

## プロダクションシステムの トポロジカル・オプティマイザ

石田 亨 横尾 真

( NTT 情報通信処理研究所)

### あらまし

プロダクションシステムはリギングメモリ中のデータ量が増大すると急激に性能が劣化することが知られている。これは、①ルールの条件判定に含まれる一連の結合演算(join)を要する時間が、通常の処理系ではデータ量の2乗に比例すること、②不適切な条件の記述により、多量の中間的な演算結果が生成され、後続する結合演算の処理量をさらに増大させることが原因と考えられる。

本論文ではプロダクションシステムの動作特性を表す統計データを基に、結合演算の順序や組合せ方法(joinトポロジー)を変更し、結合演算量を最小化するアルゴリズムを示す。また、このアルゴリズムに基づきトポロジカル・オプティマイザを試作し、既存のプロダクションシステムプログラムに適用した結果、人手による改善を凌ぐ効果が得られたので報告する。

### "A Topological Optimizer for Production System Programs"

Toru Ishida and Makoto Yokoo

(NTT Communications and Information Processing Laboratories)

### ABSTRACT

The efficiency of production systems rapidly decreases when the number of working memory elements becomes larger. This is because, in most implementations, the cost of join operations is directly proportional to the square of the number of working memory elements.

This paper describes an algorithm which minimizes the total cost of join operations in production system programs by selecting optimal join topologies based on their execution statistics. The result of implementing a topological optimizer and applying it to existing programs demonstrates that the optimizer generates more efficient programs than what obtained by manual optimization.

## 1. まえがき

プロダクションシステムは、リギングメモリ量が増大すると急激に性能が劣化する。これは、①ルールの条件判定に含まれる一連の結合演算(join)に要する時間が、通常の処理系ではデータ量の2乗に比例すること、②不適切な条件の記述により、多量の中間的な演算結果が生成され、後続する結合演算の処理量をさらに増大させることが原因と考えられる。この問題を解決するためにYES/OPS<sup>[9]</sup>、ART<sup>[11]</sup>等では、OPS5<sup>[2]</sup>を拡張し、利用者がルールの条件部で結合演算の順序や組合せ方法(joinトポロジー)を自由に指定できるようにしている。

しかし、効率のよいjoinトポロジーをプログラムするのは容易なことではない。実際、最適なjoinトポロジーは、プロダクションシステムプログラムの動作特性に依存するため、実行中に統計データを測定し、それをもとに選択を行わねばならない。このことは、たとえルールは同一でも、対象とするデータが異なれば（例えば交換機の故障診断システムでは対象とする機種が異なる）最適なjoinトポロジーが異なることを意味している。即ち、最適化はキスパートシステム開発側だけの問題ではなく、運用側でも行う必要があるが、人手による最適化ではこの要求を満足することは不可能である。また、最適化されたプログラムはリードビーキングが悪い。短期的な性能向上を得るために人手によりソースプログラムを変更し、長期的なメンテナンスを犠牲にすることには問題が多い。

そこで本論文では、人間の手を煩わすことなく高性能なプロダクションシステムプログラムを生成することを目的に、結合演算の処理量が最小と-----

OPS5を始めとする多くの処理系では、データは単純なリストで管理され、結合演算はnested-loopで計算されている。ここでの記述はこの事実に基づいたものであるが、本論文で提案するアルゴリズムはデータがハッシュ<sup>[4]</sup>されている場合にも有効である。

なるようjoinトポロジーを最適化するアルゴリズムを提案する。本アルゴリズムは以下の特徴を有する。

- ① プロダクションシステムの動作特性を表す統計データをもとに最適化を行う。
- ② 複数のルールを一括して最適化し、結合演算をルール間にまたがり可能な限り共通化する。

本アルゴリズムは従来からの問合わせ最適化(query optimization)<sup>[7, 8, 10, 11]</sup>の拡張である。しかし、プロダクションシステムはプログラムであるため、ルールが（即ち問合わせが）繰り返し実行されることを考慮しなければならない点が異なっている。以下ではまずプロダクションシステムのコストモデルを定義する。次に種々のjoinトポロジーを生成評価し、コストが最小のものを選択する最適化アルゴリズムを提案する。指数オーダーで存在するjoinトポロジーから、各種の制約を用いて可能性を削減するところにアルゴリズムの重点がある。

また本アルゴリズムに基づき、実験用プロダクションシステムPLANET<sup>[5]</sup>上にトポロジカル・オプティマイザを試作した。既存のキスパートシステム<sup>[6]</sup>の最適化に適用した結果、過去に行われた人手による最適化を凌ぐ効果を確認している。

## 2. トポロジカルな等価変換

図1～3にプロダクションルールの例を示す。ルールはPLANETの構文則で記述している。先頭文字が?のものが変数であることを除くと、OPS5にはほぼ等しい。andはまず内部のjoinを計算することを示している。図2は図1のrule1を最適化した結果である。データ数が小さなクラスから順に条件が並び換えられている。図3は図1の2個のルールを一括して最適化した結果である。small-classとmiddle-classの結合演算を独立に切り出すことにより2個のルール間での結合演算の共通化を図っている。

図4はrule1の取り得るjoinトポロジーを示している。RETEアルゴリズム<sup>[3]</sup>が採用されているとすると、図4はRETEネットワークのトポロジーを表していると考えることができる。以下では、④⑤⑥

```

(defrule rule1      (defrule rule2
  (context phase1)  (context phase2)
  (large-class ?x)  (small-class ?x)
  (middle-class ?x) (middle-class ?x)
  (small-class ?x)  ->
  -->                (make ..... ))
  (make ..... ))      (1)          (2)

```

図1 プロダクションルールの例  
Fig. 1 Example of production rules

```

(defrule rule1
  (context phase1)
  (small-class ?x)
  (middle-class ?x)
  (large-class ?x)
  ->
  (make ..... ))

```

図2 ルール内最適化の例  
Fig. 2 Example of intra-rule optimization

```

(defrule rule1      (defrule rule2
  (context phase1)  (context phase2)
  (large-class ?x)  (and (small-class ?x)
  (and (small-class ?x)  (middle-class ?x))
  (middle-class ?x)) ->
  ->                (make ..... ))
  (make ..... ))      (1)          (2)

```

図3 ルール間最適化の例  
Fig. 3 Example of inter-rule optimization

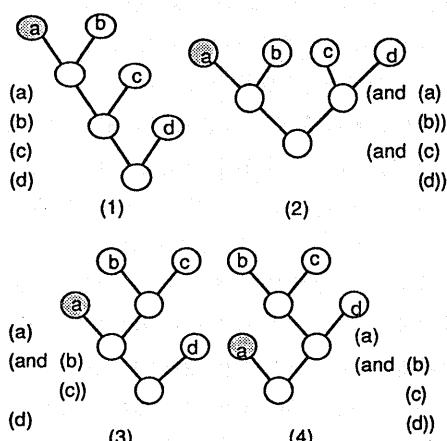


図4 種々のjoinトポロジー  
Fig. 4 Variations in join topologies

④を1-input-testノード、それらの結合演算を行うノードを2-input-testノードと呼ぶ。

競合解決戦略としてMEAが用いられている場合には④の位置は変えることができない。④⑤について、どの様な順序になんでもよいので、結局24通りの（一般には、指數オーダーの）joinトポロジーが存在することになる。

### 3. コストモデル

#### 3.1 パラメータ

図5に結合演算のコストモデルを示す。なお、以下の説明ではRETEネットワークに関する知識を前提とする。コストモデルは次に示すパラメータから成る。

- ① T(oken)：各ノードに到達したトーケン（ワーキングメモリの更新により生じる）の総数である。
- ② M(emory)：各ノードの $\alpha$ -memory,  $\beta$ -memory（前フロッターションサイクルでのselection, joinの計算結果がそれぞれ保存されている）に格納されたデータの平均値である。
- ③ J(oin)：各ノードで実行された2-input-test回数である。1個のトーケンとメモリ中の1個のデータとの結合演算を1回の2-input-testと数えている。
- ④ C(ost)：各ノードに至るまでに実行された2-input-test回数の総和である。
- ⑥ R(atio)：各ノードでの2-input-testの成功確率である。

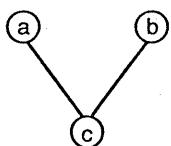
#### 3.2 1-input-testノードのパラメータ

1-input-testノードのパラメータは、利用者が作成したルールを一度実行させて測定する。測定するパラメータは以下の通りである。

- (1) 1-input-testノードでのToken  
測定値はプログラムの動作特性にのみ依存し、joinトポロジーには依存しない。従って、どのようなjoinトポロジーをとる場合にも測定値をそのまま用いることができる。
- (2) 1-input-testノードでのMemory  
 $\alpha$ -memory中のデータ数の平均のとり方には様

<1-input-test node>  
 T(oken) : given  
 M(emory) : given  
 J(oin) : 0  
 C(ost) : 0  
 R(atio) : given

<2-input-test node>



When b is a positive When b is a negative  
 condition element: condition element:

$$\begin{array}{ll}
 T_c = (T_a M_b + T_b M_a) R_c & T_c = T_a R_c \\
 M_c = M_a M_b R_c & M_c = M_a R_c \\
 J_c = T_a M_b + T_b M_a & J_c = T_a M_b + T_b M_a \\
 C_c = C_a + C_b + J_c & C_c = C_a + C_b + J_c \\
 R_c = R_b & R_c = R_b
 \end{array}$$

図5 コストモデル  
 Fig. 5 Cost Model

様な方法が考えられる。ここでは「*正*」*クション*毎に、*α-memory*に保存されているデータ数を測定し、その平均値を取っている。この値もjoinトポロジーには依存しない。

### (3) 1-input-testノードでのRatio

1-input-testノードのRatioとして、そのノードを右入力とする2-input-testの成功確率を測定し、その値を設定する。この値は測定時のjoinトポロジーに依存する。従って、joinトポロジーが変化した時には、この値は近似値を与えることになる。

PLANETでは上記の計測オーバヘッドは数%にすぎないため、計測は常時行っている。従って、任意の時点で、図6に示すような測定結果の表示を得ることができる。

### 3.3 2-input-testノードのパラメータ

2-input-testノード（図5では④）のコストモデルは右入力の1-input-testノード（図5では⑤）が、正の条件要素であるか、負の条件要素(not)である。

```

one (context phase1)
| token: 1 memory: 0.5
| ----- one (large-class ?x)
| | token: 8 memory: 4.0
! two token: 8 memory: 2.0 join: 8
| * one (small-class ?x)
| | token: 4 memory: 2.0
| | ----- * one (middle-class ?x)
| | | token: 6 memory: 3.0
| ----- * two token: 12 memory: 3.0 join: 24
two token: 24 memory: 3.0 join: 48
terminal instantiation: 24
  
```

one: 1-input-test node  
 two: 2-input-test node  
 ! : 2-input-test with no join variables  
 \* : shared node

図6 動作特性データの表示例

Fig. 6 Example of displaying statistics

あるかによって異なってくる。そこで、図5にはそれぞれの場合の計算モデルを提示している。

### (1) 2-input-testノードでのToken, Join

Tokenが左方向から入力される場合には、Token数(Ta)と右メモリ内のデータ数(Mb)を掛け合わせた数(TaMb)の2-input-testが行われる。Tokenが右入力の場合にはその反対(TbMa)である。両者を加えたもの(TaMb+TbMa)が、このノードで実行される2-input-test回数(Jc)である。

テストの結果生成されるToken数(Tc)は、右入力が正の条件要素の場合には2-input-test回数にテストの成功確率(Rc)を掛けた値(JcRc)となる。一方、負の条件要素の場合には、左入力のトーカン(Ta)がフィルタされた値(TaRc)となる。

### (2) 2-input-testノードでのMemory

平均的なデータ数(Mc)は、右入力が正の条件要素の場合には、左右のノードのメモリ内の平均データ数を掛け合わせた値(MaMb)に2-input-testの成功確率(Rc)を掛けたもの(MaMbRc)と考える。一方、負の条件要素を右入力とする場合には、左入力のメモリ(Ma)をフィルタした結果の値(MaRc)とする。

```

clear R (rule-list);
push all rules to R;
sort R in the decreasing order of costs;
for r = 1st to the last rule of R;
    clear N (node-list);
    push all 1-input-test nodes of r to N ;
    let k be a number of 1-input-test nodes;
    append pre-calculated 2-input-test nodes to N ;
    for l = 2nd to the last node of N;
        for j = 1st to the l-1th node of N;
            if all constraint conditions are satisfied
            then do;
                let n be a 2-input-test node created from
                    i and j;
                calculate parameters of n ;
                push n just after max(i, k)-th node of N
            end
        rof
    rof
    find the lowest-cost terminal node;
    construct an optimized version of r
rof

```

図7 最適化アルゴリズムの概要

Fig. 7 Outline of the optimization algorithm

### (3) 2-input-testノードでのCost

左右のノードのコスト( $C_a, C_b$ )に自ノードの計算コストを加えたものである。2-input-testの計算コストは一般に  $A \cdot J_c + B \cdot T_c$  で表すことができる。ここで、 $A, B$ は適当な定数である。本論文ではとりあえず2-input-test回数の総和を最小化することに目標を置き、 $C_c = C_a + C_b + J_c$  (即ち、 $A=1, B=0$ ) としている。しかし、データがハッシュされているれば<sup>[4]</sup>むしろ2-input-testによって生成されるトータル数が問題となるであろう。このような場合には、例えば  $C_c = C_a + C_b + T_c$  とするなど、処理系に合わせてコストの計算式を適切に設定することが必要である。

### (4) 2-input-testノードでのRatio

2-input-testの成功確率( $R_c$ )には、近似値として、右入力の1-input-testノードのRatio ( $R_b$ )を用いる。

## 4. 最適化アルゴリズム

### 4.1 アルゴリズムの概要

最適化アルゴリズムは基本的には可能なjoinトポロジーを生成し、コストが最小のものを選ぶというものである。しかしながら、既に述べたように指數オーダーのjoinトポロジーが存在するため、単純な生成・評価手法(generate and test)でこの問題を解くことはできない。一方、コストを構成するパラメータが何種もあるため、従来の場合合わせ最適化のように、特定のヒューリスティクスを用いて準最適なトポロジーを生成することは困難である。

そこで以下では、生成・評価手法をベースに、生成されるjoinトポロジーを種々の制約を用いて削減するアプローチをとる。アルゴリズムの概略を図7に示す。要点は以下の通りである。

① ルールは事前に実行させて計測したコスト(2-input-testの総数)が最も大きなものから最適化する。これはルール間にまたがる最適化で、最大の自由度をコストの高いルールに保証するための措置である。ルール間の最適化については4.3節で詳述する。

② 各ルールの最適化では、1-input-testノードと計算済みのノード(pre-calculated 2-input-test node: 詳細後述)を基に、それらのjoinを行うノードを次々に生成する。新しく生成されたノードが優先的に次のjoinの対象となる。これは、ルールの条件部を構成するjoinトポロジーを可能なかぎり早期に生成するための措置である。指數オーダーで存在するjoinトポロジーを削減するための制約については4.2節で述べる。

③ 2-input-testノードの生成が終了した時点で、ルールの条件部全体を構成するjoinトポロジーの内、最もコストの低いものを選択し、最適化後のルールとする。

### 4.2 joinトポロジー削減のための制約

joinトポロジー削減のための制約としては以下のものを用いている。

```
(defrule example
  (context phase1) -- (s)
  (class-a ?x ?y) ---- (a)
  (class-b ?y ?z) ---- (b)
  (class-c ?z ?w) ---- (c)
  -->
  (make ..... ))
```

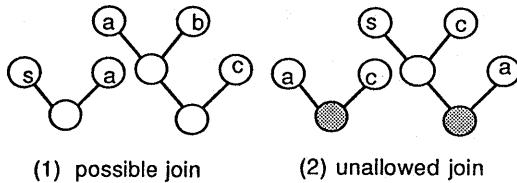


図8 連結制約の例

Fig. 8 Example of connectivity constraint

### (1) コスト制約

既に生成されているjoinトポジーよりコストの高いトポジーを生成しないための制約である。ノードnに至るまでにjoinされた1-input-testノードの集合を1-input(n)で表す。もし $n$ が1-input-test-トド $\rightarrow$ であれば $1\text{-input}(n)=\{n\}$ とする。いま、ノードnに対して、

$$\exists m \text{ s.t. } 1\text{-input}(n) \subseteq 1\text{-input}(m) \& C_n \geq C_m$$

であればノードnは生成しない。もし既に生成されているならば除去する。コスト制約によって最適解が得られなくなることはない。従って、コスト制約は本論文で提案する3種の制約の中で最も安全な制約である。

コスト制約を有効に生かすには、1-input-testノードを多く含む低コストのjoinトポジーを早期に生成すればよい。5章の評価では、最適化前のルールのjoinトポジー中に含まれるノードを計算済みノード(pre-calculated 2-input-test node)として予め登録するようにしている。これによって、少なくとも最適化前の（即ち、利用者の記述した）ルールよりもコストの高いjoinトポジーの生成を防ぐことができる。種々のヒューリスティクス<sup>[11]</sup>を用いてコストの低いjoinトポジーを早期に求めることが今後の課題である。

### (2) 連結制約

join変数が無い場合の2-input-test（以下、無条件2-input-testと呼ぶ）は多数の中間データを生成する。連結制約は、避けられる無条件2-input-testを行わないための制約である。

ノードn,mをjoinする際のjoin変数の集合をjoin-variable(n,m)で表す。いま、 $\text{join-variable}(n,m)=\emptyset$ なるn,mに対して、

$$\begin{aligned} \exists p, q \notin 1\text{-input}(n) \cup 1\text{-input}(m) \\ \text{s.t. } \text{join-variable}(n,p) \neq \emptyset \& \\ \text{join-variable}(m,q) \neq \emptyset \end{aligned}$$

であれば、nとmをjoinする2-input-test-トド $\rightarrow$ は生成しない。

図8に連結制約の例を示す。連結制約は⑤と⑥の結合演算を妨げない。（この点が従来のconnectivity heuristics<sup>[10]</sup>と異なる。）⑤と⑥は無条件2-input-testであるが、遅かれ早かれ⑤と他のノードの間で無条件2-input-testを行わざるを得ないからである。一方、⑦と⑧の無条件2-input-testは制約される。なぜなら、⑦との結合演算を先に行うことによって、⑦と⑧の無条件2-input-testを避けられる可能性があるからである。

### (3) 順位制約

TokenやMemoryが大きな条件から結合演算が行われることを防ぐための制約である。1-input-test-トド $p$ が $q$ より優先順位が高いことを $p \gg q$ で表す。（5章では、Token \* Memoryの小さなものほど高い優先度を与えた。）いま、ノードn,mに対して、

$$\begin{aligned} \exists p \gg q \in 1\text{-input}(m) \\ \text{s.t. } p \notin 1\text{-input}(n) \cup 1\text{-input}(m) \& \\ \text{join-variable}(n,p) = \\ \text{join-variable}(n,q) \end{aligned}$$

であれば、n,mをjoinする2-input-test-トド $\rightarrow$ は生成しない。なお、連結制約と順位制約は必ずしも最適解を保証しないことに注意する必要がある。

### 4.3 ルール間の最適化

複数のルールによって結合演算を共有できれば、各ルール当りの演算コストは低下する。そこで、ルール間の共有を促進するために以下の方法をとっている。

- ① 新たに生成する2-input-testノードは、そのノードを含みうる全てのルールで共有されると仮定する。即ちノードのコストは、本来のコストを、今後最適化されるルールの内でそのノードを利用し得るルールの数で割ったものとする。
- ② 他のルールで作成された2-input-testノードはコスト0で利用できることを仮定する。即ち、既に最適化されたルールに含まれる2-input-testノードの内、利用し得るノードを計算済みノード（pre-calculated 2-input-test node）として登録する。この時、計算済みノードのコストには0を設定する。

### 5. 試作・評価

4章で述べた最適化アルゴリズムを適用して、PLANET上にトポロジカル・オーフェイマサを試作した。オーフェイマサは利用者の記述したプログラムと動作特性を入力とし、最適化されたプログラムを出力する。このトポロジカル・オーフェイマサを既存のエキスパートシステムの最適化に適用した結果を表1に示す。評価対象のルールは、論理回路の最適化を行うエキスパートシステム<sup>[6]</sup>の中核を構成する33ルールである。論理回路としてはワーキングメモリエメント数が300～400の比較的小規模なものを用いた。最適化の結果、2-input-testの総数が1/3に、CPU性能が約2倍に向上了した。なお、このエキスパートシステムは本研究が始まる以前に開発者自身の手によって、最適化が行われている。特筆すべきことは、トポロジカル・オーフェイマサがエキスパートシステム開発者自身の手による性能改善を凌ぐ効果を導き出していることである。

一方、最適化に要する処理時間は展開ノードの2乗に比例する。評価対象のエキスパートシステムには、条件数が20を越える大型のルールが多数存

表1 最適化の効果

ルール番号	条件要素	2-input-test回数			展開ノード数
		最適化前	人手改善後	最適化後	
1	21	46432	47888	22396	179
2	18	29548	27244	494	198
3	17	29548	27244	494	92
4	22	25513	7813	144	236
5	21	25513	7813	144	94
6	18	10322	3749	3749	552
7	17	10322	3749	3749	194
*	8	15	9966	9966	228
*	9	7	9830	1180	99
10	6	9278	630	630	20
11	17	8566	8566	4640	116
12	7	7656	520	760	44
13	6	7544	408	648	22
*	14	23	3160	4616	13780
15	11	1918	1918	1865	119
16	20	1336	1336	1325	413
:	:	:	:	:	:
計	33	平均	241329	159517	75002
ルール	14.2	(1.00)	(0.69)	(0.53)	平均 131.8

・( )内はPLANETでのCPU時間比。

・ルール間で共有されているtestの回数は、共有されているルール数で割った後、加算している。

・\*では最適化後のtest回数が最適化前を上回っている。しかし必ずしも最適化に失敗している訳ではない。例えばルール1と14は多くのtestを共有している。2ルールのtest回数の和を比較すると、むしろ最適化効果が現れていることが分かる。

在するため、これらの制約を用いても現在最適化に約20分を要している。処理系の性能を上げると共に、特に展開ノード数が多くなるルールについては、最適化を途中で切り上げるなどの現実的な解決策をとることが必要である。

### 6. 他の研究との関連

これまでに、データベースの問合わせ最適化に関する研究が数多く報告されている。joinトポロジカルの最適化に関する研究としては、以下のものがある。

- ① Jarke<sup>[7]</sup>は多数の問い合わせを一括して最適化するMultiple Query Optimizationを提案している。これは本論文で提案する多数のルールの一括最適化とよく似た方式である。
- ② Kim<sup>[8]</sup>はさらに、プログラム中で類似の問い合わせが繰り返し実行される場合に、それらを一括して最適化するGlobal Query Optimizationを提案している。プロダクションシステムの動作は

```

LOOP;
    Q1; ---- ルール1の条件照合
    Q2; ---- ルール2の条件照合
    :
    Update database
END

```

で近似できるので、Global Query Optimizationはプロログクションシステムの最適化に極めて近い問題であるということができる。

しかしこれらの研究は、同時に実行可能な問合わせの最適化が目的であり、プロログクションシステムのように既に行われた問合わせの結果を保存し再利用するという発想は生まれてこない。データベースでは最適化にデータ特性（データ数）を用いるが、プロログクションシステムの最適化ではそれに加えてプログラムの動作特性（データ更新回数）を用いるのはこの相違に基づくものである。

問題解決の分野ではSmithやWarren<sup>[10, 11]</sup>等によって、条件の連接により構成される問合わせの最適化が研究されている。データベースの最適化同様、プログラムの動作特性が考慮されていない点がプロログクションシステムの最適化と異なっている。

## 7. むすび

プロログクションルールの条件部のjoinトポロジーを最適化するアルゴリズムとその効果について述べた。評価対象としたエキスパートシステムは比較的小規模なものであるが、結合演算のコストが1/3に削減されるという大きな効果が得られた。一般にルール数、データ数が増えれば最適化の効果は増大する。従って、エキスパートシステムの実用化が進むにつれトポロジカル・オプティマイゼーはその有効性を増すものと考えている。

## 謝辞

日頃御指導戴くNTT情報通信研究所吉田清主幹研究員、評価用プログラムを提供して戴いた石川雄三主幹研究員、並びに討論戴いた方々に感謝致します。また、データベースの立場からコメントを戴いた神戸大学田中克己助教授、京

都産業大学吉川正俊博士に感謝します。

## 参考文献

- (1) Clayton, B. D., "ART Programming Tutorial", Inference Corp. (1987).
- (2)Forgy, C. L., "OPS5 User's Manual", CMU-CS-81-135 (1981).
- (3)Forgy, C.L., "Rete: A Fast Algorithm for the Many Pattern / Many Object Pattern Match Problem", Artificial Intelligence, Vol.19, pp. 17-37 (1982).
- (4) Gupta, A., C. L. Forgy, D. Kalp, A. Newell and M.Tambe,"Results of Parallel Implementation of OPS5 on the Encore Multiprocessor", CMU-CS-87-146 (1987).
- (5) 石田 亨, "データ駆動型プロログクションシステムによる意味ネットワークの探索", 情報処理学会論文誌, Vol.28, No.10 (1987).
- (6) 石川, 伸西, 中村, "論理ゲート最適化エキスパートシステムについて", 情報処理学会第34回全国大会 (1987).
- (7) Jarke,M., "Common Subexpression Isolation in Multiple Query Optimization", in Query Processing in Database Systems, Springer (1984).
- (8) Kim, W., "Global Optimization of Relational Queries: A First Step", in Query Processing in Database Systems, Springer (1984).
- (9) Schor, M.I., T.P.Daly, H.S. Lee and B.R.Tibbitts, "Advances in RETE Pattern Matching", AAAI-86 (1986).
- (10) Smith, D. E. and M. R. Genesereth, "Ordering Conjunctive Queries", Artificial Intelligence, 26, pp.171-215 (1985).
- (11) Warren, D.H.D., "Efficient Processing of Interactive Relational Database Queries Expressed in Logic", 7th VLDB (1981).