

ステレオ画像を利用した平面姿勢推定手法と多眼カメラへの拡張

杉本 茂樹[†] 奥富 正敏[†]

[†] 東京工業大学大学院理工学研究科機械制御システム専攻

〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1-S5-22

E-mail: †{shige,mxo}@ok.ctrl.titech.ac.jp

あらまし 床や道路などの平面上を動くロボットや自動車において、その平面の3次元位置を示すパラメータ(平面法線と平面までの距離)を高精度かつ高速に推定することは、コンピュータによる自律運動支援のための重要な技術である。本論文では、固定ステレオカメラから得られた2枚の画像を利用し、画像間のSSD(Sum of Squared Differences)の最小化に基づく Gauss-Newton 法を用いた高速な平面パラメータ推定手法について検討する。ここでは、射影変換行列に内包されている平面パラメータを高速に推定する際に、射影変換行列を高速に推定する Inverse Compositional アルゴリズムを取り入れることにより、ヘッセ行列の計算コストを低減する。また、二眼カメラの場合よりも安定に平面パラメータを推定するために、この手法を多眼カメラを用いた手法に拡張する。さまざまな比較実験を通じて本手法の有効性を示す。

キーワード 平面姿勢推定, 射影変換, ステレオ計測, 多眼カメラ, Gauss-Newton 法

Direct Plane Parameter Estimation using Stereo Camera and Its Extension to Multi-view Application

Shigeki SUGIMOTO[†] and Masatoshi OKUTOMI[†]

[†] Department of Mechanical and Control Engineering, Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology

Ookayama 2-12-1, Meguro-ku, Tokyo, 152-8550 Japan

E-mail: †{shige,mxo}@ok.ctrl.titech.ac.jp

Abstract To estimate 3D plane parameters (the distance to a plane and its plane normal) is an important issue for realizing computer-aided control of vehicles or mobile robots which move around on a plane such as road and floor, because the plane parameters vary as the vehicle changes its pose relative to the plane. In this paper, we study about a Gauss-Newton-based fast estimation method for the plane parameters using calibrated stereo camera. Since the plane parameters are involved in homography warp parameters, we incorporate the *inverse compositional* algorithm (recently proposed by Baker et al. for fast homography warp parameter estimation), in order to reduce computational costs of Hessian matrix in each iteration procedure. We also re-formulate an estimation method suitable for multi-view applications which realize more robust estimation than binocular stereo. The validity of the presented methods is shown through comparative experiments.

Key words plane parameter estimation, homography, stereo vision, multi-view, Gauss-Newton optimization

1. はじめに

道路や床などの平面上を移動する自動車やロボットでは、その平面と移動体との間の相対的な位置関係が時系列的に変化する。よって、平面の3次元的な位置を表すパラメータ(平面法線と平面までの距離)を逐次獲得することは、コンピュータによる自律制御や運転者支援を実現するための1つの重要なタスク

である。例えば、歩行ロボットでは、床面の傾きを逐次得ることにより、姿勢や歩行動作の制御に利用できるであろう。実際に、平面パラメータの逐次推定を道路環境に適用した例としては、ステレオ計測による障害物検出を道路平面上の空間に限って行い、検出した物体が道路平面中のテクスチャによるものか障害物なのかを判断する手法が挙げられる[12]。

広く知られているように、空間中の平面を撮影した2枚の画

像間には、 3×3 の射影変換 (homography) 行列による座標変換が成立する。また、この射影変換行列は、2台のカメラの内部パラメータと、カメラ間の外部パラメータ、平面パラメータ、および、行列の不定性を表す定数によって構成されている [3]。

射影変換行列が得られたとき、カメラの内部パラメータが既知であれば、射影変換行列を特異値分解することにより、内包されている平面の法線ベクトルを取得することができる [3]。この手法は、平面法線だけでなく、外部パラメータも同時に推定することができるが、内部パラメータ以外の情報が全くなければ平面までの絶対距離 (もしくはカメラ間の平行移動ベクトルの絶対値) を得ることはできない。また、精度よく平面法線を取得するためには、射影変換行列が高精度に得られていることが前提となることや、特異値分解したときには唯一解が得られない [3] など、実際の利用において問題となる点が多い。

一方、自動車やロボットにステレオカメラを取り付ける場合は、カメラの内部・外部パラメータはキャリブレーションにより取得することができる。この場合、2枚の画像から平面パラメータを直接得ることが可能である。

本論文では、画像間の SSD (Sum of Squared Differences) の最小化に基づく Gauss-Newton 法を用いた高速な平面パラメータ推定手法について検討を行う。Gauss-Newton 法などのいわゆる勾配法を用いた最適化計算は、Lucas-Kanade 法 [7] が広く知られているように、画像レジストレーションでは代表的な手法である。勾配法を用いて平面パラメータを直接得る手法は、画像間のエッジ拘束を利用して画像をレジストレーションする方法であり、8自由度の射影変換行列を求める方法よりも安定で高精度な推定が期待できる。よって、このように直接物理的なパラメータを取得する手法は、ego-motion や平面パラメータを推定する手法に広く利用されている (例えば [6] [11])。しかし、一般に、勾配法では繰り返し計算のたびにヘッセ行列を求めなければならないため、計算コストが大きくなる。そこで、提案手法では、近年、Baker らによって提案された Inverse Compositional アルゴリズム [2] を取り入れることにより、ヘッセ行列の計算コスト削減を行う。

Baker らは、Gauss-Newton 法を用いて射影変換行列を求める際に、Shum らの提案した射影変換行列の推定手法 [10] に基準画像と参照画像の役割を入れ替えるアイデア [4] [5] を取り入れ、座標変換の逆行列を解くことによりヘッセ行列の固定化を実現している [2]。しかし、この手法を平面パラメータ推定に応用するには、逆行列を用いた座標変換式に平面パラメータをどのように組み込むべきかという問題がある。また、ヘッセ行列の固定化を可能にする条件は、射影変換行列による座標変換のように、写像が単位元を持つ結合演算によって定義できるもの (すなわち半群^(注1)) でなければならない [2]。しかし、平面パラメータを変数とした場合、画像座標の変換は半群とはならないため、ヘッセ行列を固定して解くことは原理的に不可能となる。これらの問題に対し、本論文では、基準画像と参照画像の役割を入れ替える際に、カメラ座標系の役割も入れ替えること

により、平面パラメータを逆行列に組み込む手法を検討する。また、ヘッセ行列の計算は固定できなくとも、簡単な行列計算のみで更新が可能であることを示す。

さらに、本論文では、上述の手法を多眼カメラを用いた平面パラメータ推定手法として拡張する。ここでは、座標変換の逆行列を近似する [1] ことにより、多眼カメラによる平面パラメータ推定に適した手法として定式化を行う。これにより、2眼カメラを用いた場合において、エッジ線に沿ったエッジのみを持つ平面に対しては高精度な推定が期待できないという問題に対処する。

以下、本論文の構成は以下の通りである。2. では、射影変換行列と平面パラメータとの関係や、Gauss-Newton 法を用いた最も一般的な平面パラメータ推定について述べるとともに、本論文で頻繁に利用する行列や変数を定義する。次に 3. では、後に述べる Inverse Compositional アルゴリズムを用いた手法への理解を容易にするため、Shum らが提案した Forward Compositional アルゴリズムを用いた平面パラメータ推定手法について述べ、4. において、Inverse Compositional アルゴリズムを取り入れる方法について述べる。さらに 5. では、この手法を多眼カメラを用いた手法へ拡張する。7. では、本手法をシミュレーション環境と実環境に適用し、その有効性を確認し、最後に、8. において本論文をまとめる。

2. 準 備

2.1 射影変換行列と平面パラメータ

基準カメラと参照カメラに固定された 3 次元空間座標系をそれぞれ x_0, x_1 とし、2つの座標系の関係を回転行列 R と平行移動ベクトル t を用いて次式で表現する。

$$x_1 = Rx_0 + t \quad (1)$$

また、基準画像および参照画像の座標をそれぞれ $u_0^* = (u_0^*, v_0^*)^T, u_1^* = (u_1^*, v_1^*)^T$ とし、それらの同次座標を $\tilde{u}_0^*, \tilde{u}_1^*$ とする。3次元空間中にある平面 Π を考えると、この平面上の点が2つの画像に投影されたときの2つの画像座標の対応は、広く知られているように、 3×3 の射影変換行列 P^* を用いて次式で表現される。

$$\tilde{u}_1^* = P^* \tilde{u}_0^* \quad (2)$$

本論文では、同値関係も特に断らずに '=' で記述する。

いま、平面 Π の方程式は、基準カメラ座標系において $n^T x_0 = d$ と表されるものとする。ただし、 n は平面の法線ベクトル、 d は原点からの距離を表す。このとき、射影変換行列は、基準および参照カメラの内部パラメータ行列 A_0, A_1 を用いて、次式で表せる [3]。

$$P^* = A_1 [R + tm^T] A_0^{-1}, \text{ where } m = n/d \quad (3)$$

ここで、以後の説明を簡単にするために正規化カメラを導入する。基準および参照カメラにおける正規化カメラの画像座標をそれぞれ u_0, u_1 とし、それらの同次座標を $\tilde{u}_0, \tilde{u}_1$ とすると、2つの正規化カメラ間の画像座標変換は、次のように表現で

(注1): より厳密にはモノイド

きる。

$$\tilde{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{u}}_0 \quad (4)$$

$$\text{where } \mathbf{P} = \mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{P}^*\mathbf{A}_0 = \mathbf{R} + \mathbf{t}\mathbf{m}^T \quad (5)$$

本論文では、式 (5) における自由度 3 のベクトル $\mathbf{m}$ を平面パラメータとする。この $\mathbf{m}$ が得られれば、平面の法線ベクトル $\mathbf{n}$ が単位ベクトルであることから、 $\mathbf{n}$ と d の分離は容易である。また、以下では、射影変換行列 $\mathbf{P}$ の 9 個の要素をラスタ順に並べたベクトルを $\mathbf{p} = (p_{11}, p_{12}, \dots, p_{33})^T$ とする。

2.2 平面パラメータ推定の一般的な定式化

ここでは、旧来から利用されている Gauss-Newton 法を利用した平面パラメータ推定方法 (例えば [6] [11]) について簡潔に述べる。

2.2.1 Gauss-Newton 法

平面パラメータ $\mathbf{m}$ に関する誤差関数を次式で定義する。

$$e(\mathbf{m}) = \sum_i [f_i(\mathbf{m})]^2 \quad (6)$$

本論文では、基本的に $f_i(\mathbf{m})$ は画像間の画素値の差分であり、 e は SSD となる。また、 i は差分を計算する画素のインデックスを示すが、添え字が増えることによる煩雑さを避けるため、以後 i は省略して記述する。

式 (6) を最小にする $\mathbf{m}$ を求めるために、初期値 (現在の推定値) $\mathbf{m}_0$ と微小変化量 $\mathbf{m}_\Delta$ を用いて $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \mathbf{m}_\Delta$ とおき、Gauss-Newton 法に基づき、 $f(\mathbf{m})$ を $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0$ において 1 次テイラー展開すると、次式を得る^(注2)。

$$f(\mathbf{m}) \simeq f(\mathbf{m}_0) + \mathbf{D}\mathbf{m}_\Delta \quad (7)$$

$$\text{where } \mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{m}_0) = \left[\frac{\partial f}{\partial \mathbf{m}} \right]_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0} \quad (8)$$

$\mathbf{D}$ は 1×3 の行ベクトルである。式 (7) を式 (6) に代入し、 $\mathbf{m}_\Delta$ で微分してゼロとおくことにより、次式を得る。

$$\mathbf{m}_\Delta = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{b} \quad (9)$$

$$\text{where } \mathbf{H} = \sum [\mathbf{D}^T \mathbf{D}], \quad (10)$$

$$\mathbf{b} = \sum [\mathbf{D}^T f(\mathbf{m}_0)] \quad (11)$$

上式 (10) の $\mathbf{H}$ はヘッセ行列である。Gauss-Newton 法では、式 (9) により $\mathbf{m}_\Delta$ を繰り返し求め $\mathbf{m}_0 \leftarrow \mathbf{m}_0 + \mathbf{m}_\Delta$ の更新を行う。そして、収束した $\mathbf{m}_0$ を推定値 $\hat{\mathbf{m}}$ とする。

2.2.2 平面パラメータ推定

基準画像と参照画像をそれぞれ I_0, I_1 とし、式 (6) における f を次式で定義する。

$$f(\mathbf{m}) = I_0[\mathbf{u}_0] - I_1[\mathbf{w}(\mathbf{u}_0; \mathbf{m})] \quad (12)$$

ただし、 $\mathbf{w}(\mathbf{u}_0; \mathbf{m})$ は、 $\mathbf{u}_0$ が $\mathbf{m}$ によって変換された座標を表す (式 (4) 参照)。これにより、 $I_1[\mathbf{w}]$ は、画像 I_1 を座標 $\mathbf{w}$ におけるサブサンプリングによって生成した画像となる。

(注2)：本論文では、ベクトルによるスカラーおよびベクトルの微分は、微分されるベクトルの列数が、微分結果の行ベクトルの要素数に一致するという規則を採用する [2]。

このとき、 $\mathbf{D}$ は次式で書ける。

$$\mathbf{D} = \mathbf{g}\mathbf{J}\mathbf{K} \quad (13)$$

$$\text{where } \mathbf{g} = \left[\frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{w}} \right]_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0}, \quad \mathbf{J} = \left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{p}} \right]_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0}, \quad (14)$$

$$\mathbf{K} = \left[\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{m}} \right]_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_0} \quad (15)$$

すなわち、 $\mathbf{g}$ は参照画像 I_1 の勾配を座標変換した 1×2 の行ベクトル、 $\mathbf{J}$ は 2×9 のヤコビ行列である。また、 $\mathbf{K}$ は 9×3 の行列であり、 $\mathbf{t} = (t_1, t_2, t_3)^T$ とすると、式 (5) より次式で得られる。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} t_1 & 0 & 0 & t_2 & 0 & 0 & t_3 & 0 & 0 \\ 0 & t_1 & 0 & 0 & t_2 & 0 & 0 & t_3 & 0 \\ 0 & 0 & t_1 & 0 & 0 & t_2 & 0 & 0 & t_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$\mathbf{g}$ と $\mathbf{J}$ は、 $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}(\mathbf{m}_0)$ としたとき、Forward Additive アルゴリズムを用いて射影変換行列を求める際に利用される画像勾配およびヤコビ行列と同等のものである (詳細は [2] を参照)。ただし、ここでは正規化カメラの画像座標としているので、カメラ内部パラメータの影響を受けている点が異なる。また、射影変換行列を求める場合は、一般に、 $\mathbf{P}$ の対角要素の 1 つを固定して 8 個の要素を求めるため、 $\mathbf{J}$ のサイズは 2×8 となる [10]。

$\mathbf{K}$ は画像座標に依存しないことを考慮すると、式 (10)(11) は次式となる。

$$\mathbf{H} = \mathbf{K}^T \left[\sum [\mathbf{J}^T \mathbf{g}^T \mathbf{g} \mathbf{J}] \right] \mathbf{K} \quad (17)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{K}^T \sum [\mathbf{J}^T \mathbf{g}^T f(\mathbf{m}_0)] \quad (18)$$

ただし、 $f(\mathbf{m}_0) = I_0[\mathbf{u}_0] - I_1[\mathbf{w}(\mathbf{u}_0; \mathbf{m}_0)]$ であり、画像の残差となる。

この方法では、各繰り返し計算において $\mathbf{m}_0$ が変化し、それに伴い $\mathbf{p}_0$ も変化する。よって、画像勾配 $\mathbf{g}$ およびヤコビ行列 $\mathbf{J}$ も変化し、その都度各画素に対する $\mathbf{g}$ と $\mathbf{J}$ に関する加算が必要となる。これにより、 $\mathbf{m}_\Delta$ を求める際の演算量が大きなものとなる [2]。

本章以後、これより高速な手法である Forward Compositional と Inverse Compositional アルゴリズムを適用した手法について述べる。これら 2 つの手法は、式 (6) における f の定義や、座標変換 $\mathbf{w}$ の定義が異なる。また、それに伴い、 $\mathbf{g}, \mathbf{J}, \mathbf{K}$ および $\mathbf{D}, \mathbf{H}, \mathbf{b}$ も異なるものとなる。しかし、添え字表記による煩雑さを避けるために、以後、特に添え字はつけずに同じ表記を用いて説明を行うものとする。

3. Forward Compositional を用いた平面パラメータ推定

Homography 行列 $\mathbf{P}$ による画像の座標変換は、初期値 $\mathbf{P}_0$ と微小な要素を持つ行列 $\mathbf{P}_\Delta$ を用いて、

$$\tilde{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{u}}_0 = \mathbf{P}_0(\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta)\tilde{\mathbf{u}}_0 \quad (19)$$

と表現することができる。そこで Shum らは、参照画像 I_1 と初期値 $\mathbf{P}_0$ を用い、 $\tilde{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{P}_0\tilde{\mathbf{u}}_1'$ の関係が成立する画像 $I_1'[\mathbf{u}_1']$

を生成し、その画像と基準画像間の微小な座標変換

$$\tilde{\mathbf{u}}_1' = (\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta)\tilde{\mathbf{u}}_0 \quad (20)$$

を Gauss-Newton 法で求める方法を提案した [10]。ここでは、射影変換行列 $\mathbf{P}$ の推定のための f は、次式で定義される

$$f(\mathbf{p}_\Delta) = I_0[\mathbf{u}_0] - I_1'[\mathbf{w}(\mathbf{u}_0; \mathbf{p}_\Delta)] \quad (21)$$

このようにして $\mathbf{p}_\Delta$ を求め、 $\mathbf{P}_0 \leftarrow \mathbf{P}_0(\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta)$ によってパラメータの更新を行う。

この方法のポイントは、画像 I_0 と I_1 の間の座標変換 $\mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_\Delta$ を求めるのではなく、座標変換式の積 (結合) 関係を利用して画像 I_0 と画像 I_1' との座標変換 $\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta$ を求めることにある。このとき、Gauss-Newton 法において扱われる初期値は常に $\mathbf{P}_\Delta = \mathbf{0}$ であり、初期値に依存して変化する $\mathbf{J}$ が固定できる。ただし、 $\mathbf{P}_0$ が変化すると新たな画像 I' が生成されるため、画像勾配 $\mathbf{g}$ を固定することはできない。

この Forward Compositional アルゴリズムを平面パラメータ推定へ応用するためには、 $\mathbf{P}_\Delta$ の部分を $\mathbf{m}$ を用いてどのように記述するかという問題がある。ただし、この方法に関しては、一般パラメータに対する定式化が既に示されている [10]。平面パラメータを $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \mathbf{m}_\Delta$ として適用すると次式が得られる [10]。

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0(\mathbf{I} + \mathbf{P}_0^{-1}\mathbf{t}\mathbf{m}_\Delta^T) \quad (22)$$

ただし、 $\mathbf{P}_0 = \mathbf{R} + \mathbf{t}\mathbf{m}_0^T$ である。これにより、 $\mathbf{P}_\Delta$ は $\mathbf{m}_\Delta$ の関数として、次式のように書ける。

$$\mathbf{P}_\Delta = \mathbf{P}_0^{-1}\mathbf{t}\mathbf{m}_\Delta^T \quad (23)$$

平面パラメータ $\mathbf{m}_\Delta$ を推定する際の f は、次式で定義される。ここでは、 f は $\mathbf{m}$ の関数ではなく $\mathbf{m}_\Delta$ の関数であることに注意する。

$$f(\mathbf{m}_\Delta) = I_0[\mathbf{u}_0] - I_1'[\mathbf{w}(\mathbf{u}_0; \mathbf{m}_\Delta)] \quad (24)$$

このとき、 $\mathbf{D}$ の構成要素は次式で得られる。

$$\mathbf{D} = \mathbf{g}\mathbf{J}\mathbf{K} \quad (25)$$

$$\text{where } \mathbf{g} = \left[\frac{\partial I_1'}{\partial \mathbf{w}_\Delta} \right]_{\mathbf{m}_\Delta=0}, \quad \mathbf{J} = \left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{p}_\Delta} \right]_{\mathbf{m}_\Delta=0} \quad (26)$$

$$\mathbf{K} = \left[\frac{\partial \mathbf{p}_\Delta}{\partial \mathbf{m}_\Delta} \right]_{\mathbf{m}_\Delta=0} \quad (27)$$

$\mathbf{g}, \mathbf{J}$ は、Forward Compositional アルゴリズムを用いて射影変換行列を求める際に利用される画像勾配およびヤコビ行列と同等のものである (詳細は [2] を参照)。既に述べたように、 $\mathbf{g}$ は固定することができないが、 $\mathbf{J}$ は固定されたものとなる。また、 $\mathbf{K}$ は、式 (23) の関係式によって求められ、 $\mathbf{P}_0^{-1}$ の要素を $\{p_{ij}\}$ とし $\mathbf{t} = (t_1, t_2, t_3)^T$ とすると、次式のように書ける。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & k_2 & 0 & 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\text{where } k_i = \sum_{j=1}^3 p_{ij}' t_j \quad (29)$$

ヘッセ行列 $\mathbf{H}$ およびベクトル $\mathbf{b}$ に関する計算は基本的に式 (17)(18) と同じである。ただし、 $f(0) = I_0[\mathbf{u}_0] - I_1'[\mathbf{u}_0]$ となる。また、 $\mathbf{J}$ は $\mathbf{m}_0$ には依存しないため、各画素に対する $\mathbf{J}$ の値を 1 回目の計算において保存しておき、後の計算ではメモリ上からロードする点が異なる。しかし、この場合の演算量は 2.2.2 節で述べた方法と比較して、それほど大きな差とはならない [2]。

4. Inverse Compositional アルゴリズムを用いた平面パラメータ推定

Inverse Compositional アルゴリズムでは、3. で示した Shum らの手法 [10] における基準画像と参照画像の役割を入れ替え、 $(\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta)$ の代わりに $(\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta)^{-1}$ を求めるように定式化される [2]。このときに利用される画像間の座標関係は次式のようになる。

$$\tilde{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{u}}_0 = \mathbf{P}_0(\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta)^{-1}\tilde{\mathbf{u}}_0 \quad (30)$$

3. で述べた方法と同様に、 $\tilde{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{P}_0\tilde{\mathbf{u}}_1'$ の関係が成立する画像 $I_1'[\mathbf{u}_1']$ を考えると、座標 $\mathbf{u}_1'$ と $\mathbf{u}_0$ の関係は次式で表せる。

$$\tilde{\mathbf{u}}_0 = (\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta)\tilde{\mathbf{u}}_1' \quad (31)$$

ここでは式 (20) における $\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1'$ が入れ替わっている。そして、射影変換行列を求めるための f を次式で定義する [2]。

$$f(\mathbf{p}_\Delta) = I_1'[\mathbf{u}_0] - I_0[\mathbf{w}(\mathbf{u}_0; \mathbf{p}_\Delta)] \quad (32)$$

このようにして $\mathbf{p}_\Delta$ を求め、 $\mathbf{P}_0 \leftarrow \mathbf{P}_0(\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta)^{-1}$ によってパラメータの更新を行う。

この手法を平面パラメータ推定に利用するには、3. の場合と同様に、 $\mathbf{P}_\Delta$ の部分を $\mathbf{m}$ を用いてどのように記述するかという問題がある。この問題に対処するには、いくつか方法が挙げられるが、ここでは、最も直感的な手法を紹介する。

Inverse Compositional アルゴリズムでは、基準画像と参照画像の役割が交換される。そこで、2 つのカメラ座標間の物理的なパラメータに関しても役割を交換することを考える。すなわち、式 (1) で示した基準カメラ座標系 $\rightarrow$ 参照カメラ座標系の関係における $\mathbf{R}, \mathbf{t}$ 、および、基準カメラ座標系において定義された平面パラメータ $\mathbf{m}$ を用いる代わりに、参照カメラ座標系 $\rightarrow$ 基準カメラ座標系における $\mathbf{R}', \mathbf{t}'$ と、参照カメラ座標系における平面パラメータ $\mathbf{m}'$ を利用する。そして、平面パラメータ $\mathbf{m}'$ に対する微小変化量 $\mathbf{m}'_\Delta$ を求めるための定式化を行う。

$\mathbf{R}', \mathbf{t}', \mathbf{m}'$ は、 $\mathbf{R}, \mathbf{t}, \mathbf{m}$ を用いてそれぞれ次式で表される。

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R}^{-1}, \quad \mathbf{t}' = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{t}, \quad \mathbf{m}' = \frac{\mathbf{R}\mathbf{m}}{1 + \mathbf{m}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{t}} \quad (33)$$

上式の関係を用いると、Homography 行列 $\mathbf{P}$ の逆行列は、 $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{R}' + \mathbf{t}'\mathbf{m}'^T$ となる (注 3)。

この表現を用いると、式 (30) より、座標 $\mathbf{u}_0$ と $\mathbf{u}_1$ は次式のように書ける。

(注 3) : Sherman-Morrison の公式 [9] 参照。

$$\tilde{\mathbf{u}}_0 = (\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta) \mathbf{P}_0^{-1} \tilde{\mathbf{u}}_1 = (\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta) (\mathbf{R}' + \mathbf{t}' \mathbf{m}_0'^T) \tilde{\mathbf{u}}_1 \quad (34)$$

さらに、参照カメラ座標系における平面パラメータ $\mathbf{m}'$ を、初期値 $\mathbf{m}'_0$ と微小変化 $\mathbf{m}'_\Delta$ を用いて $\mathbf{m}' = (\mathbf{m}'_0 + \mathbf{m}'_\Delta)$ とおくと、座標 $\mathbf{u}_0$ と $\mathbf{u}_1$ との関係は、次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{u}}_0 &= [\mathbf{R}' + \mathbf{t}'(\mathbf{m}' + \mathbf{m}'_\Delta)^T] \tilde{\mathbf{u}}_1 \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{t}' \mathbf{m}'_\Delta^T \mathbf{P}_0^{-1}) (\mathbf{R}' + \mathbf{t}' \mathbf{m}_0'^T) \tilde{\mathbf{u}}_0 \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{t}' \mathbf{m}'_\Delta^T \mathbf{P}_0) (\mathbf{R}' + \mathbf{t}' \mathbf{m}_0'^T) \tilde{\mathbf{u}}_0 \end{aligned} \quad (35)$$

式 (34) と式 (35) を比べることにより、次式が得られる。

$$\mathbf{P}_\Delta = \mathbf{t}' \mathbf{m}'_\Delta^T \mathbf{P}_0 \quad (36)$$

これにより、 $\mathbf{m}_0 \leftarrow \mathbf{m}_0 + \mathbf{m}_\Delta$ の更新を行う代わりに、 $\mathbf{m}'_0 \leftarrow \mathbf{m}'_0 + \mathbf{m}'_\Delta$ の更新を用いて $\mathbf{m}'$ を求めることが可能となる。すなわち、ここでは参照カメラ座標を基準とした平面パラメータ $\mathbf{m}'$ を求め、式 (33) を用いて $\mathbf{m}$ を得る。

以上をまとめ、平面パラメータ推定を定式化する。平面パラメータ $\mathbf{m}'_\Delta$ を推定する際の f は、次式で定義される。

$$f(\mathbf{m}'_\Delta) = I'_1[\mathbf{u}_0] - I_0[\mathbf{w}(\mathbf{u}_0; \mathbf{m}'_\Delta)] \quad (37)$$

このとき、 $\mathbf{D}$ の構成要素は次式で得られる。

$$\mathbf{D} = \mathbf{g} \mathbf{J} \mathbf{K} \quad (38)$$

$$\text{where } \mathbf{g} = \left[\frac{\partial I_0}{\partial \mathbf{w}_\Delta} \right]_{\mathbf{m}'_\Delta=0}, \quad \mathbf{J} = \left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{p}_\Delta} \right]_{\mathbf{m}'_\Delta=0} \quad (39)$$

$$\mathbf{K} = \left[\frac{\partial \mathbf{p}_\Delta}{\partial \mathbf{m}'_\Delta} \right]_{\mathbf{m}'_\Delta=0} \quad (40)$$

$\mathbf{g}$, $\mathbf{J}$ は、Inverse Compositional アルゴリズムを用いて射影変換行列を求める際に利用される画像勾配およびヤコビ行列と同等のものである (詳細は [2] を参照)。また、 $\mathbf{K}$ は、式 (36) の関係式によって求められ、 $\mathbf{P}_0$ の要素を $\{p_{ij}\}$ とし $\mathbf{t}' = (t'_1, t'_2, t'_3)^T$ とすると、次式のように書ける。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{111} & k_{121} & k_{131} & k_{112} & k_{122} & k_{132} & k_{113} & k_{123} & k_{133} \\ k_{211} & k_{221} & k_{231} & k_{212} & k_{222} & k_{232} & k_{213} & k_{223} & k_{233} \\ k_{311} & k_{321} & k_{331} & k_{312} & k_{322} & k_{332} & k_{313} & k_{323} & k_{333} \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\text{where } k_{ijk} = p_{ij} t'_k \quad (42)$$

この場合、 $\mathbf{g}$ は基準画像 I_0 の勾配であり、基準画像は $\mathbf{P}_0$ が更新されても変化することがない。よって、画像勾配 $\mathbf{g}$ は最初の計算で一度求めればよい。さらに、 $\mathbf{J}$ に関して、常に $\mathbf{m}'_\Delta = \mathbf{0}$ すなわち $\mathbf{p}_\Delta = \mathbf{0}$ において評価されるため、この値も繰り返し計算によって変化することはない。これらを考慮すると、ヘッセ行列 $\mathbf{H}$ およびベクトル $\mathbf{b}$ は次式ようになる。

$$\mathbf{H} = \mathbf{K}^T \left[\sum [\mathbf{J}^T \mathbf{g}^T \mathbf{g} \mathbf{J}] \right] \mathbf{K} = \mathbf{K}^T \mathbf{C} \mathbf{K} \quad (43)$$

$$\text{where } \mathbf{C} \equiv \left[\sum [\mathbf{J}^T \mathbf{g}^T \mathbf{g} \mathbf{J}] \right] \quad (44)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{K}^T \sum [\mathbf{J}^T \mathbf{g}^T f(0)] \quad (45)$$

ただし、 $f(0) = I'_1[\mathbf{u}_0] - I_0[\mathbf{u}_0]$ である。ここでは、 $\mathbf{C}$ は定数となり 1 回目の計算で得ることができる。 $\mathbf{K}$ は繰り返し計算のたびに計算しなければならないが、2 回目以降のヘッセ行列の計算は、 $\mathbf{K}$ と $\mathbf{C}$ との行列演算のみとなるため、演算量を大幅に短縮できることがわかる。また、 $\mathbf{b}$ に関して、1 回目の計算において各画素における $\mathbf{g}$, $\mathbf{J}$ の値を保持しておけば、計算時間の短縮ができる。次式が得られる。

5. 多眼カメラへの拡張

本章では、これまで述べてきた平面パラメータ推定の枠組みを多眼カメラへ拡張する。

前章 4. で述べた手法は、参照カメラ座標系における平面パラメータ $\mathbf{p}'$ を求めるように定式化されているため、多眼カメラを扱うには都合が悪い。これは、複数のカメラを用いた場合、個々のカメラ座標系における平面パラメータがそれぞれ別々に推定されてしまうからである。よって、基準カメラの座標系における平面パラメータを求める手法として改めて定式化する必要がある。

ここでは以下の逆行列の近似 [1] を利用する。 $\mathbf{P}_\Delta(\mathbf{m}_\Delta)$ を $\mathbf{m}_\Delta \simeq \mathbf{0}$ の関数とすると、次式が得られる。

$$(\mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta(\mathbf{m}_\Delta))^{-1} \simeq \mathbf{I} + \mathbf{P}_\Delta(-\mathbf{m}_\Delta) \quad (46)$$

よって、式 (23)(46) から、式 (36) の $\mathbf{P}_\Delta$ を次式のように改めることができる。

$$\mathbf{P}_\Delta = -\mathbf{P}_0^{-1} \mathbf{t} \mathbf{m}_\Delta^T \quad (47)$$

本論文では、多眼カメラを用いて平面パラメータを推定するために、誤差関数を、基準画像 I_0 と N 枚の参照画像 I_n , ($n = 1, 2, \dots, N$) との間の SSD を加算したもの (Sum of SSD) とする。

$$e(\mathbf{m}_\Delta) = \sum_{n=1}^N \left[\sum [f_n(\mathbf{m}_\Delta)]^2 \right] \quad (48)$$

$$\text{where } f_n(\mathbf{m}_\Delta) = I_0[\mathbf{w}(\mathbf{u}_0; \mathbf{m}_\Delta)] - I'_n[\mathbf{u}_0] \quad (49)$$

ここでは、式 (48) を最小にするような $\mathbf{m}_\Delta$ を求め、 $\mathbf{m}_0 \leftarrow \mathbf{m}_0 + \mathbf{m}_\Delta$ により平面パラメータを更新する。ただし、 I'_n は、式 (32) と同様に、 $\tilde{\mathbf{u}}_n = \mathbf{P}_0 \tilde{\mathbf{u}}'_n$ の関係が成立する画像である。

$f_n(\mathbf{m}_\Delta)$ を $\mathbf{m}_\Delta = \mathbf{0}$ 近傍でテイラー展開すると次式が得られる。

$$f_n \simeq f_n(0) + \mathbf{D}_n \mathbf{m}_\Delta \quad (50)$$

$$\text{where } \mathbf{D}_n = \mathbf{g} \mathbf{J}_n \mathbf{K}_n, \quad (51)$$

$$\mathbf{g} = \left[\frac{\partial I_0}{\partial \mathbf{w}_\Delta} \right]_{\mathbf{m}_\Delta=0}, \quad (52)$$

$$\mathbf{J} = \left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{p}_\Delta} \right]_{\mathbf{m}_\Delta=0}, \quad (53)$$

$$\mathbf{K}_n = \left[\frac{\partial \mathbf{p}_\Delta}{\partial \mathbf{m}_\Delta} \right]_{\mathbf{m}_\Delta=0} \quad (54)$$

この場合、 $\mathbf{K}$ は式 (27) と同じものとなり、 $\mathbf{P}_0$ が各参照カメラにおいて異なるため、添え字 n を付与している。

以上から、複数の参照カメラを利用した際の $\mathbf{H}, \mathbf{b}$ は次式となる。

$$\mathbf{H} = \sum_{n=1}^N [\mathbf{K}_n^T \mathbf{C}_n \mathbf{K}_n], \text{ where } \mathbf{C} = \sum [(J^T \mathbf{g}^T \mathbf{g} J)] \quad (55)$$

$$\mathbf{b} = \sum_{n=1}^N [\mathbf{K}_n^T \sum [J^T \mathbf{g}^T f(0)]] \quad (56)$$

6. 実 装

これまで4. および5. にて述べた Inverse Compositional アルゴリズムによる平面パラメータ推定手法は、正規化カメラを利用して定式化されているため、内部パラメータの影響に関し注意が必要である。

式 (39) および (52) における画像勾配 $\mathbf{g}$ は、基準画像の勾配を示しており、基準カメラの内部パラメータを利用して勾配を計算する。一方、 $\mathbf{J}$ は、参照画像の座標系において計算がなされるものであり、参照カメラの内部パラメータの影響を受ける。

この点を考慮すると、多眼カメラ処理における $\mathbf{J}$ は、各参照カメラにおいて異なるものとなる。すなわち、式 (55) および (56) は、次式となる。

$$\mathbf{H} = \sum_{n=1}^N [\mathbf{K}_n^T \mathbf{C}_n \mathbf{K}_n] \quad (57)$$

$$\text{where } \mathbf{C}_n = \sum [(J_n^T \mathbf{g}^T \mathbf{g} J_n)] \quad (58)$$

$$\mathbf{b} = \sum_{n=1}^N [\mathbf{K}_n^T \sum [J_n^T \mathbf{g}^T f(0)]] \quad (59)$$

7. 実験結果

上述のアルゴリズムの有効性を確認するために、合成環境を用いて実験を行った。まず、2台の平行カメラを利用して、射影変換行列の8パラメータを推定する場合と、平面に関する3パラメータを推定する場合の安定性について比較実験について述べ、次に、2眼カメラの場合と3眼カメラの場合に関する比較実験について述べる。

7.1 射影変換行列推定と平面パラメータ推定との比較

ここでは、Inverse Compositional アルゴリズムを利用した射影変換行列推定 (8パラメータ推定) [2] と、3. にて述べた Forward Compositional アルゴリズムを利用した平面パラメータ推定 (3パラメータ推定) [10]、および、4. にて述べた Inverse Compositional アルゴリズムを利用した平面パラメータ推定それぞれについて、推定精度および計算速度の比較を行った。ただし、推定精度に関する比較では、射影変換行列を推定した場合は平面までの距離は不定性が存在することを考慮し、平面の法線ベクトルに対する精度について比較した。射影変換行列から法線ベクトルを推定する方法は、Faugeras の手法 [3] を用いた。また、これらのプログラムは、Pentium 2.8GHz の Linux OS 上にて C 言語プログラムを用いて実装した。

ここでは、640x480 サイズの基準画像に対して 100x100 のマスク領域を設定し、その領域を利用して平面の法線ベクトル推定を行った。まず、特定の初期値を設定し、その初期値から平

面パラメータを正規乱数を用いてランダムに変化させ、ランダムな真値を生成する。その真値に対応する画像を生成し、初期値からの収束性能を評価した。実験に利用した2つのカメラの内部パラメータ $\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_1$ 、外部パラメータ $\mathbf{R}, \mathbf{t}$ 、および、平面パラメータの初期値 $\mathbf{m}_0$ は以下の値を用いた。

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 800 & 0 & 315.5 \\ 0 & 800 & 239.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$\mathbf{m}_0 = \frac{\mathbf{n}_0}{d_0}, \text{ where } \mathbf{n}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad d_0 = 15.24, \quad (62)$$

また、このとき利用した画像を図1に示す。

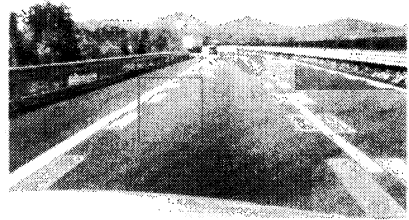


図1 Used image and mask region

平均0、標準偏差 σ の正規乱数を4個発生させ、3つの乱数を用いて平面法線を x, y, z 軸まわりに回転させると同時に、1つの乱数を0.05倍した値を用いて d に加算して、真値 $\mathbf{m}$ を生成した。各 σ に対して5000個の乱数を生成し、15回繰り返し計算を行った後に、推定された法線 $\hat{\mathbf{n}}$ と真値 $\mathbf{n}$ との角度差が 0.05° 以下になった場合を成功として、成功確率を比較した。

比較した結果を図2に示す。この図では、横軸に σ 、縦軸に成功確率を示している。それぞれのグラフは、上から順に、4. にて述べた Inverse Compositional アルゴリズムを利用した平面パラメータ推定、3. にて述べた Forward Compositional アルゴリズムを利用した平面パラメータ推定 [10]、Inverse Compositional アルゴリズムを利用した射影変換行列推定 [2] を示している。3パラメータ推定では、エピソード拘束を利用した画像変形のみを可能にするため、8パラメータ推定よりも安定に平面パラメータを推定することができる。この様子が同図に示されている。また、Baker らによって、Inverse Compositional と Forward Compositional の両アルゴリズムの等価性が示されており [2]、3パラメータ推定においても、この等価性が示されていると言える。

図3に、3つの手法における繰り返し計算ごとの画像間の

RMSEの変化を示した。このRMSEは、上述の推定に成功した場合において、 $\sigma = 30$ における画像RMSEの平均値を示している。ここでは、繰り返し計算ごとのRMSEの変化は、全ての手法が成功した場合では、8パラメータ推定においても3パラメータ推定とほぼ同様のRMSE変化が見られる。これは、エピソード拘束が定まるような画像変形であれば、8パラメータ推定においても3パラメータ推定と同様の画像変形が実現されており、上述の等価性に見られるように、平面パラメータ推定手法が8パラメータ推定手法と同様の性質を持つことが言える。

図4は、3つのアルゴリズムにおいて、各繰り返し計算終了時における経過時間を示したものである。ここでは、Inverse Compositionalを用いた3パラメータ推定では計算時間が長く、Forward Compositional アルゴリズムを用いた8パラメータ推定および3パラメータ推定の計算時間が短いことを示している。ただし、Inverse Compositional アルゴリズムを用いた場合、8パラメータと3パラメータ推定の計算時間はほとんど違いがない。これは、3パラメータ推定手法は、8パラメータ推定手法で利用する画像勾配 g およびヤコビ行列 J をそのまま利用しており、計算仮定における演算量にほとんど違いが生じないからである。しかし、Forward Compositional アルゴリズムを利用した手法は、従来から利用されている平面パラメータ推定手法(例えば[6][11])よりやや高速であることを考慮すると、Inverse Compositional アルゴリズムを利用して推定を行う方が、はるかに高速な計算が可能であることを示している。

7.2 2眼カメラと3眼カメラとの比較

次に、2眼カメラを用いた場合と3眼カメラを用いた場合の収束性能の比較を行った。比較方法は、前述の手法と同様に、平面パラメータ推定における初期値 m_0 を定め、正規ランダム変数を用いて真の画像を生成する方法を用いた。ただし、ここでは 50×50 サイズのマスクを設定し、画像に標準偏差2の正規ランダムノイズを加えている。

実験に利用した3つのカメラの内部パラメータ A_0, A_1, A_2 、基準カメラと参照カメラ(1)の間の外部パラメータ R_1, t_1 、基準カメラと参照カメラ(2)の間の外部パラメータ R_2, t_2 、および、平面パラメータの初期値 m_0 を以下に示す。

$$A_0 = A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 800 & 0 & 315.5 \\ 0 & 800 & 239.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$R_1 = R_2 = I, \quad t_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad t_2 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (64)$$

$$m_0 = \frac{n_0}{d_0}, \quad \text{where } n_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad d_0 = 15.24 \quad (65)$$

また、このとき利用した画像を図5に示す。

ここでは、基準カメラと参照カメラ(1)を2眼カメラとし、3つのカメラを用いた場合を3眼カメラとする。先ほどと同様

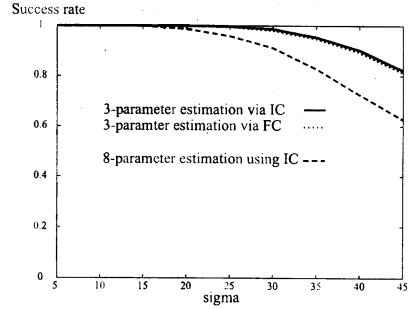


図2 Success rate of 8-parameter estimation vs. 3-parameter estimation

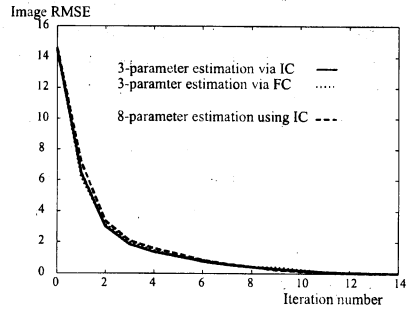


図3 Convergence rate of 8-parameter estimation vs. 3-parameter estimation (sigma=30)

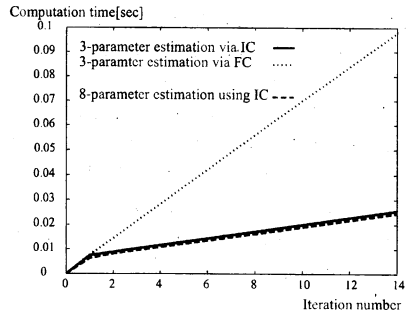


図4 Computational time rate of 3-parameter estimation

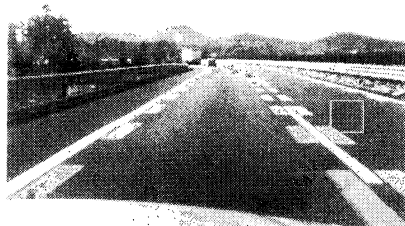


図5 Used image and mask region for 3-camera

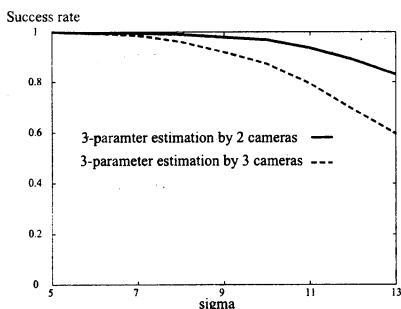


図6 Success rate of 2-camera vs. 3-camera

に、各 σ に対して5000個の乱数を生成し、15回繰り返し計算を行った後に、推定された法線 $\hat{n}$ と真値 n との角度差が 0.05° 以下になった場合を成功として、成功確率を比較した。

比較した結果を図6に示す。図5のマスク領域は、少ないテクスチャを持つ道路領域と、左斜め上方向にエッジを持つ白線によって構成されている。図6は、このような場合、左斜め上方向にエッジを持つ2眼カメラでは推定が不安定であり、これに対し、3眼カメラを利用すると安定な推定が可能であることを示している。

8. む す び

本論文では、キャリブレーションされたステレオカメラを用い、Gauss-Newton法による高速な平面パラメータ推定手法を検討した。本手法では、基準画像と参照画像の役割を入れ替える際にカメラ座標系の役割も入れ替えることにより、平面パラメータ推定にInverse Compositionalアルゴリズムを取り入れ、ヘッセ行列の計算コストを低減することにより高速化を実現した。また、本手法がエッジ拘束を利用した3自由度の画像座標変換を推定するため、8自由度の射影変換行列の推定よりも安定であることを示した。さらに、エッジラインに沿ったテクスチャがある場合には、2眼カメラでは安定な推定が行えないため、多眼アプリケーションに適した定式化を行い、手法の有効性を示した。

本手法は、ステレオ画像を利用した高精度な射影変換行列推定手法といえるため、射影変換行列の推定に基づく道路平面領域検出[8]に応用することが考えられる。また、本手法は平面パラメータ推定だけでなく、平面パラメータを既知としたカメラの外部パラメータ推定においても有効であるため、ego-motion推定に適用することを検討している。

文 献

- [1] S. Baker and I. Matthews. Equivalence and efficiency of image alignment algorithms. In *the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol. 1, pp. 1090–1097, 2001.
- [2] S. Baker and I. Matthews. Lucas-kanade 20 years on: A unifying framework. *International Journal of Computer Vision*, Vol. 56, No. 3, pp. 221–255, 2004.
- [3] O. Faugeras and F. Lustman. Motion and structure from motion in a piecewise planar environment. *Report de Recherche de l'INRIA*, 1988.

- [4] M. Gleicher. Projective registration with difference decomposition. In *the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 331–337, 1997.
- [5] G. D. Hager and P. N. Belhumeur. Efficient region tracking with parametric models of geometry and illumination. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 20, No. 10, pp. 1025–1039, October 1998.
- [6] Q. Ke and T. Kanade. Transforming camera geometry to a virtual downward-looking camera: Robust ego-motion estimation and ground-layer detection. In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol. 1, pp. 390–397, June 2003.
- [7] B. D. Lucas and T. Kanade. An iterative image registration technique with an approach to stereo vision. In *Image Understanding Workshop*, pp. 121–130, 1981.
- [8] M. Okutomi and W. Noguchi. Extraction of road region using stereo images. In *Proc. ICPR*, pp. 853–856, 1998.
- [9] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling. *Numerical Recipes in C* (日本語版). 技術評論社, 第9刷, June 1998.
- [10] H.-Y. Shum and R. Szeliski. Construction of panoramic image mosaics with global and local alignment. *International Journal of Computer Vision*, Vol. 36, No. 2, pp. 101–130, February 2000.
- [11] G. Stein, O. Mano, and A. Shashua. A robust method for computing vehicle ego-motion. In *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pp. 362–368, October 2000.
- [12] 関見仁, 奥富正敏. 平面の検出・姿勢推定を利用した一般道路環境下におけるロバストな障害物検出. 電子情報通信学会技術研究報告 (ITS2005), Vol. 105, No. 259, pp. 13–18, September 2005.
- [13] 張馴權, 清水雅夫, 奥富正敏. 画像のレジストレーションにおける同時推定法の高速度化手法. 情報処理学会研究報告 (コンピュータビジョンとイメージメディア 2005-CVIM-147), Vol. 2005, No. 4, pp. 51–58, January 2005.