結果. 下段: 実験結果と原画像の輪郭線との凹凸の照合)

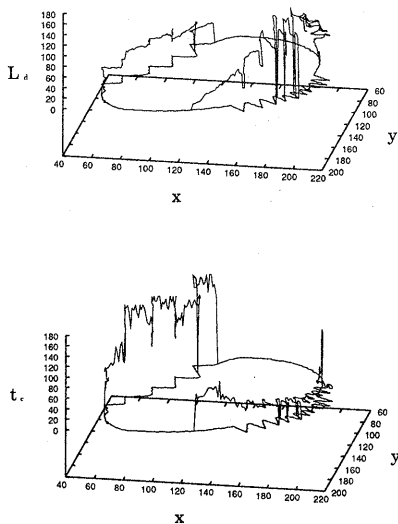


図 12: 各場所における複雑さの評価実験結果 (3次元表示). 上段: 消去された輪郭線長における結果. 下段: 臨界解像度における結果.

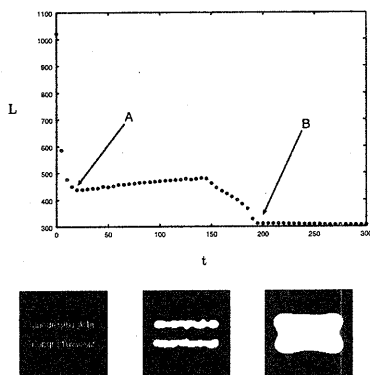


図 13: 文字列図形 (128x128 画素) における輪郭線長の変化. 上段: 計測データ (縦軸は輪郭線長, 横軸は解像度). 下段: ゼロ交差の内部, 外部で二値化した図. 左から, 解像度は 0 (原図形), 20 (点 A), 195 (点 B). 点 A では文字の構造, 点 B は列の構造が消去されている.

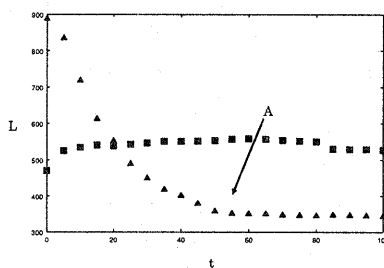


図 14: 上段: 腸内ポリープの組織切片. 中段: 正常部位 (左), 病変部位 (右) を抽出し二値化した図. 下段: 正常部位 (▲) と病変部位 (■) における輪郭線長の変化. 点 A で臨界解像度が認められる.

は, 輪郭線長の減少が認められず, 臨界解像度は存在しない. 病変部位を基準とすると, 正常部位は微細な構造をもっていると判断でき, 複雑であると評価できる. 従って, この両者の違いを判別できたことになる.

7 おわりに

図形形状の複雑さは, 輪郭線長と複雑さを認識できる解像度に密接な関係があるという考えのもと, 本稿では, 人の視覚システムの特性を加味したその評価方法を提案した.

その際, 解像度の変化をガウス関数により実現し, 多段階の解像度において図形の輪郭線長の変化を計測した. 解像度に対する輪郭線長の急激な減少率の低下は, 対象図形の主要な構造が消去されたことを意味する. このことを利用して臨界解像度と消去された輪郭線長という特徴量を抽出し, 図形形状を分類し複雑

さの評価を試みた。

図形形状の複雑さを評価する際、対象図形を定性的に二つに分類した。閉じた図形(特徴的な構造の大きさを一つもつ図形, 特徴的な構造の大きさを複数もつ図形)と分布図形(文字列)である。

閉じた図形の実験では、消去された輪郭線長と臨界解像度で図形を分類し、図形全体に対する複雑さの評価と図形内の場所毎における複雑さの評価の方法を示した。

分布図形の実験では、空間的な分布構造を臨界解像度でとらえ、疎密などの判断基準の設定により複雑さの評価に応用できることを示した。文字列では、そこに空間的に内在する文字の構造と列の構造の両方をとらえた。隙間のないものを基準として、漢字や平仮名、アルファベットなどの臨界解像度の違いからそれらを分類し、複雑さを評価することも可能である。

応用例として医用画像を挙げ、正常部位と病変部位の判別をした。

本手法は、数学的な厳密さには多少欠如するところがあるが、その分、特性の異なる様々な図形に対し、臨機応変に複雑さの評価ができる強さをもっているといえる。

課題は、基準図形と対象となる図形の L_d と t_c の違いから、形状の分類は容易にできるが、そこから複雑であるかそうでないかの判断基準というものを明確にすることである。今後、図形形状と複雑さの関係をアンケートなどにより収集しようと考えている。

参考文献

- [1] 高安秀樹. フラクタル. 朝倉書店, 1986.
- [2] デビッド・マー. ビジョン — 視覚の計算理論と脳内表現 —. 産業図書, 1987.
- [3] 本谷秀堅. 図形形状のマルチスケール解析の研究. 東京大学大学院修士学位論文, 1993.
- [4] Tony Lindeberg. Scale-space theory: A basic tool for analysing structures at different scales. *Journal of Applied Statistics*, vol. 21, no. 2, pp. 225-270, 1994.