

自由に撮影した画像による全周パノラマ生成のための射影変換の最適化

坂本 雅俊 * 金谷 健一 * 菅谷 保之 †

* 岡山大学大学院自然科学研究科 † 豊橋技術科学大学情報工学系

手持ちカメラで自由に撮影した画像を張り合わせ、視野 360° のパノラマを円筒面上に生成する。まず、撮影方向データが存在しない問題を「有向射影幾何学」を用いて解決する。しかし、誤差の蓄積によって視線の 360° の移動に対して矛盾が生じる。そこで、画像間のすべての射影変換を同時に最適化することによってこれを解消する。その計算にはリーダ数による回転群の表現に基づいたガウス・ニュートン法を用いる。そして、実画像例によってその効果を確認する。

Homography Optimization for Circular Panorama Generation Using Freely Taken Images

Masatoshi Sakamoto*, Kenichi Kanatani*, and Yasuyuki Sugaya†

*Department of Computer Science, Okayama University, Okayama 700-8530 Japan

†Department of Information and Computer Sciences,
Toyohashi University of Technology, Toyohashi, Aichi 441-8480 Japan

A 360° panorama is generated from images freely taken by a hand-held camera: images are pasted together and mapped onto a cylindrical surface. First, the lack of orientation information is overcome by invoking "oriented projective geometry". Then, the inconsistencies arising from a 360° rotation of the viewing direction are resolved by optimizing all the homographies between images simultaneously, using Gauss-Newton iterations based on a Lie algebra representation. The effectiveness of our method is demonstrated using real images.

1. まえがき

パノラマとは視野の広い画像のことであり、これを提示することによってユーザーがその場所にいるかのような現実感を体験させることができる。特に全 360° 方向が表示できるものは全周パノラマと呼ばれる。これを実現するには全方位カメラや複合カメラ系を用いたり、カメラを機械的に回転させたりするなど光学系を工夫する方法 [23, 29, 30] と、単一のカメラで撮影した画像を張り合わせる方法 [2, 4, 5, 6, 16, 27, 28] とがある。後者は画像モザイク生成とも呼ばれる。本論文では後者を対象とする。

パノラマ生成は博物館等での展示を始め、放送用の映像製作、ビデオゲーム、環境地図による移動ロボット制御、テレビ会議、遠隔機器操作、セキュリティ監視システムなどの広い応用があり、高精度、高速の専用装置が開発されている [23, 29, 30]。さらにパノラマ生成を介してビデオ画像の圧縮や符号化、

シーンのモデル化や移動物体検出を行なう研究もある [1, 7, 8, 9, 20, 22, 24]。

しかし、本論文が目指すのはそのような産業・メディア応用ではなく、旅行者が手持ちのデジタルカメラで周囲を撮影し、それから全周パノラマを作成して楽しんだり、他人に見せるという応用を想定する。そのため、撮影するカメラや撮影方法に一切制約を課さず、すべてを画像処理のみで行うソフトウェアを開発する。

基本的な方法は、画像間の対応点を指定して、それらが重なるように画像に射影変換を施して張り合わせることである。しかし、この方法では視線方向が 90° 変化すると無限大に発散し、カバーできる視野の変化は最大 ±90° に制限される。

これ为了避免 360° の視野を実現するには、視点を取り巻く仮想的な円筒面を考え、これに各画像を写像し、その円筒面を展開して表示すればよい。しかし、そのためには各画像の撮影方向のデータが必要である。これはカメラの回転装置や全方位カメラを用いれば自動的に得られるが、本論文で想定するような手持ちのカメラによる自由な撮影ではそのよう

*700-8530 岡山市津島中 3-1-1, (086)251-8173 {samoto, sakai, kanatani}@suri.it.okayama-u.ac.jp

†441-8580 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1
sugaya@iim.ics.tut.ac.jp

な方向データが存在しない。

本論文ではこれを次のように解決する。その原理は、平面上に展開するパノラマ画像は視線方向が 90° 変化すると無限大に発散するが、 90° を超えて数学的には存在するという事実である。これは同次座標を用い、視線に符号をつける有向射影幾何学[21, 26]によって矛盾なく計算できる。そして、そのようにして計算した値を円筒面上に写像する。

このとき問題となるのは、隣接する画像間の射影変換を独立に計算すると、視線を 360° 変化させても必ずしも最初の画像に戻らないことである。これを解決するために、本論文ではすべての画像間の射影変換を、全体が視線の 360° 変化に対して厳密に恒等変換になるように最適化する。これにはリー代数による回転の表現に基づくガウス・ニュートン法、および変数を分割する交互法を組み合わせる。そして、実画像例によってその効果を確認する。

2. 射影変換によるパノラマ生成

2.1 射影変換

よく知られているように、レンズの中心を固定してカメラを回転しながら撮影した画像間、あるいは十分遠方のシーンをカメラは移動ながら撮影した画像間は射影変換で結ばれる。すなわちシーン中のある点が一つの画像上では点 (x, y) に、他の画像上では点 (x', y') に写っているとき、これらをベクトル

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x/f_0 \\ y/f_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}' = \begin{pmatrix} x'/f_0 \\ y'/f_0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

で表すと、次の関係が成り立つ。

$$\mathbf{x}' = Z[\mathbf{H}\mathbf{x}] \quad (2)$$

ただし、 f_0 はスケールを調節する定数であり、 $Z[\cdot]$ は z 座標を1とするように定数倍する正規化を表す。そして、 \mathbf{H} はカメラの運動や内部パラメータによって定まる 3×3 正則行列であり、射影変換行列、あるいは単に射影変換と呼ばれる[12, 13]。式(2)から明らかのように、そのスケールは不定である。

式(1)中の定数 f_0 を変えると式(2)の行列 \mathbf{H} も変化する。例えば f_0 を別の定数 \tilde{f}_0 を用いれば、式(2)の \mathbf{H} は次の $\tilde{\mathbf{H}}$ となる(diag(\cdots)は \cdots をこの順に対角要素とする対角行列)。

$$\tilde{\mathbf{H}} = \text{diag}(1, 1, \frac{\tilde{f}_0}{f_0})\mathbf{H}\text{diag}(1, 1, \frac{f_0}{\tilde{f}_0}) \quad (3)$$

2.2 射影変換の最適推定

式(2)はベクトル $\mathbf{x}', \mathbf{H}\mathbf{x}$ が平行であることを意味し、次のようにも書ける[12, 13]。

$$\mathbf{x}' \times \mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (4)$$

2画像間で多少の誤差を含んでいる N 点 $\{(x_\alpha, y_\alpha)\}, \{(x'_\alpha, y'_\alpha)\}, \alpha = 1, \dots, N$ が対応しているとし、それらを式(1)のようにベクトル $\{\mathbf{x}_\alpha\}, \{\mathbf{x}'_\alpha\}$ で表す。そして、それらの誤差がない理想的な位置を $\{\bar{x}_\alpha\}, \{\bar{x}'_\alpha\}$ とし、 x 座標、 y 座標の誤差は平均が0で標準偏差が一定の独立な正規分布に従うとする。このとき、統計的に最適に射影変換 \mathbf{H} を計算する問題は、真の位置に関する制約条件

$$\bar{\mathbf{x}}'_\alpha \times \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_\alpha = \mathbf{0} \quad (5)$$

のもとで、

$$J = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^N \|\mathbf{x}_\alpha - \bar{\mathbf{x}}_\alpha\|^2 \quad (6)$$

を最小にする \mathbf{H} を計算する問題となる。ラグランジュ乗数を導入して制約条件(5)を消去し、高次の誤差項を省略すると、式(6)は次のように書き直せる[12, 13]。

$$J = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^N (\mathbf{x}'_\alpha \times \mathbf{H}\mathbf{x}_\alpha, \mathbf{W}_\alpha(\mathbf{x}'_\alpha \times \mathbf{H}\mathbf{x}_\alpha)) \quad (7)$$

$$\mathbf{W}_\alpha = (\mathbf{x}'_\alpha \times \mathbf{H}\mathbf{P}_k \mathbf{H}^T \times \mathbf{x}'_\alpha + (\mathbf{H}\mathbf{x}_\alpha) \times \mathbf{P}_k \times (\mathbf{H}\mathbf{x}_\alpha))^- \quad (8)$$

ただし、 $(\cdot)^-$ は一般逆行列を表し、 \mathbf{P}_k は次の射影行列である。

$$\mathbf{P}_k = \text{diag}(1, 1, 0) \quad (9)$$

またベクトル \mathbf{u} と行列 \mathbf{A} の積 $\mathbf{u} \times \mathbf{A}$ は、 \mathbf{u} と行列 \mathbf{A} の各列とのベクトル積を列とする行列を表し、行列 \mathbf{A} とベクトル \mathbf{v} の積 $\mathbf{A} \times \mathbf{v}$ は、 \mathbf{v} と行列 \mathbf{A} の各行とのベクトル積を行とする行列を表す。

式(7)を最小化のための「くりこみ法」のプログラム[15, 19]が公開されている¹。

2.3 パノラマ生成

本論文で想定する応用では、入力画像はカメラをほぼ鉛直軸の回りにほぼ等角度に回転しながら撮影したものとする。ただし、何らの機械装置も用いないから、これらは厳密であるとは限らない。また焦

¹<http://www.suri.it.okayama-u.ac.jp/>



図 1: 射影変換によって張り合わせて得られるパノラマ。

点距離も未知であり、画像ごとに変化しているものとする。撮影者がズームやピントを変化させなくても、自動焦点装置によって焦点距離は自動的に変動する。

このように撮影した画像からの連続する 2 枚ごとに対応点を指定する。このような応用のための自動対応つけアルゴリズム [17, 18] が開発されているが、本論文の実験では正確を期すために手動で対応点を指定した。

得られた対応点から前節の方法で射影変換 H を計算して、式 (2) の射影変換を施して画像を次々と張り合わせるとパノラマ画像が得られる。図 1 はその一部である。これからわかるように、基準位置から離れるにつれて画像が引き伸ばされ、 90° の方向で無限大に発散する。

3. 円筒パノラマの生成

3.1 画像の円筒上への写像

発散を避けて 360° 方向を表示するには、入力画像を視点を囲む円筒面上に張り付けて展開すればよい。しかし、各画像の撮影方向データが存在しない。これを「有向射影幾何学」[21, 26] を用いて解決する。まず次の準備を行う。

- 視点 O を取り巻く半径 f_r の仮想的な円筒面を考え、その上に (θ, h) 円筒座標系を定義する (θ が円周方向, h が軸方向に対応)。円筒座標 (θ, h) の点は、円筒を展開したとき xy 座標が $(f_r \theta, h)$ の点となる。
- その円筒上の直線 $\theta = 0$ における仮想的な接平面 Π を考え、直線 $\theta = 0$ を x 軸とする xy 座標系をとる。
- 各入力画像にそのフレーム中心を原点 $(0, 0)$ とし、上方を x 軸、右方を y 軸とする画像座標系をとる。そして、平面 Π の座標系と同一視し、画像フレームに対応する領域を \mathcal{I} とする。
- 入力画像を隣接する順に番号をつけ、第 k 画像を第 $k+1$ 画像に写像する射影変換 $H_{k(k+1)}$, $k = 1, 2, \dots$ を画像上の対応点から計算する。ただし、式 (1) 中の f_0 を f_r として式 (2) が成立する

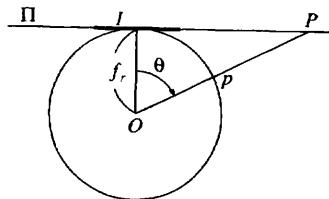


図 2: 画像の円筒面への写像。接平面を画像平面とみなし、画像フレームに対応する領域を \mathcal{I} とする。

ように各 $H_{k(k+1)}$ を計算し (式 (3) 参照)、符号を $\det H_{k(k+1)} > 0$ となるように選ぶ²。

以上の準備の後、(離散化した) 円筒座標 (θ, h) の点 p の画素値を次のように計算する。

1. 視点 O と円筒の点 p を通る直線と平面 Π との交点を P とする (図 2)。
2. 点 P が画像フレーム領域 \mathcal{I} 内にあり、かつベクトル \vec{Op} とベクトル \vec{OP} が同じ向きであれば、第 1 画像の点 P の画素値³を円筒上の p の画素値として戻る。
3. そうでなければ、円筒上に $\vec{Op}' \pm H_{12}\vec{Op}$ となる点 p' をとり、直線 \vec{Op}' と平面 Π との交点を P' とする⁴。
4. 点 P' が画像フレーム領域 \mathcal{I} 内にあり、かつベクトル \vec{Op}' とベクトル \vec{OP}' が同じ向きであれば、第 2 画像の点 P' の画素値を p の画素値として戻る。
5. そうでなければ、円筒上に $\vec{Op}'' \pm H_{23}\vec{Op}'$ となる点 p'' をとり、直線 \vec{Op}'' と平面 Π との交点を P'' とする。
6. 点 P'' が画像フレーム領域 \mathcal{I} 内にあり、かつベクトル \vec{Op}'' とベクトル \vec{OP}'' が同じ向きであれば、第 3 画像の点 P'' の画素値を p の画素値として戻る。
7. 以下同様に第 3 画像、第 4 画像、…と進み、すべての画像が尽くされたら終了する (どの画像からの画素値が得られなければ p の画素値は未

² 実際には (33) 要素が正になるように選べばよい。(33) 要素が 0 であれば原点が無限遠点に写像されるが、重なりのある隣接 2 画像間ではそのようなことは生じない。

³ 実数座標の点の画素値は周囲の整数座標の画素値から双線形補間する。

⁴ \pm は一方が他方の正数倍であることを表す。



図 3: 円筒面上に写像したパノラマ画像.

定義).

円筒面の半径 f_r は任意であるが、視線方向が物理的な方法に一致するためには（例えば円筒上で 30° を成す 2 方向が実シーン中で 30° を成すためには）、 f_r を第 1 画像に対する焦点距離にとる必要がある。これは円筒面上への写像が第 1 画像を基準として定義されているためである。各画像に対する焦点距離の計算法は 4 節で述べる。図 3 はそのようにして生成した全周パノラマである。

なお、上述の手順ではまず第 1 画像を張りつけ、その外側に第 2 画像を張りつけ、その外側に第 3 画像を張りつけ、…と進むので番号の大きい画像が番号の小さい画像の上に重なっているように見える（逆にすることもできる）。しかし、こうすると最終画像と第 1 画像の順序が変則的になるので、実際のシステムでは最終画像と第 1 画像の重なり部分では最終画像を優先させている（詳細省略）。

3.2 有向射影幾何学

前節の手順では仮想的な平面 Π 上の点 P の位置は同次座標を用いて計算するので、 P が無限遠点であっても計算上の問題は生じない。

通常の射影幾何学では Π 上の点 P を、点 P と視点 O を通る“視線” l と同一視する (Π と平行な視線 l が無限遠点に対応)。しかし、視線に向きをつけないので、視点の前方と後方とが区別できない。これに対して視線に向きをつけ、前方と後方を区別するのが有向射影幾何学である。そのようにしても通常の射影幾何学のほとんどすべての性質が保たれることが証明され [26]、コンピュータビジョンに適した定式化となる [21]。

前節の手順では各射影変換 $H_{k(k+1)}$ に $\det H_{k(k+1)} > 0$ となるように符号をついている。これにより、各 $H_{k(k+1)}$ は向きを保つ射影変換となる。そして、ベクトル \vec{Op} や \vec{OP} の向きを考え、 Π 上の点 P を、 \vec{Op} 、 \vec{OP} の向きが同じか異なるかで取り扱いを変えていく。具体的には、平面 Π を無限遠方で張り合わせた 2 枚の平面 Π^+ 、 Π^- の重なりとみなし（数学的には被覆空間と呼ばれる）、点 P がどちらか一方にある



図 4: 第 1 画像（右）に隣接する画像を次々の張り付けると、最終画像（左）が第 1 画像に接続しない。

と考えている。

4. 射影変換の同時最適化

4.1 全周の接続のずれ

各 2 画像間の射影変換を対応点から計算して、3.1 節の方法で全周パノラマを生成すると、最終画像が必ずしも正しく最初の画像に接続しない。これは、画像の枚数を M とするとき、計算の誤差や画像に歪みやによって積

$$H_{M1}H_{(M-1)M}H_{(M-2)(M-1)} \cdots H_{23}H_{12} \quad (10)$$

が必ずしも恒等変換にならないためである。図 4 は図 3 のパノラマ画像の最終画像と初期画像の部分を表示したものである。このようにギャップが生じている。

単に 1 枚の展開画像を表示するのが目的ならこれは問題ではないが、全周パノラマの主要な応用の一つに、見ている方向の画像をディスプレイ上に提示して、ユーザーに視線を任意に移動させて実シーンを見ているような現実感を体験させことがある⁵。これは視線を移動させる度に、円筒面の画像を視線に直交する平面に透視投影することによって実現できる⁶。このような応用ではどの部分にもギャップが生じてはならない。

このような問題に対して Shum ら [25] は全画像間にずれを均等に振り分けるアドホックな処理を行っている。本論文ではカメラの撮像モデルに基づいて、

⁵ 視線の移動はマウスやキーボードやジョイスティックで指定する代わりに、ユーザーが HMD（ヘッドマウントディスプレイ）を装着して視線方向をセンサーで計測することもできる。

⁶ そのようなシステムとして QuickTime VR [3] がよく知られている。ただし、入力画像はカメラ回転装置を用いて撮影される。

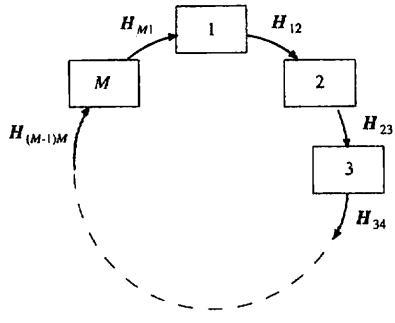


図 5: すべての画像間の射影変換を同時に最適化する。

式 (10) が恒等変換であるという制約のもとで各画像間の射影変換を最適に計算する方法を示す (図 5)。その結果として、各画像を撮影したカメラの向きと焦点距離が定まる。

4.2 射影変換のモデル化

一般の射影変換は 8 自由度⁷を持つのに対し、焦点距離を変えながらカメラを回転させて画像上に生じる射影変換は 5 自由度⁸しか持たない。第 k 画像を焦点距離 f_k で撮影した後、焦点距離を f_{k+1} に変え、カメラを $R_{k(k+1)}$ だけ回転して第 $k+1$ 画像を撮影したとすると、第 k 画像を第 $k+1$ 画像に写像する射影変換 $H_{k(k+1)}$ は次のように表せる。

$$H_{k(k+1)} = \text{diag}(1, 1, \frac{f_0}{f_{k+1}}) R_{k(k+1)}^\top \text{diag}(1, 1, \frac{f_1}{f_0}) \quad (11)$$

式 (10) が恒等変換となる必要十分条件は次のように書き直せる。

$$R_{12}R_{23}\cdots R_{(M-1)M}R_{M1} = I \quad (12)$$

そこで関数 J を次のように定義する。

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \sum_{\alpha=1}^{N_{k(k+1)}} (x_\alpha^{k+1} \times H_{k(k+1)} x_\alpha^k, W_\alpha^{k(k+1)} (x_\alpha^{k+1} \times H_{k(k+1)} x_\alpha^k)) \quad (13)$$

ただし、第 k 画像の $N_{k(k+1)}$ 個の点 $\{x_\alpha^k\}$ が第 $k+1$ 画像の点 $\{x_\alpha^{k+1}\}$ に対応するとし、 k は mod M で計算する (すなわち $k = M+1$ は $k = 1$ と同一視する)。上式中の $W_\alpha^{k(k+1)}$ は式 (8) の行列 W を第 k 、第 $k+1$ 画像間で計算したものである。

⁷ 射影変換 H は 3×3 行列あり、要素が 9 個あるが、定数倍の不定性があるので 8 自由度を持つ。

⁸ カメラの回転行列 R の 3 自由度に回転前後の焦点距離 f, f' の 2 自由度が加わる。

そして、式 (13) 中の $H_{k(k+1)}$ に式 (11) を代入し、 J を焦点距離 f_1, f_2, \dots, f_M と回転 $R_{12}, R_{23}, \dots, R_{M1}$ に関する制約条件 (12) のもとで最小化する。

4.3 リー代数による表現

各回転行列 $R_{k(k+1)}$ は 3 個のパラメータ (例えばオイラー角 θ, ϕ, ψ) によって指定できるが、式が複雑になる。そこでよく知られたリー代数による表現 [10, 11] を用いる。すなわち $R_{k(k+1)}$ そのものをパラメータ表示するのではなく、反復の過程で $R_{k(k+1)}$ の“増分”を 3 パラメータで表し⁹、それを計算することによって回転を更新する。具体的には回転 $R_{k(k+1)}$ の微小変化が次のように書けることを利用する [11]。

$$R_{k(k+1)} + \omega_{k(k+1)} \times R_{k(k+1)} + \dots \quad (14)$$

ここに \dots は $\omega_{k(k+1)}$ の 2 次以上の項である。式 (13)において各 $H_{k(k+1)}$ に式 (11) の $R_{k(k+1)}$ を式 (14) で置き換えたものを代入すれば、 J は焦点距離 f_1, \dots, f_M と回転の増分 $\omega_{12}, \dots, \omega_{M1}$ の関数とみなせる。これらを J が最小になるように定め、回転 $R_{k(k+1)}$ を次のように更新する。

$$R_{k(k+1)} \leftarrow \mathcal{R}(\omega_{k(k+1)}) R_{k(k+1)} \quad (15)$$

ここに $\mathcal{R}(\omega)$ は回転軸 ω の周りの角度 $\|\omega\|$ の回転を表す。

関数 J の f_1, \dots, f_M 、および $\omega_{12}, \dots, \omega_{M1}$ に関する導関数 (勾配) は解析的に求まる。さらにガウス・ニュートン近似を行えば 2 階微分 (ヘッセ行列) も解析的に求まる (付録 A)。

4.4 交互法

勾配とヘッセ行列が得られればガウス・ニュートン法によって関数 J の最小化ができるが [14]、制約条件 (12) の取り扱いが問題となる。式 (12) に対応する $\omega_{12}, \dots, \omega_{M1}$ の制約条件は

$$\begin{aligned} e &= \omega_{12} + R_{12}\omega_{23} + R_{12}R_{23}\omega_{34} \\ &\quad + \dots + R_{12}R_{23}\cdots R_{(M-1)M}\omega_{M1} \end{aligned} \quad (16)$$

と置けば、第 1 近似において $e = 0$ と書ける (付録 B)。制約つき最小化問題でよく用いられる方法は射影法、すなわち反復の各ステップで制約条件を無視して変数を更新しては、それを変数空間の制約条件を

⁹ そのような増分の作る 3 次元線形空間が回転群 $SO(3)$ の“リー代数” $so(3)$ である [10, 11]。



図 6: 射影変換の同時最適化を行ってから図 5 と同じ張り合わせを行ったもの。

満たす曲面上へ射影する方法である。しかし、式(13)を式(16)の制約を無視して最小化しようとすると、解が不定となる（ヘッセ行列の行列式が0になる）。

この困難は交互法を用いることによって回避できる。すなわち、まず回転 R_{12}, \dots, R_{M1} を固定して式(13)を f_1, \dots, f_M に関して最小化する。次に、それらを固定して式(13)を $\omega_{12}, \dots, \omega_{M1}$ に関して最小化する。こうすれば制約条件(16)を無視してもヘッセ行列が正値となり、解が一意的に定まる。

最後に、解を制約条件(16)が成り立つように次のように補正する（付録 C）。

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_{12} &= \omega_{12} - \frac{1}{M} e, \quad \hat{\omega}_{23} = \omega_{23} - \frac{1}{M} R_{12}^T e \\ \hat{\omega}_{34} &= \omega_{34} - \frac{1}{M} R_{12}^T R_{23}^T e, \quad \dots, \\ \hat{\omega}_{M1} &= \omega_{M1} - \frac{1}{M} R_{12}^T R_{23}^T \cdots R_{(M-1)M}^T e\end{aligned}\quad (17)$$

これはプログラムを工夫すると効率的に計算できる（付録 C）。そして R_{12}, \dots, R_{M1} を式(15)の第2式によって更新し、これを固定して再び焦点距離 f_1, \dots, f_M に関して最小化し、収束するまでこれを反復する。

式(16)は $\omega_{k(k+1)}$ の高次の項を無視した第1近似であるから、各 $R_{k(k+1)}$ を式(15)の第2式によって更新しても、式(12)が厳密に成り立つとは限らない。しかし、そのそれはごく微小であるから、反復の過程でどれかの回転行列をランダムに指定して、式(12)が厳密に成り立つ値（すなわち、残りの回転行列の積の逆行列）に置き換える。

図 6 は図 5 の例において、このような射影変換の最適化を行ってから同様の張り合わせを行った結果である。このように正しく全周が張り合わされる。

5. まとめ

本論文では手持ちカメラで自由に撮影した画像を張り合わせて視野 360° のパノラマを円筒面上に生成する方法を示した。

第1の問題点は、各画像の撮影方向データが存在しないことである。これは隣接する画像の対応点から射影変換を計算しておき、「有向射影幾何学」の定式化を用いて各画像を円筒面上に写像することによって解決した。

第2の問題点は、誤差の蓄積によって視線の 360° の移動に対して矛盾が生じることである。これは計算したすべての射影変換を同時に最適化することによってこれを解消した。そして、そのためのリー代数による回転の表現に基づくガウス・ニュートン法、および変数を分割する交互法を述べた。そして、実画像例によってその効果を確認した。

実際への応用のためにさらに必要とされる処理は、画像間の輝度値の不連続の解消したり、継ぎ目での微小な食い違いを補正することである。これには多くの手法が提案されている。また撮影中に移動する物体（人や車）があれば、継ぎ目で一方の画像のみにしか写っていないということが生じる。これを解消する手法もいろいろ提案されている。

さらに本論文の方法で得られた全周モザイクを全体として表示するだけでなく、ユーザとのインタラクションや HMDなどのインターフェースによる自動表示も考えられる。本論文では省略したこれらの処理については改めて報告する予定である。

謝辞：本研究の一部は文部科学省科学研究費基盤研究 C (No. 17500112) の助成によった。

参考文献

- [1] S. Araki, T. Matsuoka, N. Yokoya, and H. Take-mura, Real-time tracking of multiple moving object contours in a moving camera image sequence, *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, E83-D-7 (2000-7), 1583-1591.
- [2] 千葉直樹, 蚊野 浩, 美濃導彦, 安田昌司, 画像特徴に基づくイメージモザイキング, 電子情報通信学会論文誌 D-II, J82-D-II-10 (1999-10), 1581-1589.
- [3] S. E. Chen, QuickTime VR — An image-based approach to virtual environment navigation, *Proc. SIGGRAPH'95*, August 1995, Los Angeles, U.S.A. (ACM Press, New York, NY, U.S.A.), pp. 29-38.
- [4] 星野准一, 増田功, 観測・推定画像間の誤差最小化によるパノラマ動画像の生成, 電子情報通信学会論文誌 D-II, J81-D-II-11 (1998-11), pp. 2565-2575.
- [5] 星野准一, 増田功, 局所的な輝度変動によるバストなパノラマ画像生成法, 電子情報通信学会論文誌 D-II, J82-D-II-2 (1999-2), pp. 222-229.
- [6] 星野准一, 増田功, パノラマ背景画像への移動物体画像の合成, 情報処理学会論文集, 40-5 (1999-5), pp. 2367-2376.

- [7] M. Irani, S. Hsu, and P. Anandan, Video compression using mosaicing representations, *Signal Process: Image Comm.*, 7-4/5/6 (1995-11), 529–552.
- [8] M. Irani, P. Anandan, J. Bergen, R. Kumar, and S. Hsu, Efficient representations of video sequences and their applications, *Signal Process: Image Comm.*, 8-4/5/6 (1996-11), 327–351
- [9] 让田賛治, 坪内貴之, 菅谷保之, 金谷健一, 移動ビデオカメラ画像からの運動物体の抽出, 情報処理学会研究報告 2004-CVIM-143-6 (2004-3), pp. 41–48.
- [10] K. Kanatani, *Group-Theoretical Methods in Image Understanding*, Springer, Berlin, Germany, 1990.
- [11] K. Kanatani, *Geometric Computation for Machine Vision*, Oxford University Press, Oxford, U.K., 1993.
- [12] K. Kanatani, *Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice*, Elsevier, Amsterdam, the Netherlands, 1996; reprinted, Dover, New York, NY, U.S.A., 2005.
- [13] 金谷健一, 形状CADと図形の数学, 共立出版, 1998.
- [14] 金谷健一, これなら分かる最適化数学—基礎原理から計算手法まで—, 共立出版, 2005.
- [15] K. Kanatani, N. Ohta and Y. Kanazawa, Optimal homography computation with a reliability measure, *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, E83-D-7 (2000-7), 1369–1374.
- [16] 金澤 靖, 金谷 健一, 幾何学的AICによる画像モザイク生成の安定化, 電子情報通信学会論文誌 A, J83-A-6 (2000-6), pp. 686–693.
- [17] 金澤 靖, 金谷 健一, 段階的マッチングによる画像モザイク生成, 電子情報通信学会論文誌 D-II, J86-D-II-6 (2003-6), 816–824.
- [18] 金澤 靖, 金谷 健一, 大域的な整合性を保証するロバストな画像の対応づけ, 情報処理学会論文誌: コンピュータビジョンとイメージメディア, Vol. 44, No. SIG 17 (CVIM 8) (2003-12), pp. 70–77.
- [19] 金澤 靖, 太田 直哉, 金谷 健一, 射影変換行列の最適計算によるモザイク生成, 情報処理学会研究報告 99-CVIM-116-2 (1999-5), pp. 9–16.
- [20] M.-C. Lee, C.-l. B. Lin, C. Gu, T. Markoc, S. I. Zabinski, and R. Szeliski, A layered video object coding system using sprite and affine motion model, *IEEE Trans. Circuits Video Tech.*, 7-1 (1997-2), 130–145.
- [21] S. Leveau and O. Faugeras, Oriented projective geometry for computer vision, *Proc. 4th Euro. Conf. Comput. Vis.*, Vol. 1, April 1996, Cambridge, U.K., pp. 147–156.
- [22] P. F. McLauchlan and A. Jaenicke, Image mosaicing using sequential bundle adjustment, *Image Vis. Comput.*, 20-9/10 (2002-8), 715–759.
- [23] 長原 一, 八木康史, 高精細全方位パノラマ画像の生成, 情報処理学会研究報告, 2005-CVIM-147-21 (2005-1), 163–170.
- [24] H. S. Sawhney and S. Ayer, Compact representations of videos through dominant and multiple motion estimation, *IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell.*, 18-8 (1996-8), 814–830.
- [25] H.-Y. Shum and R. Szeliski, Construction of panoramic image mosaics with global and local alignment, *Int. J. Comput. Vis.*, 36-2 (2000-2), 101–130.
- [26] J. Stolfi, *Oriented Projective Geometry: A Framework for Geometric Computation*, Academic Press, San Diego, CA, U.S.A., 1991.
- [27] R. Szeliski and H.-U. Shum, Creating full view panoramic image mosaics and environment maps, *Proc. SIGGRAPH'97*, August 1997, Los Angeles, CA, U.S.A., pp. 251–258.
- [28] 谷口行信, 阿久津明人, 外村佳伸, PanoramaExcerpts: パノラマ画像の自動生成・レイアウトによる映像一覧, 電子情報通信学会論文誌 D-II, J82-D-II-3 (1999-3), pp. 390–398.
- [29] 八木康史, 横矢直和, 全方位ビジョン: センサ開発と応用の最新動向, 情報処理学会論文誌: コンピュータビジョンとイメージメディア, 42-SIG 13 (2001-12), 1–18.
- [30] 横矢直和, 山澤一誠, 竹村治雄, 全方位ビデオカメラを用いた視覚情報メディア, 情報処理学会論文誌: コンピュータビジョンとイメージメディア, 42-SIG 13 (2001-12), 59–70.

付録 A : 関数 J の勾配とヘッセ行列

A1. 焦点距離に関する微分

k 画像の焦点距離 f_k を基準値 f_0 によって次のように無次元量 ϕ_k に正規化し, 行列 F_k を次のように定義する.

$$\phi_k = \frac{f_k}{f_0}, \quad F_k = \text{diag}(1, 1, \phi_k) \quad (18)$$

式 (13) の関数 J の ϕ_k に関する微分は次のようになる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \phi_k} &= \frac{1}{\phi_k} \sum_{\alpha=1}^{N_{(k-1)k}} (k, \mathbf{H}_{(k-1)k} \mathbf{x}_\alpha^{k-1}) \\ &\quad (k, \mathbf{x}_\alpha^k \times \mathbf{W}_\alpha^{(k-1)k} \mathbf{e}_\alpha^{(k-1)k}) \\ &- \frac{1}{\phi_k} \sum_{\alpha=1}^{N_{k(k+1)}} (\mathbf{H}_{k(k+1)} k, \mathbf{x}_\alpha^{k+1} \times \mathbf{W}_\alpha^{k(k+1)} \mathbf{e}_\alpha^{k(k+1)}) \end{aligned} \quad (19)$$

ただし, 次のように置いた.

$$k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_\alpha^{k(k+1)} = \mathbf{x}_\alpha^{k+1} \times \mathbf{H}_{k(k+1)} \mathbf{x}_\alpha^k \quad (20)$$

2階微分は次のようにになる (これ以外は 0).

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J}{\partial \phi_k^2} &= \frac{1}{\phi_k^2} \sum_{\alpha=1}^{N_{(k-1)k}} (k, \mathbf{H}_{(k-1)k} \mathbf{x}_\alpha^{k-1})^2 \\ &\quad (k, (\mathbf{x}_\alpha^k \times \mathbf{W}_\alpha^{(k-1)k} \times \mathbf{x}_\alpha^k) k) \\ &+ \frac{1}{\phi_k^2} \sum_{\alpha=1}^{k(k+1)} (\mathbf{H}_{k(k+1)} k, \\ &\quad (\mathbf{x}_\alpha^{k+1} \times \mathbf{W}_\alpha^{k(k+1)} \times \mathbf{x}_\alpha^{k+1}) \mathbf{H}_{k(k+1)} k) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \phi_k \partial \phi_{k+1}} = -\frac{1}{\phi_k \phi_{k+1}} \sum_{\alpha=1}^{N_{k(k+1)}} (k, H_{k(k+1)} x_{\alpha}^k) \\ (H_{k(k+1)} k, (x_{\alpha}^{k+1} \times W_{\alpha}^{k(k+1)} \times x_{\alpha}^{k+1}) k) \quad (22)$$

A2. 回転に関する微分

回転 $R_{k(k+1)}$ の増分 $\omega_{k(k+1)}$ を式 (14) のように定義すると、式 (13) の関数 J の $\omega_{k(k+1)}$ に関する微分は次のようにになる。

$$\nabla_{\omega_{k(k+1)}} J = \sum_{\alpha=1}^{N_{k(k+1)}} (F_k x_{\alpha}^k) \\ \times F_k^{-1} H_{k(k+1)}^T (x_{\alpha}^{k+1} \times W_{\alpha}^{k(k+1)} e_{\alpha}^{k(k+1)}) \quad (23)$$

2階微分は次のようにになる（これ以外は 0）。

$$\nabla_{\omega_{k(k+1)}}^2 J = \sum_{\alpha=1}^{N_{k(k+1)}} (F_k x_{\alpha}^k) \times F_k^{-1} H_{k(k+1)}^T \\ (x_{\alpha}^{k+1} \times W_{\alpha}^{k(k+1)} \times x_{\alpha}^{k+1}) H_{k(k+1)} F_k^{-1} \times (F_k x_{\alpha}^k) \quad (24)$$

付録 B：回転の適合条件の摂動

式 (12) 中の各 $R_{k(k+1)}$ を式 (14) を代入して展開し、高次の項を無視すると次のようになる。

$$(\omega_{12} \times R_{12}) R_{23} \cdots R_{M1} \\ + R_{12} (\omega_{23} \times R_{23}) R_{34} \cdots R_{M1} + \cdots \\ + R_{12} \cdots R_{(M-1)M} (\omega_{M1} \times R_{M1}) = O \quad (25)$$

ここで次の関係が成り立つ。

$$R_{12} \cdots R_{(k-1)k} (\omega_{k(k+1)} \times R_{k(k+1)}) R_{(k+1)(k+2)} \cdots R_{M1} \\ = R_{12} \cdots R_{(k-1)k} (\omega_{k(k+1)} \times I) R_{k(k+1)} \cdots R_{M1} \\ = R_{12} \cdots R_{(k-1)k} (\omega_{k(k+1)} \times I) (R_{12} \cdots R_{(k-1)k})^T \\ (R_{12} \cdots R_{(k-1)k}) R_{k(k+1)} \cdots R_{M1} \\ = ((R_{12} \cdots R_{(k-1)k} \omega_{k(k+1)}) \times I) R_{12} \cdots R_{M1} \\ = (R_{12} \cdots R_{(k-1)k} \omega_{k(k+1)}) \times I \quad (26)$$

ただし、式変形の過程で次の恒等式を用いた。

$$(Ru) \times I = R(u \times I) R^T \quad (27)$$

式 (26) より式 (25) は次のように書き直せる。

$$\omega_{12} \times I + (R_{12} \omega_{23}) \times I + \cdots + (R_{12} \cdots \\ R_{(M-1)M} \omega_{M1}) \times I = O \quad (28)$$

これは式 (16) の e が 0 であることを意味する。

付録 C：回転の補正

微小回転 $\omega_{k(k+1)}$ の補正を次のように書く。

$$\hat{\omega}_{k(k+1)} = \omega_{k(k+1)} - \Delta \omega_{k(k+1)} \quad (29)$$

式 (29) が式 (16) を満たすためには、 $\Delta \omega_{k(k+1)}$ は次式を満たさなければならない。

$$S \Delta \tilde{\omega} = e \quad (30)$$

ただし、次のように置いた。

$$S = (I \ R_{12} \ R_{12} R_{23} \cdots R_{12} R_{23} \cdots R_{(M-1)M}) \\ \Delta \tilde{\omega} = (\Delta \omega_{12}^T \ \Delta \omega_{23}^T \ \cdots \ \Delta \omega_{M1}^T)^T \quad (31)$$

式 (30) を満たす $\Delta \tilde{\omega}$ は無数に存在する。最小限の補正を行うには、条件 (30) のもとで $\|\Delta \tilde{\omega}\|$ を最小にする $\Delta \tilde{\omega}$ を求めればよい。ラグランジュ乗数を用いて計算すると次のようになる¹⁰[14]。

$$\Delta \tilde{\omega} = S^T (SS^T)^{-1} e \quad (32)$$

式 (31) の第 1 式から SS^T は次のようにになる。

$$SS^T = (I \ R_{12} \ R_{12} R_{23} \cdots R_{12} R_{23} \cdots R_{(M-1)M}) \\ (I \ R_{12} \ R_{12} R_{23} \cdots R_{12} R_{23} \cdots R_{(M-1)M})^T \\ = I + R_{12} R_{12}^T + \cdots + (R_{12} \cdots R_{(M-1)M}) (R_{12} \\ \cdots R_{(M-1)M})^T = MI \quad (33)$$

したがって式 (32) は次のようにになる。

$$\Delta \tilde{\omega} = \frac{1}{N} S^T e \quad (34)$$

これに式 (31) の第 1 式を代入すると式 (17) を得る。式 (17) は次のようにプログラミングを行うと計算が効率的になる¹¹。

```
a ← ω_{M1}^*  
for k = M-1, M-1, ..., 2, 1, do  
    a ← R_{k(k+1)} a + ω_{k(k+1)}^*  
    b ← a/M  
    for k = 1, 2, ..., M-1, do  
        ω_{k(k+1)} ← ω_{k(k+1)}^* - b  
        b ← R_{k(k+1)}^T b  
    ω_{M1} ← ω_{M1}^* - b
```

¹⁰ 右辺の $S^T (SS^T)^{-1}$ は行列 S に一般逆行列である [14]。

¹¹ 式 (17) をそのままに計算すると行列との積が合計 $M^2(M-1)/2$ 回必要である。しかし、このようにすると合計 $2(M-1)$ 回でよい。例えば $M = 16$ とすると、1920 回が 30 回に減る。したがって行列との積に関しては約 64 倍高速になる。