2006－CVIM－154 (39)
2006／5／19

黒体放射の仮定を用いた光源制約による色恒常性

川上 玲 高松 淳 池内 克史
東京大学 情報理工学系研究科 電子情報学専攻

あらまし 色温度の異なる二つの黒体放射光源下での色を入力として色恒常性問題を解く手法を提案する．黒体放射をプランクの精密な式によりモデル化し，更にカメラセンサのナローバンド仮定を導入することにより，解析的に物体色を推定する．実験から，ナローバンドの仮定や黒体放射のモデル化誤差がどの程度推定結果に影響するかを考察する．

Color Constancy from Blackbody Illumination

Rei Kawakami, Jun Takamatsu, and Katsushi Ikeuchi
Information and Communication Engineering,
Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo

Abstract We propose a color constancy method inputting two chromaticities of an identical surface taken under two blackbody illuminations. By using Planck formula for modelling spectrum of illumination, and by assuming that the camera sensitivity function is sufficiently narrowband, surface colors can be estimated mathematically. We discuss the effect of modeling error from experiments.

1 はじめに

近年文化財の保護などを目的とした現実感の高いモデルの生成が盛んであるが，照明光により変化する物体の色から物体に固有な色を推定する，いわゆる色恒常性問題が重要な課題となっている．現実を忠実にモデル化する上で，色は物体を特徴づける重要な要素である．物体の色は物体表面の分光反射率と光源の分光分布の積で決定されるため，通常，未知の反射率を推定する場合，既知の光源下で色を計測し反射率を算出する．しかし屋外などの照明が人工的に制御できない環境下では，カメラなどのセンサから得られた色からの色恒常性が実現できれば非常に有益となる．

色恒常性はコンピュータビジョンにおける多くの問題に影響を及ぼすため，これまでに数多くの手法が提案されてきている．これらの手法は，対象物体によって Dichromatic モデルに基づく手法と，拡散反射を扱う手法の二つに大別できる．前者 [10,11] は入力画像中に金属光沢のようなハイライトが含まれる必要があるが，後者 [1–3,9,12,13] は拡散反射物体を対象とする．我々の対象とする物体は拡散反射物体であるので，後者に着目する．

拡散反射物体を対象とする手法のほとんどは，均等な照明下での単一画像を入力とする．これらの手法は対象とする物体色に強い制約がある．たとえば事前にデータベース化された物体色しか扱えない．また入力画像中に含まれる物体色の種類が少数である場合，推定が正しく行えない [12,13]．これに代わる手法として，光源色（照明色）を変化させ色恒常性を実現する手法が提案された [1–3]．光源色の変化は強力な条件であり，色恒常性問題を解く鍵となる．D'zmura は光源の分光分布や表面の分光反射率を低次元の基底の線形和で近似し，色恒常性問題を線形に解く手法を提案した [2]．この手法の欠点の一つは実画像に対して推定が不安定になることが挙げられる．Ohta らは [2] の仮定に更に CIE 昼光の制約を加え，推定を安定化した [9]．Finlayson らは二種類の光源下で物体色を撮影し，光源色の変化が逆色度空間で直線で近似できるという仮定を用いた推定を行った [3]．Barnard らはなめらかに変化する照明下で撮影された画像に対し Retinex 理論 [7] を実装し，異なる光源下での物体色を自動的に獲得して Finlayson らの手法 [3] を用い推定を行った [1]．

本稿では，光源に黒体放射を仮定しても光源色の推定が数値解析的に解けることを証明する．[3] や [1] と同様，センサの感度にナローバンドを仮定する．ただし，[3] や [1] は光源が逆色度空間で直線上を振舞うと仮定したが，筆者らは黒体放射を仮定する点が異なる．

シミュレーション及び実データを用いた実験により，提案手法の性能を評価する．

以降の章立ては次の通りである．2章では物理法則や仮定に基づく色恒常性の定式化と光源色度の定式化について述べる．3章では提案手法を述べる．4章ではシミュレーション実験と，実データを用いた実験結果を示す．5章では結果に基づきモデル化誤差の影響について考察する．最後に6章で本稿についてまとめる．

2 物理的基礎

2.1 色恒常性

人間やカメラが感知する色とは，光源から放射された光が物体表面で反射し，それがセンサのカラーフィルタを通過して得られたものである．色恒常性は，得られた色から逆の過程を辿り，物体表面の反射率や光源の色を推定する作業である．我々はこの作業を，色度における反射率/光源の分離と帰着する．すなわち，次のような式

$$i_c = s_c e_c \qquad c = \{r, g\} \tag{1}$$

において，画像色度 i_c から物体の反射率の色度 s_c と光源の色度 e_c の値を推定することに帰着する．ただし，色度とはカメラや人間の目といったカラーセンサにおける各フィルタ（例えば R, G, B）の輝度値の比のことで，次式のように B による正規化として定義する．

$$i_r = \frac{I_R}{I_B} \quad , \quad i_g = \frac{I_G}{I_B} \tag{2}$$

この定義の下では，式(1)の関係が成立する．

式(1)の導出は，物理的なカメラモデルにナローバンドの仮定[1]を置き，これを色度空間に変換することで行える．詳細は以下の通りである．デジタルカメラなどのデバイスで物体を撮影した場合，光源から放射された光が物体表面で反射し，カメラのカラーフィルタを通過して得られる画素値 I_c は次式(3)のように表せる．

$$I_c = \tau \int_\Omega S(\lambda) E(\lambda) q_c(\lambda) d\lambda \qquad c = \{R, G, B\} \tag{3}$$

$$\simeq \tau\, S_c E_c \qquad (S_c = S(\lambda_c),\ E_c = E(\lambda_c)) \tag{4}$$

ただし $S(\lambda)$ は物体表面の分光反射率，$E(\lambda)$ は光源の分光分布，q_c はカラーフィルタの分光感度であり c はフィルタの種類を表す．積分範囲は可視光領域 (Ω) である．τ は絞り，シャッタースピード，電気的な増幅によるカメラのゲインを表す．ナローバンドの仮定から，$q_c(\lambda) \simeq \delta(\lambda - \lambda_c)$ であるから，式(4)が得られる．

反射率と光源の輝度の分離には，スケールの曖昧性があることが知られている．すなわち，暗い表面と明るい照明の組み合わせなのか，その逆なのかを見た目から区別することはできない．したがって，色恒常性ではフィルタ毎の輝度値の比（色度）の推定が行えれば十分である．式(4)を既に述べた色度の定義（式(2)）に代入すると式(1)が得られる．ただし $s_r = S_R/S_B$，$s_g = S_G/S_B$ であり，e_c に関しても同様である．

2.2 光源色度

自然界に存在する光源は，熱発光するものがほとんどである．熱発光する光源の分光分布は，黒体放射で近似できる（多くの自然光源も黒体放射で近似できることが実験的に報告されている [6]）．そこで本稿では，光源色度を黒体放射を用いて表す．黒体放射とは黒体を熱したときに放射される光の分光分布のことで，温度の関数である．したがって，光源色度も温度の関数となる．二次元ベクトルである色度を，単一パラメータ (温度 T) で表現できるので，有用である．

光源色度の式は，光源色度を $\vec{e} = [e_r, e_g]^t$，黒体放射を $M(\lambda)$ とすると，ナローバンドカメラの仮定と色度の定義 (式(2)) より，

$$e_r(T) = \frac{M(\lambda_R, T)}{M(\lambda_B, T)} \quad , \quad e_g(T) = \frac{M(\lambda_G, T)}{M(\lambda_B, T)} \tag{5}$$

となる．$\lambda_R, \lambda_G, \lambda_B$ はカラーフィルタの分光感度の中心波長である．T は温度 (K) で，色温度と呼ばれる．Planck の式より黒体放射は，

$$M(\lambda, T) = c_1 \lambda^{-5} [\exp(c_2/\lambda T) - 1]^{-1} \tag{6}$$

と書ける．ただし c_1,c_2 は定数で，それぞれ 3.7418×10^{-16}(Wm^2)，1.4388×10^{-2}(mK)，λ は波長 (m) である．式(6)を式(5)に代入すると，結局，

$$\begin{aligned} e_r(T') &= k_r \frac{\Phi_b(T')}{\Phi_r(T')} \qquad \left(k_r = \frac{\lambda_B^5}{\lambda_R^5}\right) \\ e_g(T') &= k_g \frac{\Phi_b(T')}{\Phi_g(T')} \qquad \left(k_g = \frac{\lambda_B^5}{\lambda_G^5}\right) \end{aligned} \tag{7}$$

となる．ただし $T' = c_2/T$ とし，

$$\begin{aligned} \Phi_r(T') &= \exp(T'/\lambda_R) - 1 \\ \Phi_g(T') &= \exp(T'/\lambda_G) - 1 \\ \Phi_b(T') &= \exp(T'/\lambda_B) - 1 \end{aligned} \tag{8}$$

とおいている．

[1] センサのカラーフィルタの感度は特定の波長 λ_c を中心として非常に狭い帯域に集中していると仮定する．すなわち，q_c は λ_c を中心としたデルタ関数で近似できるとする．

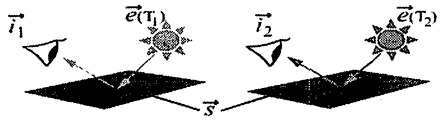

Fig. 1: 問題設定．二種類の黒体光源下での色から，色温度を推定する．

3 提案手法

3.1 問題設定

色恒常性は色温度 T を推定することと等価である．というのも，色恒常性は本来，反射率の色度を推定する問題であるが，式 (1) より反射率と光源色は相互依存の関係にあるので，反射率と光源色はどちらかが推定できればよい．また，式 (7) にあるように光源色は色温度 T で表せるからである．

今，ある物体を色温度の異なる二つの光源下（そのときの色温度を T_1, T_2 とする）で撮影した画像色度から，それぞれの光源の色温度を推定することを考える（図 1）．二つの画像色度をそれぞれ，$\vec{i_1} = [i_{r1}, i_{g1}]^t$，$\vec{i_2} = [i_{r2}, i_{g2}]^t$ とすると，反射率が等しいことから，

$$i_{r1}\Phi_r(T_1')\Phi_b(T_2') - i_{r2}\Phi_r(T_2')\Phi_b(T_1') = 0 \qquad (9)$$

$$i_{g1}\Phi_g(T_1')\Phi_b(T_2') - i_{g2}\Phi_g(T_2')\Phi_b(T_1') = 0 \qquad (10)$$

という条件を導くことができる．以降，式 (9) の左辺を $\Theta_r(T_1', T_2')$，式 (10) の左辺を $\Theta_g(T_1', T_2')$ とおく．この二つの式から，T_1', T_2' が一意に決定されれば色恒常性が解決できる．

式 (9) および (10) の導出は，以下の通りである．反射率が等しいことから，式 (1) より

$$\begin{aligned} i_{r1}/e_{r1} - i_{r2}/e_{r2} &= 0 \\ i_{g1}/e_{g1} - i_{g2}/e_{g2} &= 0 \end{aligned} \qquad (11)$$

である．一方，光源色度は式 (7) を用いて，

$$\begin{aligned} 1/e_r &= \Phi_r(T')/k_r\Phi_b(T') \\ 1/e_g &= \Phi_g(T')/k_g\Phi_b(T') \end{aligned} \qquad (12)$$

と表せる．式 (12) を式 (11) に代入し，分母を払って整理すると式 (9) および式 (10) が得られる．

3.2 解法

おおよそのアルゴリズムを図 2 に示す．式 (9) 及び (10) は，非線形最適化手法により二乗和を最小化することで解く方法もありえるが，関数の特性上安定に収束しない．そこで本論文では，囲い込み法を用いた安定な解法を提案する．

このアルゴリズムを実現するためには，次の二点，

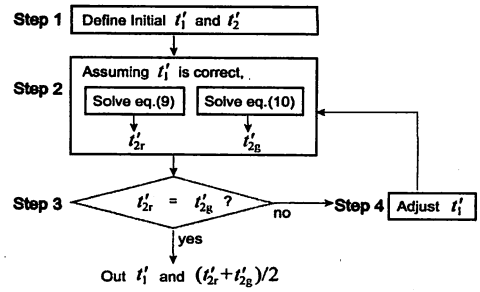

Fig. 2: 解法の概要．t_{2r} と t_{2g} が十分近ければ，解として出力する．

- 式 (9) と式 (10) をどのように解くか (Step 2)
- t_{2r}' と t_{2g}' の差が減少する場合の t_1' の決定 (Step 4)

を決める必要がある．以下，3.2.1 節では，前者の解決方法を述べる．3.2.2 節では，後者の解決方法を述べる．

3.2.1 ステップ 2 の解法

ある T_1' が与えられたとき，式 (9) もしくは式 (10) を満たす T_2' は，特定の条件下で必ず存在する．解は囲い込み法によっていくらでも精度よく計算できる．囲い込むべき初期値も自動的に決定できる．これらのことは，次の四つの命題

1. T_1' を正の任意の定数であるとすると，関数 Θ_* は下に凸である．
2. $\Theta_*(T_1', 0)$ は任意の T_1' に対して 0 となる．
3. T_1' を正の任意の定数とすると，$\lim_{T_2'\to\infty}\Theta_*(T_1', T_2') = +\infty$ が成り立つ．
4. T_1' を正の任意の定数であるとすると，式 (9) が $T_2' > 0$ である解を持つための必要十分条件は，

$$i_{r2}\Phi_b(T_1')/\lambda_R - i_{r1}\Phi_r(T_1')/\lambda_B > 0 \qquad (13)$$

である．同様に式 (10) が $T_2' > 0$ である解を持つための必要十分条件は，

$$i_{g2}\Phi_b(T_1')/\lambda_G - i_{g1}\Phi_g(T_1')/\lambda_B > 0 \qquad (14)$$

である．

から導出される．証明を以下に示す．

命題 1：式 Θ_r の極値での二階微分が正であることを示す．Θ_r を使って証明するが，どちらの式を使っても同様にできる．Θ_r を T_2' で微分すると

$$\frac{\partial\Theta_r}{\partial T_2'} = \frac{i_{r1}}{\lambda_B}\Phi_r(T_1')\exp(T_2'/\lambda_B) - \frac{i_{r2}}{\lambda_R}\exp(T_2'/\lambda_R)\Phi_b(T_1')$$

が得られる．これより極値となる T_2' を計算すると

$$T_2' = \frac{\lambda_R\lambda_B}{\lambda_R-\lambda_B}\left(\log\left(\frac{i_{r2}}{\lambda_R}\Phi_b(T_1')\right) - \log\left(\frac{i_{r1}}{\lambda_B}\Phi_r(T_1')\right)\right) \tag{15}$$

となる．この結果は，関数 Θ_r の極小もしくは極大点が一つしかないことを意味し，また関数 Θ_r および関数 $\partial\Theta_r/\partial T_2'$ の連続性から，関数 Θ_r は上または下に凸の関数である．さらに T_2' で微分すると，

$$\frac{\partial^2\Theta_r}{\partial T_2'^2} = \left(\frac{1}{\lambda_B}-\frac{1}{\lambda_R}\right)\frac{i_{r1}}{\lambda_B}\Phi_r(T_1')\exp(T_2'/\lambda_B) + \frac{i_{r1}}{\lambda_B}\frac{\partial\Theta_r}{\partial T_2'}$$

となる．極値の T_2' では $\partial\Theta_r/\partial T_2' = 0$ だから，極値では，

$$\frac{\partial^2\Theta_r}{\partial T_2'^2} = \left(\frac{1}{\lambda_B}-\frac{1}{\lambda_R}\right)\frac{i_{r1}}{\lambda_B}\Phi_r(T_1')\exp(T_2'/\lambda_B) \tag{16}$$

$\lambda_B < \lambda_R$ であるから，式 (16) > 0 となる．これよりこの関数が下に凸であることが示された． □

命題 2：自明． □

命題 3：命題 1 より，Θ_r は下に凸である．また Θ_r の二次微分は常に正であり関数の傾きが減速することはない． □

命題 4：前半部分のみを証明する．後半部分も同様に証明できる．まず命題 1 より，Θ_r は下に凸の関数である．つまり答えはあって高々二つである．命題 2 よりそのうち一つの解は 0 である．このことから $T_2' > 0$ となる解が存在するためには，Θ_r が $T_2' > 0$ で極小値を取ることである．式 (15) よりその条件は前述の式のように書くことができる．また命題 3 より，必ずそのような解は存在する． □

3.2.2 ステップ 4 の解法

初期解 t_1' が与えられたときの，式 (9) と式 (10) の解をそれぞれ t_{2r}' と t_{2g}' とする．今，t_1' に対する $t_{2r}' - t_{2g}'$ の変化を調べたい．しかし全ての場合を調べる必要はない．開い込み法により解を求める場合，t_{2r}' と t_{2g}' の差が 0 を超えるとき (すなわち真の解のまわり) の，t_1' に対する $t_{2r}' - t_{2g}'$ の変化を調べれば十分である．よって，真の解のまわりで式 (9) と式 (10) をテーラー展開で近似し，これを調べる．結論を述べると，

5. 式 (9) 及び (10) の真の解を $\hat{T}_1', \hat{T}_2'$ とする．この真の解の周りで，T_1' が増加 (減少) すれば，$T_{2r}' - T_{2g}'$ は増加 (減少) する性質がある (ただし $\hat{T}_1' > \hat{T}_2'$ の条件下).

という命題がほぼ成り立つ．この裏づけは以下の通りである．

命題 5 の裏づけ：式 (9) を適当な (t_1', t_{2r}') の周りでテーラー展開する．

$$\begin{aligned}\Theta_r &= \Theta_r(t_1', t_{2r}') \\ &+ \left(\frac{i_{r1}\Phi_b(t_{2r}')}{\lambda_R}\exp\left(\frac{t_1'}{\lambda_R}\right) - \frac{i_{r2}\Phi_r(t_{2r}')}{\lambda_B}\exp\left(\frac{t_1'}{\lambda_B}\right)\right)\Delta t_1' \\ &+ \left(\frac{i_{r1}\Phi_r(t_1')}{\lambda_B}\exp\left(\frac{t_{2r}'}{\lambda_B}\right) - \frac{i_{r2}\Phi_b(t_1')}{\lambda_R}\exp\left(\frac{t_{2r}'}{\lambda_R}\right)\right)\Delta t_{2r}'\end{aligned}$$

ただし $\Delta t_1' = T_1' - t_1'$, $\Delta t_{2r}' = T_{2r}' - t_{2r}'$ である．これを式 (9) を用いて整理すると，

$$\Theta_r = i_{r1}\Phi_r(t_1')\Phi_b(t_{2r}')(H_r(t_1')\Delta t_1' - H_r(t_{2r}')\Delta t_{2r}') \tag{17}$$

となる．ただし，

$$H_r(t) = \frac{\exp(t/\lambda_R)}{\lambda_R\Phi_r(t)} - \frac{\exp(t/\lambda_B)}{\lambda_B\Phi_b(t)}$$

とおいている．同様に，式 (10) を (t_1', t_{2g}') の周りで展開し整理すると，

$$\Theta_g = i_{g1}\Phi_g(t_1')\Phi_b(t_{2g}')(H_g(t_1')\Delta t_1' - H_g(t_{2g}')\Delta t_{2g}') \tag{18}$$

が得られる．式 (17)(18) より，T_1' の変化に対する T_{2r}' と T_{2g}' の差は，局所的には以下の式で表される．

$$T_{2r}' - T_{2g}' = \left(\frac{H_r(t_1')}{H_r(t_{2r}')} - \frac{H_g(t_1')}{H_g(t_{2g}')}\right)\Delta t_1' + (t_{2r}' - t_{2g}')$$

いま，真の解 $\hat{T}_1', \hat{T}_2'$ の周りでは上式は

$$T_{2r}' - T_{2g}' = \left(\frac{H_r(\hat{T}_1')}{H_r(\hat{T}_2')} - \frac{H_g(\hat{T}_1')}{H_g(\hat{T}_2')}\right)\Delta t_1' \tag{19}$$

となる．ここで，次のような関数

$$I(T_1', T_2') = H_r(T_1')H_g(T_2') - H_g(T_1')H_r(T_2') \quad (20)$$

は明らかに $I(T_1', T_2') = -I(T_2', T_1')$ である．また，$T_1' > T_2'$ ならば $I(T_1', T_2') > 0$ であることを，数値計算により 2000[K] から 10000[K] の間で，1 刻みですべての場合を計算して確認した．よって，$\hat{T}_1' > \hat{T}_2'$ の条件下では，$\Delta t_1'$ が正 (負) ならば，$T_{2r}' - T_{2g}'$ は正 (負) である． □

したがって $t_{2r}' - t_{2g}' = 0$ を与える t_1' は，3.2.1 節と同様，囲い込み法により解決することができる．

4 実験と結果

4.1 方法

実験により，次の五点について調べた．

- シミュレーションデータでの収束性
- 初期解への依存性
- モデル化誤差を含むデータ（実データ）での収束性
- 黒体放射のモデル化誤差の影響
- ナローバンドのモデル化誤差の影響

また，

- 黒体放射と実データとの誤差

を計算した．

シミュレーションデータでの収束性について調べるため，六種類の反射率と七種類の光源を使って全ての組み合わせ (126 通り) で推定を行い，平均推定誤差を計算した．カメラの分光感度は特定の波長 (赤 : 624 nm，緑 : 548 nm，青 : 480 nm) で 1 をとり，他は全て 0 となるような関数とした．光源は完全な黒体放射とし，色温度は，2500K,3500K,4500K,5500K,6500K,7500K,10000K とした．反射率は，スペクトルメータ (Photo Research PR-650) を使用して既知光源の下 GretagMacbeth 社のカラーチェッカーを測定して得たデータの内，赤，青，緑，シアン，マゼンタ，黄色を使用した．

初期解への依存性について調べるため，適当な反射率と色温度 (カラーチェッカーの赤，3500K，7500K) を選択し，初期解を真値の周りに ±1000K の間に一様にランダムに分布させ，五百回推定を行い，平均推定誤差及び標準偏差を計算した．分光感度は前述のものを使用した．

モデル化誤差を含むデータ（実データ）での収束性を調べるため，八種類の光源と六種類の反射率を使って全ての組み合わせ (168 通り) で推定を行い，平均推定誤差を計算した．カメラの分光感度の関数として，MellesGriot 社の半値全幅が 10nm のバンドパスフィルター (03FIV119，03FIV111，03FIV004) の特性を使用した．フィルタの中心波長は，赤 : 620 nm，緑 : 532 nm，青 : 450 nm である．フィルタの関数を図 3 の Filter に示す．光源は，CIE 標準光源 (A,B,C) 及び，Judd らによる屋外光のデータ (D48，D55，D65，D75，D100) [6] を使用した．反射率は，カラーチェッカーの，赤，青，緑，シアン，マゼンタ，黄色を用いた．

黒体放射のモデル化誤差の影響をシミュレーションするため，黒体放射による光源色度に，誤差 Δe_r 及び Δe_g を含ませて推定を行い，モデル化誤差に対する推定誤差の推移をプロットした．Δe_r 及び Δe_g を画像色度の 0.1%ずつ増やし，0 から 1%まで変化させた．分光感度は特定の波長 (赤 : 624 nm，緑 : 548 nm，青 : 480 nm) で 1 をとり，他は全て 0 となる関数とした．光源の色温度は，3000K と 9000K とした．反射率は，カラーチェッカーの茶色のデータを使用した．

ナローバンドのモデル化誤差の影響をシミュレーションするため，ガウス関数を用いて，波長帯域の可変な仮想的な分光感度を作り，推定結果の変化を調べた．中心波長は，赤 : 620 nm，緑 : 532 nm，青 : 450 nm とした．σ が 5nm，及び 20nm のガウス関数を図 3 の Gauss 5，及び Gauss 20 に示す．光源は黒体放射の 4000K，9000K とした．反射率は，カラーチェッカーの，茶色，肌色，緑を用いた．図 3 の brown，skin，green に関数を示した．

黒体放射と実データとの誤差を測定するため，CIE 標準光源（A,B,C）及び，Judd らによる屋外光のデータ（D48，D55，D65，D75，D100）から色度を計算し，最も近い値を持つ黒体放射の色温度 T を求め，それらの間の誤差[2]を計算した．分光感度は中心波長，赤 : 620 nm，緑 : 532 nm，青 : 450 nm で 1 をとり，他は 0 となる関数とした．

なお，推定誤差は，次のように推定値の逆色温度と真値の逆色温度の差として定義した [5]．

$$err = T^{\mathrm{inv}}_{\mathrm{estimate}} - T^{\mathrm{inv}}_{\mathrm{truth}} \quad (21)$$

ただし，逆色温度 T^{inv} とは

$$T^{\mathrm{inv}} = 10^6/T \quad (22)$$

[2] (測定値 − 黒体放射の最近傍点の値) / (黒体放射の最近傍点の値)

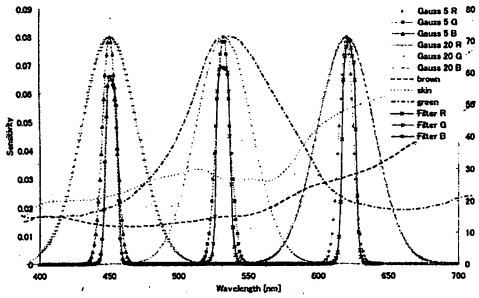

Fig. 3: 実験で使用した分光感度と反射率．MellesGriot 社のフィルタの分光感度 (Filter)，標準偏差が 5[nm],20[nm] のガウス関数 (Gauss 5, Gauss 2)，及び茶色 (brown)，肌色 (skin)，緑 (green) の反射率．

である．逆色温度は Judd によって提案された色変化の単位で，mired(=10^6K^{-1}) と呼ばれる．経験的に，人間が気がつく最低限の色変化は 5.5 mired であることが報告されている [5,13]．色温度の 2500K から 8500K は，逆色温度で 400mired から 118mired に対応する．

4.2 結果

シミュレーションデータでの収束性を調べた結果，真値との平均推定誤差は T_1 が 1.64×10^{-5}[mired]，T_2 が 1.74×10^{-5}[mired] となった（表 1）．表 1 にあるように，従来手法 [3] よりも精度の高い推定が実現できた．光源の色温度ごとの推定誤差の比較を表 2 に載せる．二つの光源の色温度が異なるほど推定精度が向上する傾向がある（最大で 10 倍程度）．

初期解への依存性について調べた結果，平均推定誤差及び標準偏差は，T_1 が 3.53×10^{-6} [mired] と 2.18×10^{-6} [mired]，T_2 が 3.78×10^{-6} [mired] と 2.35×10^{-6} [mired] となった (表 3)．推定結果の精度は 10^{-6} で計算機精度の限界であり，初期解の違いによる推定結果のばらつきは，これと同程度のものであるので，推定結果は初期解にはほぼ依存しない．ただし，真値の大小関係 (たとえば $T_1 > T_2$) が，初期解で逆転している場合 ($T_1 < T_2$)，推定結果として 2 兆 [K] といった非現実的な値が算出されることがあった．逆に，真値の大小関係が初期解で保持されてさえいれば，初期値はどのような値でもよい．

モデル化誤差を含むデータ（実データ）での収束性を調べた結果，真値との平均推定誤差は，T_1 が 3.67×10^3 [mired]，T_2 が 1.17×10^4 [mired] となった（表 4）．実データでは，提案手法の推定精度が従来手法のそれよりも低下した．

黒体放射のモデル化誤差の影響をシミュレーションした結果，モデル化誤差の変化に対する，推定誤差 ΔT_1 及び ΔT_2 の変化は，図 4 の ΔT1 及び ΔT2 のようになった．横軸の単位は [%]，縦軸の単位は [c_2K^{-1}] で，c_2 は 1.44×10^7 である．図 4 には人間が最低限気が付く変化（5.5[mired]）の線も示した．5.5[mired] 以下の精度を出すためには，モデル化誤差は 0.1%未満である必要があることが分かる．

ナローバンドのモデル化誤差の影響をシミュレーションした結果，分光感度の帯域幅の変化に対する，推定誤差の変化は，図 5 のようになった．感度の帯域幅（ガウス関数の標準偏差 σ）が増すにつれ，推定値は真の色温度から大きく外れる．しかし，その変化の仕方は反射率により異なる．緑や肌色の場合，標準偏差 σ が 5[nm] で推定が正しく行えなくなるのに対し，茶色の場合，σ が 20[nm] 位まで耐えられる．分光感度の周辺で反射率が直線的に変化する場合，式 (3) の積分は定数倍になるのでナローバンドのモデル化誤差は無視することができる．そうでない場合，モデル化誤差が推定結果に影響する．

黒体放射と実データの誤差を計算した結果，表 5 のようになった．CIE 標準光源 A 以外は，0.1%を超えていることが分かった．

Table 1: シミュレーションデータでの収束性．126 通りのデータを使った推定での平均推定誤差．比較のため，[3] による推定結果も記載した．

	T_1 error [mired]	T_2 error [mired]
Our method	1.64×10^{-5}	1.74×10^{-5}
Finlayson et al.	5.11×10	5.52×10

Table 2: 光源の色温度と推定誤差の関係．(紙面の都合上，T_1 の推定誤差のみ記載した．また 10^{-5} を E-5 と表記した．) 推定誤差の単位は mired である．

	3500 [K]	4500 [K]	5500 [K]	6500 [K]	7500 [K]	10000 [K]
2500 [K]	4.65E-5	1.55E-5	1.05E-5	5.33E-6	6.33E-6	3.67E-6
3500 [K]	-	1.02E-5	6.17E-6	5.00E-6	4.33E-6	3.83E-6
4500 [K]	-	-	7.67E-6	4.00E-6	2.83E-6	3.83E-6
5500 [K]	-	-	-	4.33E-6	1.23E-5	2.48E-5
6500 [K]	-	-	-	-	4.40E-5	3.27E-5
7500 [K]	-	-	-	-	-	9.12E-5

5 考察

光源が黒体放射からの誤差を内包している場合の，手法のロバスト性について考察する．推定誤差 ΔT_1 及び ΔT_2 は，テーラー展開の線形近似を使って，付録 A の式 (32)(33) のように近似できる．これらの式によ

Table 3: 初期解への依存性．初期解が異なる 500 回の推定の，平均推定誤差と標準偏差．

	T_1 error [mired]	T_2 error [mired]
Average	3.53×10^{-6}	3.78×10^{-6}
Std. dev	2.18×10^{-6}	2.35×10^{-6}

Table 4: 実データでの収束性．実データを用いた 168 通りの推定における平均推定誤差．

	T_1 error [mired]	T_2 error [mired]
Our method	3.67×10^{3}	1.17×10^{4}
Finlayson et al.	7.97×10	8.43×10

る ΔT_1 と ΔT_2 が図 4 の Δ T1 linear approx，及び Δ T2 linear approx である．Δ T1 linear approx 及び Δ T2 linear approx により，推定誤差が予測できると思われたが，図 4 のように，線形近似による予測では不十分であった．実際には，モデル化誤差が大きくなるほど推定誤差は加速度的，つまり非線形に大きくなる．

光源に黒体放射を仮定した場合，結果として誤差に敏感な推定となった．他に光源を一次元のパラメタで表す方法として，黒体放射に Wien の近似式を用いる方法と，Finlayson らの直線近似の方法がある．以下に，これらの比較を述べる．Wien の近似式は，

$$M(\lambda,T) \simeq c_1\lambda^{-5}\exp(c_2/\lambda T)^{-1} \tag{23}$$

となる．これより，

$$e_r = me_g^A \tag{24}$$

という関係が導ける（ただし，$A = (\frac{1}{\lambda_R} - \frac{1}{\lambda_B})/(\frac{1}{\lambda_G} - \frac{1}{\lambda_B})$，$m = \frac{\lambda_G^{5A}}{\lambda_R^A\lambda_B^{5A-5}}$ である）[4,8]．この関係を式 (11) に代入すると，二つの冗長な式が導出され，解を決定することができない．Planck の式と Wien の近似式は色温度が低い場合はほとんど差が無いため，色温度が低い光源の組み合わせの場合，提案手法では推定が困難になることが予想できる．

Finlayson らは逆色度空間で光源が直線上を振舞うと仮定した [3]．すなわち，

$$1/e_g = m(1/e_r) + c \tag{25}$$

という関係を仮定した．これを式 (11) に代入すると全ての未知数を陽に解くことができる（本稿は [3] に手

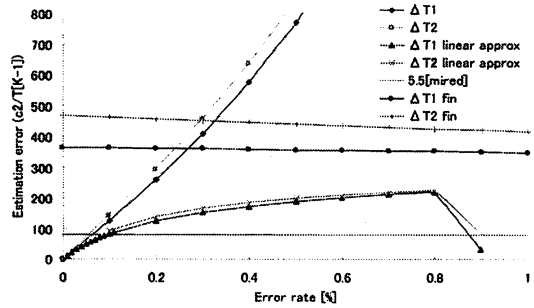

Fig. 4: 黒体放射のモデル化誤差の影響．モデル化誤差の割合に対する推定誤差の変化を示した．

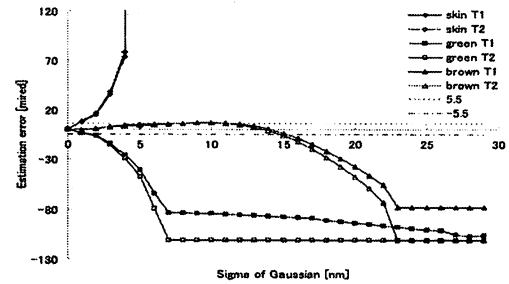

Fig. 5: ナローバンドのモデル化誤差の影響．分光感度の帯域幅 (ガウス関数の標準偏差 σ) の変化に対する推定色温度の変化．

かかりを得て始まった）．式 (25) の直線の傾きと切片は，実データ（CIE 標準光源や Judd らのデータ）の最小二乗近似により得る．図 4 の ΔT1 fin 及び ΔT2 fin に，[3] による推定誤差を示す．表 6 に実データと直線近似のモデルとの誤差を示す．モデル化誤差は平均すると同程度であるが，提案手法の方が誤差に不安定であるため，結果的には実データで推定精度が低下してしまった (表 4)．しかし，実際には線形近似のモデルでも 5.5[mired] の推定精度と比較すると十分ではない．

このように，光源を単一パラメタで表現することによる，色恒常性の実現手法を比較したが，十分な精度．黒体放射やナローバンドのモデル化誤差の影響にロバストな色恒常性を実現させるためには，光源のモデル化のみならず，反射率の情報も利用する必要があると考えられる．

6 結論

光源に黒体放射の仮定を用いることにより，数値解析的に色恒常性問題が解けることを示し，その実装方法を提案した．シミュレーション実験で，本手法が有

Table 5: 黒体放射と実データの誤差．実データに最も近い黒体放射の色温度を算出し，誤差を計算した．

	Δe_r [%]	Δe_g [%]	Nearest T [K]
CIE A	0.0029	-0.0165	2856
CIE B	2.6368	-4.6126	5087
CIE C	5.5397	-6.1154	7451
Judd D48	-1.0788	2.0506	4818
Judd D55	-1.0617	1.6286	5584
Judd D65	-0.9358	1.1519	6698
Judd D75	-0.7690	0.8096	7842
Judd D100	-0.4606	0.3816	10852

Table 6: 実データが含む，直線近似による光源モデルからの誤差．

	Δe_r [%]	Δe_g [%]
CIE A	6.9829	-7.2289
CIE B	-1.9758	4.0070
CIE C	-1.1578	2.7347
Judd D48	-0.6929	1.3720
Judd D55	-0.4382	0.9421
Judd D65	-0.0239	0.0553
Judd D75	0.3781	-0.9191
Judd D100	1.0385	-2.6985

効に働くことを確認した．実データを用いた実験ではモデル化誤差の影響により精度が低下したため，モデル化誤差が推定に与える影響を考察した．今後，色恒常性の実現のためには，光源だけでなく，反射率などのより多くの情報を利用する必要がある．

References

[1] K. Barnard, G. Finlayson, and B. Funt. Color constancy for scenes with varying illumination. *Computer Vision and Image Understanding*, 65(2):311–321, 1997.

[2] M. D'Zmura. Color constancy: surface color from changing illumination. *Journal of Optics Society of America A.*, 9(3):490–493, 1992.

[3] G.D. Finlayson, B.V. Funt, and K. Barnard. Color constancy under varying illumination. *in proceeding of IEEE International Conference on Computer Vision*, pages 720–725, 1995.

[4] G.D. Finlayson and S.D.Hordley. Color constancy at a pixel. *Journal of Optics Society of America A.*, 18(2):253–264, 2001.

[5] D.B. Judd. Sensibility to color-temperature change as a function of temperature. *Journal of Optics Society of America*, 23:127–134, 1933.

[6] D.B. Judd, D.L. MacAdam, and G. Wyszecky. Spectral distribution of typical daylight as a function of correlated color temperature. *Journal of Optics Society of America*, 54(8):1031–1040, 1964.

[7] E.H. Land and J.J. McCann. Lightness and retinex theory. *Journal of Optics Society of America*, 61(1):1–11, 1971.

[8] J.A. Marchant and C.M. Onyango. *Shadow-invariant classification for scenes illuminated by daylight. Journal of Optics Society of America A.* 17(11):1952–1961, 2000.

[9] Y.Ohta and Y.Hayashi. Recovery of illuminant and surface colors from images based on the CIE daylight. *in proceeding of the Third European Conference on Computer Vision*, 1994

[10] R. T. Tan, K. Nishino, and K. Ikeuchi. Color constancy through inverse intensity-chromaticity space. *Journal of the Optical Society of America A (JOSA A)*, 21(3):321-334, 2004.

[11] S. Tominaga, and B.A. Wandell. Standard surface-reflectance model and illuminant estimation. *Journal of Optics Society of America A.*, 6(4):576–584, 1989.

[12] S. Tominaga, S. Ebisui, and B.A. Wandell. Scene illuminant classification: brighter is better. *Journal of Optics Society of America A.*, 18(1):55–64, 2001.

[13] S. Tominaga and B.A. Wandell. Natural scene-illuminant estimation using the sensor correlation. *Proceedings of the IEEE*, 90(1):42–56, 2002.

付録 A: 光源の誤差による推定値の誤差の導出

光源が黒体放射からの誤差を内包しているとする．すなわち，

$$E(\lambda_R) = M(\lambda_R) + \Delta E_R\ ,\ E(\lambda_B) = M(\lambda_B) + \Delta E_B \quad (26)$$

とする．$M(\lambda)$ は黒体放射である (式 (6))．光源の色度は

$$1/e_r \simeq \frac{M(\lambda_B)}{M(\lambda_R)} + \Delta e_r \quad (27)$$

と書ける．ただし $\Delta e_r = \Delta E_B/M(\lambda_R) - \Delta E_R M(\lambda_B)/M(\lambda_R)^2$ とおいた．これを用いると，式 (9)(10) と同様の拘束条件は，

$$\Theta_r^\Delta(T_1', T_2') = \Theta_r(T_1', T_2') + \alpha\Phi_b(T_1')\Phi_b(T_2') \quad (28)$$

$$\Theta_g^\Delta(T_1', T_2') = \Theta_g(T_1', T_2') + \beta\Phi_b(T_1')\Phi_b(T_2') \quad (29)$$

と表せる．ただし $(i_{r1}\Delta e_{r1} - i_{r2}\Delta e_{r2})/k_r = \alpha$，$(i_{g1}\Delta e_{g1} - i_{g2}\Delta e_{g2})/k_g = \beta$ とおいた．

今，モデル化誤差が無いとして解いている式 (9) 及び (10) の解を t_1, t_2 として，このまわりでの Θ_r^Δ（本来解くべき式）のテーラー展開を考える．

$$\begin{aligned}\Theta_r^\Delta &= \alpha\Phi_b(t_1)\Phi_b(t_2)\\ &+ i_{r1}\Phi_r(t_1)\Phi_b(t_2)\left(H_r(t_1) + \frac{\alpha\phi_b(t_1)}{i_{r1}\Phi_r(t_1)}\right)\Delta T_1\\ &+ i_{r1}\Phi_r(t_1)\Phi_b(t_2)\left(-H_r(t_2) + \frac{\alpha\phi_b(t_2)}{i_{r2}\Phi_r(t_2)}\right)\Delta T_2 \quad (30)\end{aligned}$$

が得られる．ただし $d\Phi_b/dt = \phi_b$ とおいた．同様に，

$$\begin{aligned}\Theta_g^\Delta &= \beta\Phi_b(t_1)\Phi_b(t_2)\\ &+ i_{g1}\Phi_g(t_1)\Phi_b(t_2)\left(H_g(t_1) + \frac{\beta\phi_b(t_1)}{i_{g1}\Phi_g(t_1)}\right)\Delta T_1\\ &+ i_{g1}\Phi_g(t_1)\Phi_b(t_2)\left(-H_g(t_2) + \frac{\beta\phi_b(t_2)}{i_{g2}\Phi_g(t_2)}\right)\Delta T_2 \quad (31)\end{aligned}$$

式 (30) 及び (31) を簡単のため，

$$\Theta_r^\Delta = x + A\Delta T_1 + B\Delta T_2$$
$$\Theta_g^\Delta = y + C\Delta T_1 + D\Delta T_2$$

と置き直すと，t_1, t_2 の周りで

$$\Delta T_1 = \frac{yB - xD}{AD - BC} \quad (32)$$

$$\Delta T_2 = \frac{xC - yA}{AD - BC} \quad (33)$$

と近似できる．