

非反復2次元線形判別分析による顔認識

井上 光平[†] 浦浜 喜一[†]

[†]九州大学 大学院芸術工学研究院 視覚情報部門
福岡市南区塩原 4-9-1

E-mail: †{k-inoue,urahama}@design.kyushu-u.ac.jp

あらまし 画像データに線形判別分析 (LDA) を適用する場合、各画像の画素値を1列に並べてベクトルデータにする必要があり、それによってベクトルの次元数が増加し、計算が困難になるという問題がある。最近、Yeらは画像などの行列データをベクトル化なしでそのまま扱える2次元線形判別分析 (2DLDA) を提案した。2DLDAが変換行列を反復計算で求めるのに対し、本論文では、反復計算なしで2DLDAと同程度の識別率が得られる非反復2DLDAを提案する。顔画像を用いた個人識別の実験により、提案手法は従来の2DLDAよりも少ない計算量で同程度の識別率を達成できることを示す。

キーワード 2次元線形判別分析, 行列, 非反復アルゴリズム, 顔認識

Non-Iterative Two-Dimensional Linear Discriminant Analysis for Face Recognition

Kohei INOUE[†] and Kiichi URAHAMA[†]

[†] Department of Visual Communication Design, Kyushu University
Fukuoka-shi, 815-8540 Japan

E-mail: †{k-inoue,urahama}@design.kyushu-u.ac.jp

Abstract Linear discriminant analysis (LDA) is a well-known scheme for feature extraction and dimensionality reduction of labeled data in a vector space. Recently, LDA has been extended to two-dimensional LDA (2DLDA), which is an iterative algorithm for data in matrix representation. In this paper, we propose non-iterative algorithms for 2DLDA. Experimental results show that the non-iterative algorithms achieve competitive recognition rates with the iterative 2DLDA, while they are computationally more efficient than the iterative 2DLDA.

Key words two-dimensional linear discriminant analysis, matrix, non-iterative algorithm, face recognition

1. ま え が き

線形判別分析 (linear discriminant analysis: LDA) はラベル付きベクトルデータの次元削減手法の1つであり、画像などの行列データを扱うときには、行列の全要素を1列に並べ直すという操作によって予め行列をベクトルに変換しておく必要がある。しかし、このような変換によってベクトルの次元数は行列の要素数と同じになり、変動行列 (scatter matrix) [1] が正則でなくなるという問題が生じることがある。この問題は特異性問題 (singularity problem [2]) あるいは少標本数問題 (small sample size (SS) problem [3]) と呼ばれており、従来のLDAにおける根本的な問題として知られている。

そこで、Liら[4]とXiongら[5]と植木ら[6]は画像クラス間変動行列 (image between-class scatter matrix) と画像クラス

内変動行列 (image within-class scatter matrix) に基づく2次元線形判別分析 (two-dimensional LDA: 2DLDA) 法を提案した。これらの方法は行列からベクトルへの変換を行わないので次元数の増加に伴う特異性問題を自然に回避できる。Liuら[7]も同様の方法を10年以上前に提案している。またYangら[8]とSongら[9]は無相関性や直交性を考慮した方法を提案した。しかし、これらの方法では行列の列数しか削減されず、行数はもとのままである。それに対して、Yangら[3]は列数と行数を順次削減する2段階アルゴリズムを提案し、それをやはり2DLDAと呼んだ。この方法は、各段階では最適変換行列を求めるが、列数を削減して行数を削減するという順序に依存した方法であるため、代替手法として行数を削減して列数を削減するという方法も考えられる。

Yangら[3]の2段階アルゴリズムの順序依存性を解消する方

法として、Ye ら [2] は行方向の変換行列と列方向の変換行列を交互に修正するのを何回か繰り返す反復アルゴリズムを提案した。しかし Ye ら [2] の実験では、反復回数を増やしても識別率はわずかに増減するだけであることが示されており、この結果から Yang らは反復を 1 回でやめる方法を採用している。この方法は上述の 2 段階アルゴリズムの代替手法に一致する。

本論文では、Yang ら [3] の 2DLDA とその代替手法（すなわち、Ye ら [2] が採用した反復を 1 回でやめる方法）のうち、一般化フィッシャー基準（generalized Fisher criterion [8]）の値が大きいほうを選択する方法を提案する。また、行方向の変換行列と列方向の変換行列をそれぞれ独立に求める方法も提案する。前者を選択的（selective）アルゴリズム、後者を並列（parallel）アルゴリズムと呼ぶことにする。これら 2 つの提案手法が Ye らの反復アルゴリズムよりも少ない計算量で同程度の識別率を達成できることを、顔画像を用いた個人識別の実験で示す。

以下、2 章では Ye ら [2] の 2DLDA を概説し、彼らの反復アルゴリズムが一般化フィッシャー基準を必ずしも増加させないことを実験で示す。3 章では 2DLDA の選択的アルゴリズムと並列アルゴリズムを提案し、4 章に実験結果を示す。

2. Ye ら [2] の 2DLDA

m 枚のモノクロ画像が与えられ、 i 番目の画像を $A_i \in \mathbb{R}^{n \times c}$ ($i = 1, \dots, m$) とする。各画像は n 個のクラス $\Pi_1, \dots, \Pi_n$ のいずれかに属し、 Π_j に属する画像の枚数を n_j ($j = 1, \dots, n$) とする。 j 番目のクラスの平均画像を $M_j = \sum_{A_i \in \Pi_j} A_i / n_j$ とし、全画像の平均画像を $M = \sum_{j=1}^n \sum_{A_i \in \Pi_j} A_i / m$ とする。変換行列を $L \in \mathbb{R}^{n \times l_1}$, $R \in \mathbb{R}^{c \times l_2}$ とし、各 A_i を $B_i = L^T A_i R$ で $B_i \in \mathbb{R}^{l_1 \times l_2}$ に変換する。変換後の空間でのクラス内、クラス間距離（の 2 乗）をそれぞれ

$$D_w = \text{tr} \left(\sum_{j=1}^n \sum_{A_i \in \Pi_j} L^T (A_i - M_j) R R^T (A_i - M_j)^T L \right) \quad (1)$$

$$D_b = \text{tr} \left(\sum_{j=1}^n n_j L^T (M_j - M) R R^T (M_j - M)^T L \right) \quad (2)$$

とする。ここで tr は行列のトレースを表す。一般化フィッシャー基準を $f(L, R) = D_b / D_w$ とし、 $\max_{L, R} f(L, R)$ によって L, R を求める。 L も R も陽には解けないので、まず $R = (I_{l_2}, 0)^T$ と固定して L を計算する。次に L を固定して R を計算する。このように L と R の一方を固定して他方を求めるという操作を何回か繰り返すのが Ye ら [2] の反復アルゴリズムであり、まとめると次のようになる。

Iterative 2DLDA

Step 1: R を $R_0 = (I_{l_2}, 0)^T$ と初期化し、反復回数を表す変数を $k = 1$ と初期化する。

Step 2: $S_w^R = \sum_{j=1}^n \sum_{A_i \in \Pi_j} (A_i - M_j) R_{k-1} R_{k-1}^T (A_i - M_j)^T$ と $S_b^R = \sum_{j=1}^n n_j (M_j - M) R_{k-1} R_{k-1}^T (M_j - M)^T$ を計算する。

Step 3: $(S_w^R)^{-1} S_b^R$ の第 1, ..., l_1 固有ベクトル $\phi_1^L, \dots, \phi_{l_1}^L$ を計算し、 $L_k = [\phi_1^L, \dots, \phi_{l_1}^L]$ とする。

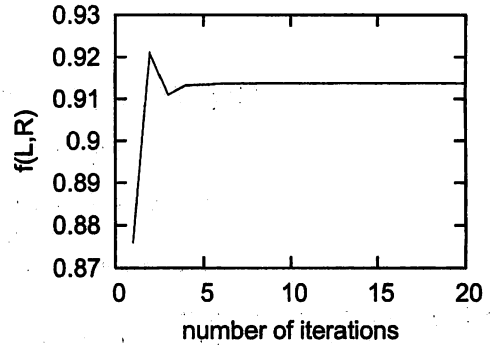


図 1 $f(L, R)$ の変化

Step 4: $S_w^L = \sum_{j=1}^n \sum_{A_i \in \Pi_j} (A_i - M_j)^T L_k L_k^T (A_i - M_j)$ と $S_b^L = \sum_{j=1}^n n_j (M_j - M)^T L_k L_k^T (M_j - M)$ を計算する。

Step 5: $(S_w^L)^{-1} S_b^L$ の第 1, ..., l_2 固有ベクトル $\phi_1^R, \dots, \phi_{l_2}^R$ を計算し、 $R_k = [\phi_1^R, \dots, \phi_{l_2}^R]$ とする。

Step 6: k を 1 だけ増やし、 $k < k_{\max}$ なら Step 2 に戻る。その他は $L = L_{k_{\max}}, R = R_{k_{\max}}$ を出力して終了する。ここで $k_{\max}$ は反復回数の最大値である。

この反復アルゴリズムは L と R を交互に最適化するので反復のたびに $f(L, R)$ は単調に増加するように思えるが、実際には $f(L, R)$ は必ずしも単調には増加しない。ORL 顔画像データベースでの例を図 1 に示す。図の横軸は反復回数であり、縦軸は $f(L, R)$ の値である。反復 2 回目から 3 回目まで $f(L, R)$ の値が減少しているのが分かる。この例では $l_1 = l_2 = 10$ とした。このように $f(L, R)$ は必ずしも単調増加ではないので、適切な反復停止条件を設定するのは困難である。また Ye ら [2] の実験では反復を繰り返しても識別率はほとんど改善されず、微小な増減を繰り返すことが示されている。そこで Ye ら [2] は反復を 1 回でやめるという方法を採用して計算量を削減した。

3. 非反復 2DLDA

本章では、2DLDA の非反復アルゴリズムを 2 つ提案する。

3.1 選択的アルゴリズム

Ye ら [2] が採用した反復 2DLDA を 1 回目の反復でやめる方法では $R = (I_{l_2}, 0)^T$ と初期化して L と R を順に計算する。これに対して $L = (I_{l_1}, 0)^T$ と初期化して R と L を順に計算するという代替手法も考えられる。そこでこれら 2 つのうち $f(L, R)$ の値が大きいほうを採用する方法を提案し、選択的アルゴリズムと呼ぶことにする。具体的な手順は以下の通りである。

Selective Algorithm

Step 1: R を $R = (I_{l_2}, 0)^T$ と初期化し、 L と R を順に計算し、計算結果をそれぞれ $L^{(1)}, R^{(1)}$ とする。

Step 2: L を $L = (I_{l_1}, 0)^T$ と初期化し、 R と L を順に計算し、計算結果をそれぞれ $R^{(2)}, L^{(2)}$ とする。

Step 3: $f(L^{(1)}, R^{(1)}) \geq f(L^{(2)}, R^{(2)})$ なら $L = L^{(1)}, R = R^{(1)}$

を出力し、その他は $L = L^{(2)}, R = R^{(2)}$ を出力する。

3.2 並列アルゴリズム

上記の選択的アルゴリズムでは L と R のうち、一方を計算した結果を使って他方を計算するので両者の間には依存関係がある。それに対してここでは L と R をそれぞれ独立に計算するアルゴリズムを提案する。まず、行対行のクラス内、クラス間変動行列をそれぞれ

$$S_w^r = \sum_{j=1}^n \sum_{A_i \in \Pi_j} (A_i - M_j)(A_i - M_j)^T \quad (3)$$

$$S_b^r = \sum_{j=1}^n n_j (M_j - M)(M_j - M)^T \quad (4)$$

と定義する。最適な L を求める問題は $\max_L \text{tr}(L^T S_b^r L) / \text{tr}(L^T S_w^r L)$ と表されるが、この値は L を定数倍しても変わらないので、このままでは L は一意に定まらない。そこで、このような不定性をなくすために

$$\begin{aligned} \max_L \quad & \text{tr}(L^T S_b^r L) \\ \text{subj.to} \quad & L^T S_w^r L = I_{l_1} \end{aligned} \quad (5)$$

と再定式化する。ここで I_{l_1} は l_1 次の単位行列である。次に、 S_w^r の固有値分解を $S_w^r = U \Lambda U^T$ とする。 Λ は S_w^r の固有値を対角要素とする対角行列であり、 U は各固有値に対応する固有ベクトルを各列にもつ直交行列である。 $\tilde{L} = \Lambda^{-1/2} U^T L$ を式(5)に代入すると $\tilde{L}$ に関する最適化問題

$$\begin{aligned} \max_{\tilde{L}} \quad & \text{tr}(\tilde{L}^T \Lambda^{-1/2} U^T S_b^r U \Lambda^{-1/2} \tilde{L}) \\ \text{subj.to} \quad & \tilde{L}^T \tilde{L} = I_{l_1} \end{aligned} \quad (6)$$

が得られる。行列 $\Lambda^{-1/2} U^T S_b^r U \Lambda^{-1/2}$ の第 $1, \dots, l_1$ 固有ベクトルを $\tilde{\phi}_1, \dots, \tilde{\phi}_{l_1}$ とすると、式(6)の最適解は $\tilde{L} = [\tilde{\phi}_1, \dots, \tilde{\phi}_{l_1}]$ と表される。これから式(5)の最適解は $L = U \Lambda^{-1/2} \tilde{L}$ となる。

次に列対列のクラス内、クラス間変動行列をそれぞれ

$$S_w^c = \sum_{j=1}^n \sum_{A_i \in \Pi_j} (A_i - M_j)^T (A_i - M_j) \quad (7)$$

$$S_b^c = \sum_{j=1}^n n_j (M_j - M)^T (M_j - M) \quad (8)$$

と定義し、 R を

$$\begin{aligned} \max_R \quad & \text{tr}(R^T S_b^c R) \\ \text{subj.to} \quad & R^T S_w^c R = I_{l_2} \end{aligned} \quad (9)$$

で求める。ここで I_{l_2} は l_2 次の単位行列である。 S_w^c の固有値分解を $S_w^c = V \Sigma V^T$ とする。 Σ は S_w^c の固有値を対角要素とする対角行列であり、 V は各固有値に対応する固有ベクトルを各列にもつ直交行列である。 $\tilde{R} = \Sigma^{-1/2} V^T R$ を式(9)に代入すると $\tilde{R}$ に関する最適化問題

$$\max_{\tilde{R}} \text{tr}(\tilde{R}^T \Sigma^{-1/2} V^T S_b^c V \Sigma^{-1/2} \tilde{R})$$



図2 顔画像の例

$$\text{subj.to} \quad \tilde{R}^T \tilde{R} = I_{l_2} \quad (10)$$

が得られる。行列 $\Sigma^{-1/2} V^T S_b^c V \Sigma^{-1/2}$ の第 $1, \dots, l_2$ 固有ベクトルを $\tilde{\psi}_1, \dots, \tilde{\psi}_{l_2}$ とすると、式(10)の最適解は $\tilde{R} = [\tilde{\psi}_1, \dots, \tilde{\psi}_{l_2}]$ と表される。これから式(9)の最適解は $R = V \Sigma^{-1/2} \tilde{R}$ となる。以上をまとめると並列アルゴリズムは次のようになる。

Parallel Algorithm

Step A1: S_w^r, S_b^r を計算する。

Step A2: 固有値分解 $S_w^r = U \Lambda U^T$ を計算する。

Step A3: 行列 $\Lambda^{-1/2} U^T S_b^r U \Lambda^{-1/2}$ の第 $1, \dots, l_1$ 固有ベクトル $\tilde{\phi}_1, \dots, \tilde{\phi}_{l_1}$ を計算し、 $\tilde{L} = [\tilde{\phi}_1, \dots, \tilde{\phi}_{l_1}]$ とする。

Step A4: $L = U \Lambda^{-1/2} \tilde{L}$ を計算する。

Step B1: S_w^c, S_b^c を計算する。

Step B2: 固有値分解 $S_w^c = V \Sigma V^T$ を計算する。

Step B3: 行列 $\Sigma^{-1/2} V^T S_b^c V \Sigma^{-1/2}$ の第 $1, \dots, l_2$ 固有ベクトル $\tilde{\psi}_1, \dots, \tilde{\psi}_{l_2}$ を計算し、 $\tilde{R} = [\tilde{\psi}_1, \dots, \tilde{\psi}_{l_2}]$ とする。

Step B4: $R = V \Sigma^{-1/2} \tilde{R}$ を計算する。

このアルゴリズムでは L と R を独立に求めるので、Step A1, ..., A4 と Step B1, ..., B4 を入れ替えてもよい。 L, R が求まったら各 A_i を $B_i = L^T A_i R$ ($i = 1, \dots, m$) に変換する。

3.3 識別則

テスト画像を A とする。ここでは最近傍識別則によって A をクラス

$$j^* = \arg \min_{j \in \{1, \dots, n\}} \left(\min_{B_i \in \Pi_j} \|B_i - A\|_F^2 \right) \quad (11)$$

に分類する。ここで $B = L^T A R$ であり、 $\|\cdot\|_F$ はフロベニウスノルムを表す。

4. 実験結果

本章では、ORL 顔画像データベース [10] を用いて 2DLDA の反復アルゴリズムと非反復アルゴリズムの識別率と計算時間を比較する。ORL データベースは 40 人の顔画像からなり、1 人につき 10 枚の異なる顔画像がある。つまり画像の総数は 400 枚である。画像サイズは 112×92 、すなわち $r = 112, c = 92$ である。図 2 に画像例を示す。各人の画像から 5 枚を学習データとして選び、残りの 5 枚をテストデータとした。つまり学習

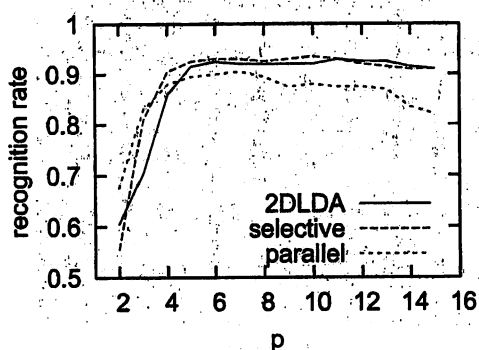


図3 識別率

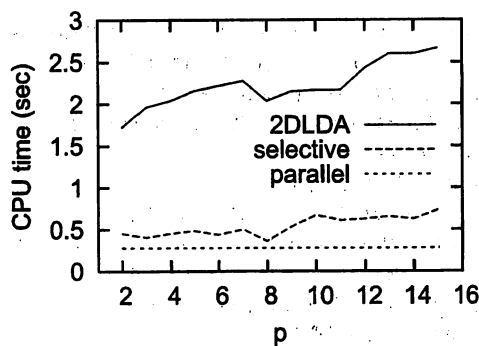


図4 L, R の計算時間

データとテストデータの個数はどちらも 200 である。すなわち $m = 200$ とした。本実験では $l_1 = l_2 = p$ として、 p を 2 から 15 まで変化させたときの識別率と計算時間を調べた。図 3 に識別率を示す。横軸は p であり、縦軸は識別率である。実線は Ye ら [2] の反復アルゴリズムであり、反復回数は 10 回とした。破線は選択的アルゴリズムであり、点線は並列アルゴリズムである。ほとんどの p で選択的アルゴリズムは反復アルゴリズムよりも識別率が高い。並列アルゴリズムは反復アルゴリズムよりも識別率が高いところもあるが、低いところのほうが多い。

次に L と R の計算に要する時間を図 4 に示す。横軸は p であり、縦軸は計算時間である。図 3 と同じく実線は反復アルゴリズム、破線は選択的アルゴリズム、点線は並列アルゴリズムである。選択的アルゴリズムの計算時間は反復アルゴリズムの約 1/4 であり、並列アルゴリズムは更にその約半分である。

5. む す び

2次元線形判別分析 (2DLDA) の非反復アルゴリズムとして、選択的アルゴリズムと並列アルゴリズムを提案し、従来の反復アルゴリズムと同程度の識別率を少ない計算量で達成できることを実験で示した。Foley ら [11] の判別分析や Jin ら [12] の無相関判別分析などへの拡張が今後の課題である。

謝辞 本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金 (若手 B, 17700197) による。

文 献

- [1] 石井健一郎, 上田修功, 前田英作, 村瀬洋, わかりやすいパターン認識, オーム社, 1998.
- [2] J. Ye, R. Janardan and Q. Li, "Two-Dimensional Linear Discriminant Analysis," *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS 2004)*, vol. 17, pp. 1569-1576, 2004.
- [3] J. Yang, D. Zhang, X. Yong and J. Yang, "Two-Dimensional Linear Discriminant Transform for Face Recognition," *Pattern Recognition*, vol. 38, no. 7, pp. 1125-1129, 2005.
- [4] M. Li and B. Yuan, "2D-LDA: A novel statistical linear discriminant analysis for image matrix," *Pattern Recognition Letters*, vol. 26, no. 5, pp. 527-532, 2005.
- [5] H. Xiong, M.N.S. Swamy and M.O. Ahmad, "Two-dimensional FLD for face recognition," *Pattern Recognition*, vol. 38, no. 7, pp. 1121-1124, 2005.
- [6] 植木一也, 林田脚英, 小林哲則, "多様な照明環境の前画像を使用した年齢層の識別," *信学技報*, vol. 105, no. 375, PRMU2005-95, pp. 13-18, Oct. 2005.
- [7] K. Liu, Y. Cheng and J. Yang, "Algebraic feature extraction for image recognition based on an optimal discriminant criterion," *Pattern Recognition*, vol. 26, no. 6, pp. 903-911, 1993.
- [8] J. Yang, J. Yang, A.F. Frangi and D. Zhang, "Uncorrelated projection discriminant analysis and its application to face image feature extraction," *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 17, no. 8, pp. 1325-1347, 2003.
- [9] F. Song, S. Liu and J. Yang, "Orthogonalized Fisher discriminant," *Pattern Recognition*, vol. 38, no. 2, pp. 311-313, 2005.
- [10] F. Samaria and A. Harter, "Parameterisation of a Stochastic Model for Human Face Identification," *Proceedings of 2nd IEEE Workshop on Applications of Computer Vision*, 1994.
- [11] D.H. Foley and J.W. Sammon Jr., "An optimal set of discriminant vectors," *IEEE Trans. Comput.*, vol. 24, no. 3, pp. 281-289, 1975.
- [12] Z. Jin, J.-Y. Yang, Z.-S. Hu and Z. Lou, "Face recognition based on the uncorrelated discriminant transformation," *Pattern Recognition*, vol. 34, no. 7, pp. 1405-1416, 2001.