

透視投影における単一画像からの反射パラメータ推定

原 健二^{†*} 稲熊伸昭[‡] 西野 恒[†] 池内克史[†]

[†] 東京大学生産技術研究所

* 福岡県東京事務所 (福岡県工業技術センター)

[‡] NTT データ株式会社

E-mail : {hara, kon, ki}@cvl.iis.u-tokyo.ac.jp

あらまし

カメラ画像から反射パラメータや光源環境を推定する方法がいくつか提案されているが、無限遠の視点や光源を仮定したものが多い。本報告では、このような仮定が適用できない近距離の視点や光源においても、反射パラメータと光源位置を同時に復元する手法を提案する。まず、変数変換により線形化された反射モデルを利用して、1枚の鏡面反射成分画像から鏡面反射パラメータと光源位置を初期推定する。次に、これらの値を初期値とした誤差評価関数の局所最小化により、最終的な推定値を決定する。

Determining Reflectance Parameters from a Single Image under Perspective Projection

Kenji Hara^{†*}, Nobuaki Inaguma[‡], Ko Nishino[†] and Katsushi Ikeuchi[†]

[†] Institute of Industrial Science, The University of Tokyo

* Fukuoka Prefectural Government Office in Tokyo (Fukuoka Industrial Technology Center)

[‡] NTT DATA CORPORATION

E-mail : {hara, kon, ki}@cvl.iis.u-tokyo.ac.jp

Abstract In this paper, we propose a new method for simultaneously recovering the surface reflectance parameters and the light source position under short viewpoint and illumination. Previous reflectance properties estimation methods have mainly assumed the distant viewpoint and illumination. Given a specular reflection components, the method begins with an initial estimation of the reflectance parameters and the light position by using the reflection model linearized with variable transformation. The estimated parameters are then refined by locally minimizing the fitting residuals between the rendered image and real one.

1 はじめに

表面反射モデルは物体表面を構成する材質の反射特性をモデル化したものであり、一般に物体の色、ハイライトの見えや幾何形状に関するパラメータを用いて記述される。このように反射モデルは材質に依存することから、コンピュータビジョンにおける物体認識やインスペクションに利用されている。また、コンピュータグラフィックス(以下、CG)の分野では、任意の視点や光源状況下における物体の見えをリアルに合成することへの応用が期待されている。

反射モデルを用いる際の問題点の一つに、現実の物体のパラメータの値を正確に求めることが容易でないことが挙げられる。そのため、現状ではユーザーが試行錯誤しながら適当と判断した値を選択することが多い。そこで近年、この反射パラメータを画像解析により簡便に推定する研究が盛んに行われている。

反射モデルを推定する手法は大きく二つに分けることができる。一つは複数枚の画像を入力として画素ごとに反射パラメータを推定するもので、光源方向を変化させた連続画像セットを用いて反射パラメータを推定する手法[1]や、物体に対する視線方向を変化させながらパラメータを全周計測する手法[2]などが挙げられる。もう一つは、すべての表面点で同一の反射モデルを仮定して、1枚の画像からパラメータ推定を行う方法である。特に光源状況も同時に推定できるものとして、反射モデル式への最適当てはめを用いる手法[3]や、物体の影の明るさ分布を利用する手法[4]、因子分解を用いる手法[5]などが提案されている。これらの手法は視点や点光源が無限遠である平行投影や平行光源(図1(a))を仮定しており、近距離の視点や光源(図1(b))のもとで撮影された画像には適していない。

本報告では、文献[3]の手法を透視投影に拡張し、視点や光源が近距離の場合でも、1枚画像から反射パラメータと光源位置を同時に推定する手法を提案する。一般に反射光は拡散反射と鏡面反射の二つの成分の和で表される。拡散反射パラメータが誤差の影響に対しても比較的安定に推定できるのに対し、鏡面反射パラメータの推定は不安定になることが多い。そこで本報告では、鏡面反射成分の輝度分布と光源位置、および鏡面反射パラメータの間の関係を解析することで、鏡面反射パラメータを推定する。

従来手法の多くは物体から遠く離れた視点と光

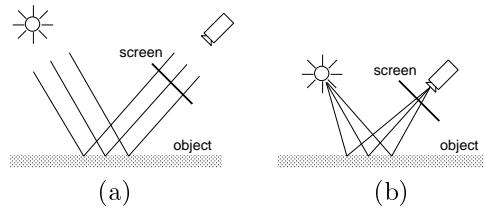


図 1: 光源と投影のモデル

源のみに適用範囲が制限されたり、パラメータの推定に必要な光線・物体間の角度情報が縮退して(図1(a))、推定値の信頼性が低下するといった問題があった。これに対し、本手法では視点や光源の距離によらず、1枚の画像と幾何データから得られた正確で多数の異なる角度を用いて、反射パラメータと光源位置を同時に推定することが可能である。

なお、本手法の適用条件として1) 物体の形状は既知である、2) 光源は単一の点光源である、3) 対象物体は滑らかな凸形状の曲面であり、影や相互反射は生じない、4) 物体は光学的に均質(homogenous)な物質でできており、どの表面点での反射も同一のTorrence-Sparrow反射モデル[6]に従う、などのことを仮定する。また入力には、偏光を用いて計測画像から分離した鏡面反射成分画像を用いる。

本手法ではまず、1枚の鏡面反射成分画像から、変数変換により線形化された反射モデルを用いて、光源位置と鏡面反射パラメータを初期推定する。次に、これらの値を初期値とした局所最適化により、最終的な推定値を決定する。また、本報告では提案手法により推定された光源位置と反射パラメータを用いてCG画像を生成し、原画像と比較することにより、推定値の妥当性を確認する。

本報告の構成は以下のとおりである。まず、2章で可視光領域における反射と偏光の原理について述べ、本報告で採用した反射成分分離の原理を示す。3章では、入力であるカラー画像から反射モデルのパラメータと光源位置を推定する方法について述べる。4章で実験結果を紹介し、5章では結論をまとめる。

2 反射成分の分離

本章では、物体表面における光反射のしくみを簡単に説明したうえで、偏光を用いて反射成分を分離する原理について述べる。

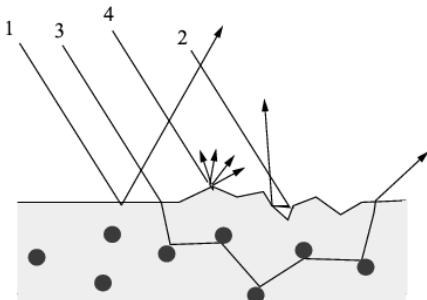


図 2: 物体表面における光反射

2.1 物体表面反射 [7]

物体からの反射光は一様ではなく、物体の材質、形状によって様々な成分がある。不均質で透明な誘電体を考えた場合、反射光としては次の4つの成分が考えられる。

1. 入射光の波長よりも十分大きい平らな面から正反射方向に1回で反射する光
2. 入射光の波長よりも十分大きい微細面から成る粗い面の間で少なくとも2回以上反射してきた光
3. 物体表面を透過して、中で色素等の pigment のために反射を繰り返した後に再び空気中に透過してきた光
4. 入射光の波長と同程度か、より小さい微細面で回折された光

この4つの反射成分の様子を図2に示した。1の反射光を鏡面反射光と呼び、2-4の反射光を拡散反射光と呼ぶ。ここで、4の成分は非常に小さいので、物体が波長オーダーの周期構造を持つ場合以外はほとんど無視できる。完全に平らな面を持つ物体では反射成分は1と3のみになるが、大抵の物体の反射光は上にあげた反射成分の和になっている。3の反射成分は物体内で反射、屈折、吸収を繰り返し、物体の色を認識させる光となるのに対し、1の反射成分は1回で反射するためにエネルギーが最も大きく、光源の色とほぼ同じ色で見える。2の反射成分は、1に比べるとエネルギーは小さくなるが、1と同様に吸収はほぼないので光源の色と同じになる。1の反射成分に2の反射成分を合わせて、物体には正反射方向のまわりにほぼ光源の色と同じである強い光が見えることになる。この部分の光をハイライトと呼ぶ。ハイライトは、粗い面であれば2の成

分が大きくなるので、広く見えるが光自身は弱くなり、完全に滑らかな面であれば1の成分のみになるので、非常に狭い領域で強い光となる。

2.2 偏光を用いた反射成分分離 [8]

一般に自然光は非偏光であり、すべての方向に対してランダムに振動している。白色光等の自然光を直線偏光子に通した場合、出射光は直線偏光となる。しかし、このような自然光でも複屈折性のある結晶を透過したり、物体から反射されると、偏光特性が現れてくる。このように自然光の一部が偏光された光を部分偏光と呼ぶ。

ここで、自然光を直線偏光子に通した光源を設定することを考える。この直線偏光光源により照らされた物体からの反射光は、一般的の反射光の場合と同様、拡散反射と鏡面反射の和からなるが、そのうち拡散反射は内部でのランダムな反射のために非偏光である。また、入射光が直線偏光であることから、鏡面反射も直線偏光とみなせる。したがって、反射光の直線偏光成分は鏡面反射 I_s 、非偏光成分は拡散反射 I_d にそれぞれ一致する。

さらに、もう一方の偏光子を回しながら反射光を観察すると、強度反射率は振動方向に依存するため、明るさに変化が現れる。偏光子の方向が入射面に対して垂直なときに光強度の最大値 I_{\max} 、入射面に平行なときに光強度の最小値 I_{\min} が観測される。ここで、 I_{\min} は反射光における非偏光成分に相当しており、非偏光成分の光強度の $1/2$ となる。一方、偏光成分は偏光子を回転した際に観察される透過光強度の変化として観察され、偏光成分の光強度は $I_{\max} - I_{\min}$ で表される。

以上により、観測値 I_{\max} と I_{\min} を用いて、物体表面における反射光を

$$I_s = I_{\max} - I_{\min} \quad (1)$$

$$I_d = 2I_{\min} \quad (2)$$

のように拡散反射と鏡面反射に分離することができる。

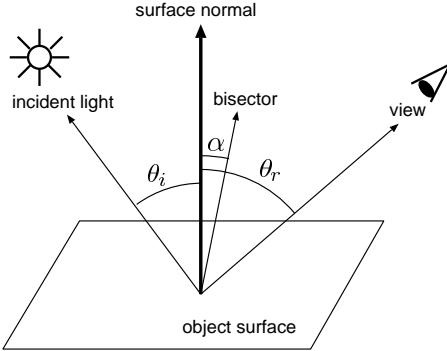


図 3: 反射モデルに用いる幾何学的配置

3 光源位置と反射パラメータの推定

本章では、Torrance-Sparrow反射モデル [6] を簡略化したモデル式

$$I_m = K_{d,m} \cos \theta_i + K_{s,m} \frac{1}{\cos \theta_r} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

$$m = R, G, B$$

を用いる。ここで、 I_m は RGB チャネル m における反射光輝度、 $K_{d,m}$ は RGB チャネル m における拡散反射成分の強度を示す定数、 $K_{s,m}$ は鏡面反射成分の強度を示す定数、 σ は物体表面の粗さパラメータである。 $\tilde{K}_s = [K_{s,R}, K_{s,G}, K_{s,B}]^T$ と σ をまとめて鏡面反射パラメータと呼ぶ。また、図 3 に示すように、 θ_i は物体表面点における法線方向と光源方向とがなす角度、 θ_r は物体表面点における法線方向と視線方向とがなす角度、 α は光源方向と視線方向の 2 等分方向と法線方向とがなす角度である。

この反射モデル式に基づき、前節で分離した 1 枚の鏡面反射成分画像のみから、物体の 3 次元形状を既知として、光源位置 $L = (x_l, y_l, z_l)^T$ と鏡面反射パラメータ (\tilde{K}_s, σ) を推定する。

推定処理は 2 段階で行われ、まず鏡面反射成分のモデル式を対数変換により線形化した関係式に基づき、光源位置、鏡面反射パラメータの順に初期推定を行う。次に、これらの値を初期値とした誤差評価関数の最小化により、初期推定値を補正する。

3.1 初期推定

N_p を鏡面反射輝度がピークとなる表面点（以下、鏡面ピーク点）における単位法ベクトル、 L_p と V_p を鏡面ピーク点を始点としてそれぞれ光源および視

点を向く単位ベクトルとすると、そこでは正反射が起きていることから、次式の関係が成り立つ。

$$\mathbf{N}_p = \frac{\mathbf{L}_p + \mathbf{V}_p}{|\mathbf{L}_p + \mathbf{V}_p|} \quad (4)$$

N_p 、 V_p および実世界 3 次元位置と 2 次元画素位置の対応関係はいずれも既知としているので、鏡面ピーク点の画素位置 $(x_p, y_p)^T$ から鏡面ピーク点の 3 次元位置 P が求まり、これと式 (4) より視線ベクトル L_p が得られる。これらの P 、 L_p と鏡面ピーク点から光源までの距離 l_p を用いて、光源位置 L は

$$L = P + l_p L_p \quad (5)$$

のように表される。したがって、光源位置は 3 個の未知数 (x_p, y_p, l_p) を求ることにより決定できる。このパラメータ空間では、計測画像や計測環境から光源位置の探索範囲が容易に決まる。例えば、鏡面反射輝度が最も高い画素が 1 個だけ検出されれば、その画素位置を用いて x_p, y_p の組が一意に決まる。鏡面ピークが画像の外にあったりサチュレーションが生じるなどして鏡面ピーク画素が 1 個に絞れないときは、その候補集合を求めて x_p, y_p の探索範囲とする。また、 l_p の探索範囲は物体と光源間のおおよその距離から定める。

ここでは、光源位置 (x_p, y_p, l_p) を求める際、ある評価関数の最小化によって (x_p, y_p, l_p) を推定する。その評価関数を以下のようにして定義する。

まず、鏡面反射成分に対応する式 (3) の右辺第二項を $I_{s,m}$ として

$$I_{s,m} = K_{s,m} \frac{1}{\cos \theta_r} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} \quad (6)$$

$$m = R, G, B$$

のように表す。次に、式 (6) の両辺の対数をとると次式のようになる。

$$\ln I_{s,m} = \ln K_{s,m} - \frac{\alpha^2}{2\sigma^2} - \ln \cos \theta_r \quad (7)$$

$$m = R, G, B$$

そこで

$$X = \frac{\alpha^2}{2} \quad (8)$$

$$Y = \ln I_{s,m} + \ln \cos \theta_r \quad (9)$$

$$m = R, G, B$$

という変数変換を行えば、線形なモデル式

$$Y = -\frac{1}{\sigma^2} X + \ln K_{s,m} \quad (10)$$

$$m = R, G, B$$

が得られる。よって、 (X, Y) のデータ対の諸点は 1 つの直線上にのるはずであり、この集合に直線の当てはめを行って係数を比較することで、鏡面反射パラメータ (\tilde{K}_s, σ) を推定することが可能である。しかし、いまのところは光源位置が未知であるため、各表面点に対応する式 (8) の $\alpha = \alpha(\mathbf{L})$ が求まらず、 (X, Y) 座標の点がプロットできない。

ところで、光源位置を仮想的に与えたとき、これが真値であれば、その光源状況下における (X, Y) 座標の点の集合は理想的には 1 直線上にのり、その誤差が大きければ式 (10) が成り立たなくなり、 (X, Y) 座標の点は直線から外れてくる。この性質に着目し、 (X, Y) の点の集合の直線関係を評価する量として相関係数を導入する。

(X, Y) 座標の n 個の標本点 $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ に対する相関係数 r_{XY} は

$$r_{XY} = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (11)$$

のように定義される。ここで、上の \sum は $i = 1$ から $i = n$ までの総和を意味する。また、 \bar{X} と \bar{Y} は平均値であり、 $\sum_{i=1}^n X_i = n\bar{X}$ 、 $\sum_{i=1}^n Y_i = n\bar{Y}$ である。 r_{XY} はつねに $-1 \leq r_{XY} \leq 1$ であり、その絶対値が大きいほど (X, Y) 座標の点の集合の間に直線関係が成立することが知られている。式 (8)、(9) で定義された X と Y は式 (10) より明らかに負の相関が成立することから、ここでは $r_{XY} = r_{XY}(x_p, y_p, l_p)$ を最小化すべき評価関数と定義する。ただし、相関係数が適用できるのは、外れ値がないこととデータ数は十分多いときであるので、ここで扱う (X, Y) はこの条件を満足しているものとする。

r_{XY} を最小にする $\langle x_p, y_p, l_p \rangle$ の組を解析的に求めることは困難である。また、この初期推定の段階では厳密に最適解を求める必要はない。そこで、準最適解を離散的に全探索する方法を採用する。すなわち、ある探索範囲 Ω で $\langle x_p, y_p, l_p \rangle$ を刻み幅 Δ で変化させながら $r_{XY}(x_p, y_p, l_p)$ を最小にする解を探索する。この手続きを各 RGB チャネルごとにい、これらの平均値を推定値 x_p^*, y_p^*, l_p^* とする。

このようにして光源位置を求めた後、鏡面反射パラメータ (\tilde{K}_s, σ) を以下のように推定する。上で得られた推定値 \mathbf{L}^* を光源位置とする光源環境下で、各 RGB チャネルごとに式 (8)、(9) から (X, Y) 座標の点をプロットし、最小 2 乗法を用いて直線の当てはめを行う。このようにして得られた回帰直線と

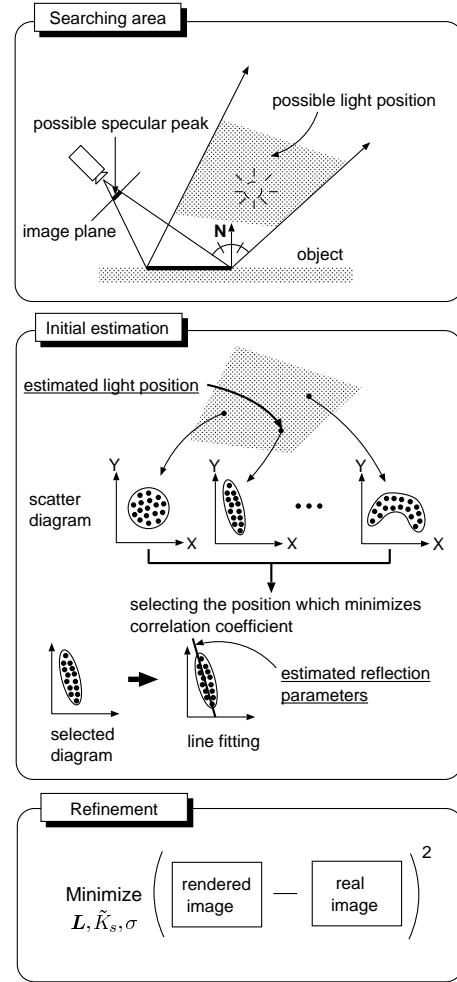


図 4: 提案手法の概要

式 (10) の係数を RGB ごとに比較することにより、推定値 \tilde{K}_s^* が求まる。なお、 σ は本来 RGB の影響を受けない量であるが、誤差のために RGB ごとに異なる値となることが多い。そこで、これらの平均値を σ の推定値 σ^* とする。

3.2 推定値の補正

前節で用いた最小二乗法が厳密な意味で有効となるのは、 (X, Y) 座標における当てはめ誤差が正規分布に従う独立なランダム変数のときであり、これは式 (8)、(9) による変数変換前の本来の推定誤差が正規分布に従わないことを意味する。したがって、式 (10) の直線を当てはめるときの残差は、パラメータの近似度を正確に反映しているとはいえない。ここでは、この誤差を修正するため、前節の段階で求められた推定値の近傍領域を再探索し、より適切なパラメータを求める。

ここでパラメータ補正は、パラメータに対応して合成されるCG画像と原画像の誤差を最小化するパラメータを探索することによって行われる。そこで、評価関数を

$$E(\mathbf{L}, \tilde{K}_s, \sigma) = \sum_{m \in \{R, G, B\}} \sum_{\Omega'} \left(I_{s,m} - K_{s,m} \times \frac{1}{\cos \theta_r} e^{-\frac{\alpha(\mathbf{L})^2}{2\sigma^2}} \right)^2 \quad (12)$$

により与える。ここで、右辺の左から2番目の \sum は、物体表面の全画素 Ω' について総和をとることを表している。前節で求めた \mathbf{L}^* 、 \tilde{K}_s^* 、 σ^* を初期値として非線形な関数 E を局所的に最小化し、そのとき得られるパラメータの値 \mathbf{L}^{**} 、 \tilde{K}_s^{**} 、 σ^{**} を最終的な推定値とする。この最小化手続きの具体的な手順は以下の通りである。

ここでは、1) 光源位置 \mathbf{L} を固定して鏡面反射パラメータ (\tilde{K}_s, σ) を収束するまで繰り返し更新する手続き、2) (\tilde{K}_s, σ) を固定して \mathbf{L} を収束するまで繰り返し更新する手続き、の両者を交互に繰り返す方法を採用する[10]。

まず、1) の (\tilde{K}_s, σ) の更新手続きでは、 σ を固定して \tilde{K}_s を

$$K_{s,m} = \frac{\sum_{\Omega'} I_{s,m}}{\sum_{\Omega'} \frac{1}{\cos \theta_r} e^{-\frac{\alpha(\mathbf{L})^2}{2\sigma^2}}} \quad (13)$$

$$m = R, G, B$$

のように1度だけ修正する手続き、 \tilde{K}_s を固定して

$$\sigma^{(t+1)} = \sigma^{(t)} - \gamma \frac{\partial E}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=\sigma^{(t)}} \quad (14)$$

にしたがって σ を収束するまで繰り返し更新する手続き、の両方を交互に繰り返す。ここで、式(13)は式(12)の右辺を $K_{s,m}$ について微分し、その微係数がゼロになるように $K_{s,m}$ について解いた式である。また、式(14)は最急降下法の更新則であり、 t は更新ステップ、 γ は収束を早めるための学習係数である。

次に上記2)の \mathbf{L} の更新手続きでは、撮動による探策を導入する。まず、現時点での光源位置 \mathbf{L} に27通りの撮動

$$\{(am, bm, cm)^T \mid a, b, c = -1, 0, 1\} \quad (15)$$

を加え、その中で評価関数の値(以下、評価値)が最小となる次候補位置 \mathbf{L}' を求める。そして、次候補位置での評価値 E' が元の状態の評価値 E よりも

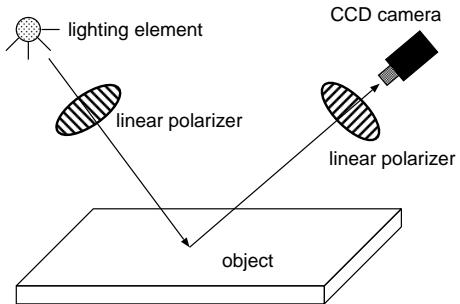


図 5: 実験装置図

小さければ次候補位置 \mathbf{L}' 、さもなくば現時点位置 \mathbf{L} を選択する。ただし、 m は正の定数である。

図4に本章で説明した提案手法の概要を示す。

4 実験結果

4.1 実験環境

本章では、提案手法を実際の物体に適用し、手法の有効性を確認する。

図5の実験装置図のように、カメラ側の偏光子を回して2枚の画像 I_{\max} 、 I_{\min} を取得し、これらの差より得られた鏡面反射成分画像を入力として、パラメータと光源位置を推定する実験を行った。点光源から直線偏光子を通して入射する直線偏光以外の影響を避けるため、撮影は暗室で行った。偏光子を通して撮影された画像は、そのままでは偏光子とカメラのレンズの光の干渉による影響を強く受けている。これを補正するため、白色のキャリブレーションボードを偏光子を通して撮影し、ボード画像における各画素のRGBのチャネル間の相対的な強度の比を利用して、光学的なキャリブレーションを行った。なお、幾何モデルの取得にはレンジファインダを用いた。

4.2 実画像を用いた実験結果

対象物の実画像を図6に示す。偏光特性を用いて分離した鏡面反射成分画像を図7(a)、拡散反射成分画像を図7(b)に示す。まず、光源位置の推定では相関係数を最小にする解を探索する。その際、 x_p 、 y_p 、 l_p の定義域をそれぞれ[420, 470]、[175, 225]、[20, 120]、刻み幅をいずれも5とした。この探策により得られた x_p^* 、 y_p^* 、 l_p^* から光源位置を計算し、 $\mathbf{L}^* = (-17.62, -29.27, 8.97)^T$ のように初期推定し

た。また、このときの相関係数は $r = -0.82$ であった。このように相関係数の絶対値が 0.7 より大きいときは相関が非常に強いとされる。

この \mathbf{L}^* の下で算出された (X, Y) のデータ点を RGB の各チャネルごとにプロットし、この点の集合に直線当てはめを行った。R チャネルの場合について直線当てはめを行ったときの様子を図 8 に示す。この結果、鏡面パラメータの初期推定値は $\tilde{\mathbf{K}}_s^* = [86.99, 90.97, 94.96]^T$ 、 $\sigma^* = 0.0486$ と初期推定された。これらのパラメータを用いて生成した CG 画像を図 9 に示す。この CG 画像を図 6 と比べると、明らかに誤差が大きく、初期推定だけでは十分な結果が得られないことがわかる。

次に、上で得られた推定値を初期値とした局所最小化により、パラメータ補正を行った。このとき、光源位置の探索に用いる振動の大きさを $m = 2$ (mm)、表面粗さの更新に用いる学習係数を $\gamma = 1.0 \times 10^{-5}$ と設定した。その結果、光源位置、鏡面反射パラメータはそれぞれ、 $\mathbf{L}^{**} = (-19.62, -33.27, 8.97)^T$ 、 $\sigma^{**} = 0.0357$ 、 $\tilde{\mathbf{K}}_s^{**} = [109.27, 112.42, 116.36]^T$ と最終的に推定された。これらの推定値を用いて生成した CG 画像を図 10 に示す。また、これらのパラメータ値の下で光源位置だけを変更して生成した CG 画像を図 11 に示す。図 11 と同じ光源位置の下で計測された実画像を図 12 に示す。図 10 と図 6、および図 11 と図 12 の比較により、推定したパラメータの妥当性が確認される。

5 結び

本報告では、偏光光源を用いて得られた 1 枚の鏡面反射成分画像の輝度分布を解析し、物体から近距離の視点と光源においても、反射パラメータと光源位置を推定する手法を提案した。この手法を実際のカラー画像に用いることで、本手法の有効性を確認した。物体から十分離れた光源と視点のみに取り



図 6: 実画像

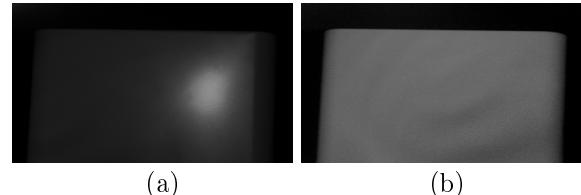


図 7: 成分分離画像：(a) 鏡面反射、(b) 拡散反射

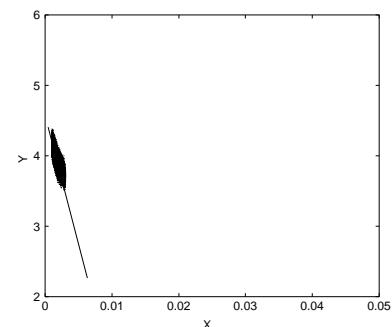


図 8: 鏡面反射パラメータの初期推定 (R)

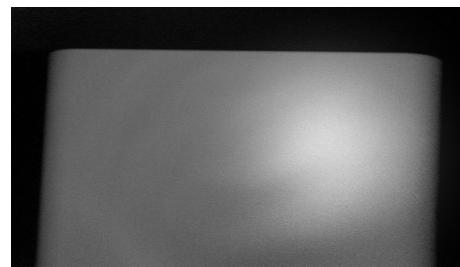


図 9: 初期推定されたパラメータの下での画像生成結果



図 10: 最終推定されたパラメータの下での画像生成結果

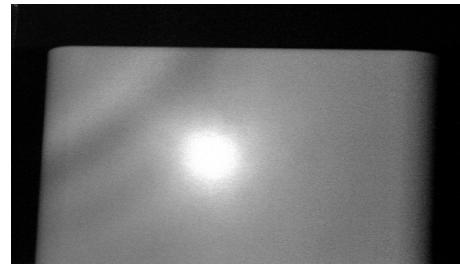


図 11: 新たな光源位置の下で生成した CG 画像

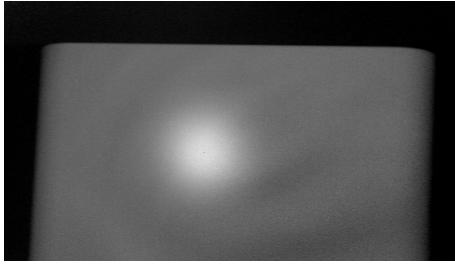


図 12: 新たな光源位置の下で計測した実画像

扱いが限られることが多かった従来手法に対し、本手法の利点は透視投影や近距離で未知の点光源の下で、反射パラメータを簡便に推定することが可能であることである。今後は、ロボットの視野画像を実時間でリアルに表示するシミュレータの開発に本手法を役立てていく予定である。

参考文献

- [1] Y. Sato and K. Ikeuchi, "Temporal-color space analysis of reflection," *Journal of the Optical Society of America*, Vol.11, No.11, pp.2990-3002, 1994.
- [2] Y. Sato, M. D. Wheeler, and K. Ikeuchi, "Object shape and reflectance modeling from observation," *Computer Graphics Proceedings, SIGGRAPH97*, pp.379-387, 1997.
- [3] K. Ikeuchi, and K. Sato, "Determining reflectance properties of an object using range and brightness images," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.13, No.11, pp.1139-1153, 1991.
- [4] 佐藤いまり, 佐藤洋一, 池内克史, “物体の陰影に基づく光源環境の推定,” 情報処理学会論文誌:コンピュータビジョンとイメージメディア「Physics-based Vision と CG の接点」特集号, Vol.41, No.SIG 10(CVIM 1), pp.31-40, December 2000.
- [5] R. Ramamoorthi and P. Hanrahan, "A signal processing framework for inverse rendering," *Computer Graphics Proceedings, SIGGRAPH2000*, pp.379-387, 2000.
- [6] K. E. Torrance and E. M. Sparrow, "Theory of off-specular reflection from roughened surfaces," *Journal of the Optical Society of America*, Vol.57, pp.1105-1114, 1967.
- [7] 斎藤めぐみ, 偏光解析に基づく透明物体の形状モデリング, 慶應義塾大学修士論文, 1999.
- [8] L. B. Wolff and T.E.Boult, "Constraining object features using a polarization reflectance model", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.13, No.6, pp.167-189, 1991.
- [9] S. K. Nayar, K. Ikeuchi, and T. Kanade, "Surface reflection: physical and geometrical perspectives", *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.13, No.7, pp.611-634, 1991.
- [10] T. F. Chan and C. K. Wong, "Convergence of the alternating minimization algorithm for blind deconvolution", *Linear Algebra and its Applications*, Vol.316, 1-3, Sep 2000, pp.259-285, 2000.