人　工　知　能 90－9
（1993. 9. 28）

新しい制約不等式に基づく ネットワーク化バブル伝播法による高速仮説推論

大沢　幸生　　　石塚　満
東京大学電子情報工学科

仮説推論は基盤性の点と診断や設計に応用できるといった実用性の両面で，知識処理の重要な枠組みである。しかし，仮説推論の最大の課題は非単調推論であることによる低い推論速度であり，最悪の場合知識の規模に対して指数的に推論時間が増大する。この課題を克服するため，われわれは現時点までに数理計画法の高速近似解法をネットワーク手法としてさらに高速化することに成功している．しかし，単結合の場合など特殊に容易な問題を短時間で解く機能はなく，充分知識の構造を活かしているとはいえなかった．ここでは，制約不等式を変更して得られる新しいネットワークによって理論上多項式時間で厳密に解けるクラスを従来知られているものより拡張し，高速な推論手法を提案する．

Fast Hypothetical Reasoning using New Networked Bubble Propagation based on Improved Constraints Inequalities.

Yukio OHSAWA and Mitsuru ISHIZUKA

Dept. of Information and Communication Eng. Faculty of Engineering, Univ. of Tokyo

7-3-1, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113 JAPAN

A hypothetical reasoning is an important knowledge system's framework because of its theoretical basis and its usefulness for diagonisis, design, etc. Its crucial problem is, however, its slow inference speed. In order to achieve practical or tractable speed, an approximate method has been translated into simpler networked computation in our previous work. However, it remained that easier class (P) of problems including singly-connected inference trees should be accurately solved in shorter time than general NP-complete hypothical reasoning. In this article, in order to satisfy this condition, mathematical analysis is made of a new method obtained by engaging new representation of knowledge .

1.まえがき

仮説推論は基盤性の点と診断や設計に応用できるといった実用性の両面で,知識処理の重要な枠組みである(Pol87)。この枠組みにおいては,知識を矛盾の可能性がなく常に成立する背景知識　(Σ)と,他と矛盾する可能性を有する仮説知識 (H)に分ける。その基本動作は,推論のゴール（G）が与えられたとき,背景知識だけからこのゴールを証明（説明）できないとき,背景知識に併せてゴールを証明できるような仮説の無矛盾な部分集合(h)を見いだすことである．即ち,

$h \subseteq H$　　(h はHの部分集合)

$\Sigma \cup h \vdash G$　　(Σ ∪ h からゴールGが証明できる)

$\Sigma \cup h \nvdash \Box$　　(Σ ∪ h は無矛盾；□は空節すなわち矛盾を表す)

なる解仮説hを見いだすことである．多くの場合解の極小性が要求され，更に本論文でも使用するように，各要素仮説に数値的重みが付されているとき，解仮説の要素仮説の重みの和が最小になるといったような最適な解仮説を求めることが要求される．

例えば，各要素仮説をあるシステムの部品の故障状態あるいは使用可能な部品や部品間の可能な接続法と対応付け，故障の観測事象あるいは満たすべき設計の仕様をゴールとすることによって，仮説推論によりモデルに基づく故障診断,設計が可能となる(牧野93).

しかし，仮説推論の最大の課題はその低い推論速度である。即ち，他と矛盾し否定される可能性を有する知識(defeasible knowledge)を仮説として扱う仮説推論は非単調推論の一種であり，最悪の場合知識の規模に対して指数的に推論時間が増大する。この仮説推論の課題を克服するために知識の内容を有効に活用することによる各種の高速推論手法のメカニズムの研究が行なわれてきた。(井上92,近藤91,伊藤91)。

一方高速解法としては，最適解計算の仮説推論をこれと等価な整数計画問題に帰着できることを利用するものがある。0-1整数計画問題の高速近似解法として知られる掃き出し補数法(Bal80)を仮説推論から帰着した0-1整数計画問題に適用することによって，多項式時間での仮説推論を達成している(岡本93)。非単調推論系となる仮説推論の計算複雑度はNP完全あるいはNP困難であり(Kau89, Byl91)，多項式時間で厳密な最適解を求める手法は存在しないと考えらるが，この近似解法によって得られる解は最適解に非常に近く,実用上極めて有用な手法である。

しかし，これは知識処理の問題を変換して数理計画の領域での解法を得たものであり，今後知識の構造などを考慮して改善を図ることが困難となる。そこでわれわれは現時点までに,(Ohs93)で新しいタイプの知識ネットワーク上で行なうネットワーク化バブル伝播法と名付けた推論手法を提案した．このネットワークは,0-1整数計画法の掃き出し補数法による高速仮説推論法(岡本93)と同等あるいはより効率的な働きをする。ここでは，ノードの意味や配置はこれまで用いられてきたものとほぼ同じであり,これらのノード間を[0,1]間の実数真理値の変化を伝播させることで推論を行なう。他の文献(Iri81)にも見られるように,ネットワーク化に基づく手法は高速推論メカニズムを得る重要な鍵となる場合が多い。

このネットワーク特有の性質として,得られる解（仮説集合）は文献(岡本93)におけるものと同様に最適解に十分近い準最適解となる一方で,知識の構造的関係（幾何学的情報）の利用により推論時間はN^2のオーダと掃き出し補数法の速度を上回る多項式時間仮説推論が可能となる．

一方, GeffnerらのBelief Network (Gef87)と比較しても必要なメモリ等の点で有利な点も多いが，このような確率ネットワークを含むネットワークによる手法では単結合のネットワークで記述できる問題が線形時間で解けるのに対し,我々の手法ではこのような問題で有利な幾何学的条件を得るにも関わらず計算時間はそうでない場合と変わらない。このことは，幾何学的特

徴の利用が不十分であることを示唆していた。

ここでは，この点を改良し，より高速な仮説推論の手法を提案する。

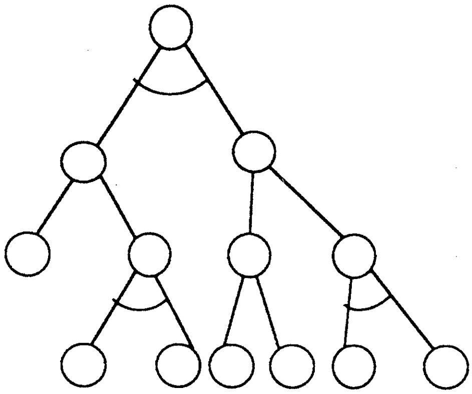


図１. 単結合グラフで表される知識のネットワーク（推論パスネットワーク）

この手法では,単結合の場合(Class1)を含むさらに複雑なクラス(Class2)までの問題について必ず多項式時間で厳密解の探索を終了する。厳密には問題のNP完全性により一般の問題については指数時間の計算時間を必要とするが，実用的な問題の多くがClass2に近いレベルに属することから極めて速い仮説推論が達成可能である。

これまで，ネットワーク化バブル伝播法は掃き出し補数法に基づいていたために，探索フェーズがその複雑な計算機構から計算時間の全体のアルゴリズムに占める割合が大きかった。一方，ここに提案する手法では単結合の場合を含むClass2に属する初期状態を得る場合は探索フェーズが不必要になるなど，ネットワーク化バブル伝播法における実行時間が大幅に短縮される．さらに，ここで得られる結果からネットワークの形状と制約充足空間の形状に密接な関係を有することが明かとなった．また，計算時間とアルゴリズムの単純さに加え完全性と健全性で従来のネットワーク化バブル伝播法を上回る。

2.仮説推論の推論ネットワークの特性に関する仮定

図2は，単結合で表される知識ベースのバブルネットワークによる表現である。単結合とは，簡単に言うとサーキット[Iri]をそのなかに含まないようなものをいう。まず，以下では仮説推論を対象とするため，のちの議論のために，仮説推論に用いられる知識ベースにおいて一般的に成立する特徴をあげる。

先ず，次の仮定はこの手法の本質に深くは関わらないが補助的な意味とアルゴリズム上の順序から初めに述べる。

仮定1. 仮説推論の知識ベースにおいて，A→Aのようなトートロジーは存在しない。

仮定2. 仮説推論の知識ベースにおいて，A→Bのようなルールがあるとき，結論部Bに対する前提部Aが単数の場合，これをBと同一のリテラルとみなすことによって削除することができる。すなわち，同一の結論部をもつすべてのルールをORの形の前提部でまとめた知識ベースにおいて, ANDまたはORの形で記述されるルールの前提部にはリテラルが必ず複数存在する。

これらの仮定は，以下に述べる定理の証明で使用するもので，本稿ではそれらの証明の詳細には立ち入らないが念のため仮定は示した.

仮定2は,ネットワーク化バブル伝播アルゴリズムにおけるネットワークの第2段階の簡単化を行うことに相当し,所要時間は高々線形時間である。以下では，この処理を行った後のネットワークについて議論を行う。

3.ネットワーク化バブル伝播法

これまでのネットワーク化バブル伝播法における基本的なプロセスについては文献[Ohsawa93]等にも述べたが，ここにごく簡単に要約する。

ここで用いるネットワークは，図2の様に２種類のノードとこれに付けた2色の色から構成され，これらは矢印で示した支配関係で結合さ

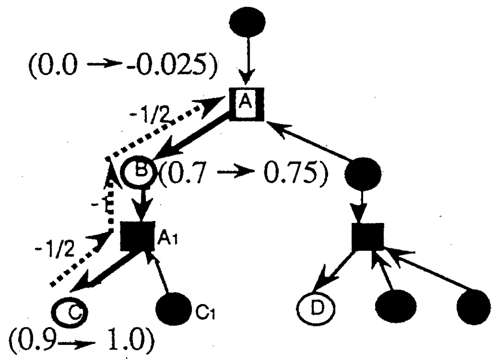


図2. 単結合のグラフで表される仮説推論の推論ネットワークの例

れている．○と●は各アトム即ち命題と補助アトムを表し，□と■はANDまたはORというルールによる命題同士の関連を表す．また黒塗のノードは知識ベースと等価な真理値空間において制約充足域の壁を表し白いノードは内部を表す．いい換えると黒塗のノード自分の値を自ら決定しており，そうでないノードよりも１自由度だけ低い．（例えば，●は0または1の値を，○はその間の小数値をとる．）

また矢印はどのノードが隣のどのノードの値（○，●では真理値）を決定するかという支配関係を表し，これを我々は支配ベクトル（後述）とよんでいる．

これを用いて推論する計算手順は詳しくは複雑であるが，性質上最も重要で計算時間の大部分を占めるのは次の「交換」である．

図2でAの黒色と○のいずれかの白色を交換するとき，支配ベクトルの下流にあるB,Cのみがその候補となり，しかもそのうち黒塗になることでAを制約充足域の内部に向かってもっとも小さく変化させるものが選ばれる．図の例ではCが交換の相手となる．

この操作は，真理値空間において制約充足域の縁を辿ることに対応するもので，数理計画法の高速解法[Balas 80]とコネクショニズムの交点ということができる．しかし，単結合のネットワークで記述できる問題は理論上線形時間で厳密に解けるのに対し，我々の手法ではやはりこのような問題では同様の有利な幾何学的条件を得るにも関わらず計算時間はそうでない場合と変わらない。

本稿では，一般的な知識の構造に対してネットワーク化バブル伝播法の計算速度を改善し，とくに知識の構造に由来する計算複雑さがP(Polynomial)となるような場合には厳密に多項式時間推論を保証する推論の新手法を提案する．

4.単結合グラフの支配ベクトルに関する定理

知識の構造が特に単純な場合として推論パスネットワークが単結合となる場合が考えられる．図1の様に通常の手法で記述した推論パスネットワークが単結合となる場合には図2の様にバブルネットワークもまた単結合となることは自明である．支配ベクトル付与の操作および定理1では，この様な場合支配ベクトルがグラフ上の全ての枝を覆うことを示す．

支配ベクトルの付与

次に述べるルールに基づいて支配ベクトルを各枝に付与する。ここで，　支配ベクトルとは，各ノードの値（構造ノードの場合，対応する命題の真理値）が隣接するいずれのノードの値の決定に寄与するかを示す矢印をいう。図３にその様子を図示する。

Rule1: 非基底構造ノード●に接する全ての枝に,●から沸きだす方向に矢印を施す。

Rule2:非基底スラックノード■（基底構造ノード○）に接する枝のうち,まだ矢印のついていない枝が一つだけ残っているとき,これに■から沸きだす（○に吸収される）矢印を施す。

Rule3:非基底スラックノード■（基底構造ノード○）に接する枝のうち,矢印のついている枝が一つだけ沸きだし（吸収され）ているとき,これ以外の枝に■に吸収される（○から沸きだす）矢印を施す。

Rule 4:　基底スラックノード□に接する全ての枝に,□に吸収される方向に矢印を施す。

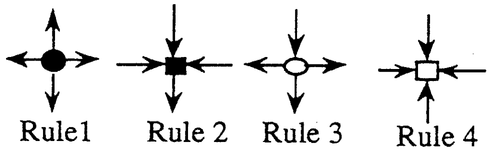


図３：支配ベクトルの付与ルール

このルールに基づく操作の反復によって，単結合の推論パスネットワークについては含まれる全ての枝に対して支配ベクトルを付与することが可能となる。このことは次の定理によって保証される。

定理１：知識のネットワークが有限な単結合グラフで表されるとき，図３のルールに基づく手続きだけで全ての枝に支配ベクトルの矢印を施すことができる。

証明：定理の否定が偽であることを証明する。即ちある枝があって,これに支配ベクトルを決定できないとする。ネットワーク全体に含まれる枝の集合を$\mathcal{E}=\{e_1,e_2,..,e_m\}$とする。ここで，支配ベクトルの矢印で連結される$n$個の部分グラフをそれぞれ$\mathcal{G}=\{G_1,G_2,\ldots,G_n\}$とすると，これらの中に少なくとも一つ，ただ一つの$e(\in\mathcal{E})$に連結する部分グラフが存在する。このことは次のように示される。もしそのような部分グラフがなければ，全ての部分グラフは二つ以上の$\mathcal{E}$の要素で連結されるので，$\mathcal{G}$の任意の要素G_hに対してこれに含まれる$\mathcal{E}$の部分集合$\{e_i,e_j\}$が得られる。ここでe_jによってG_hに連結される$\mathcal{G}$の要素をG_{h+1}とかくと，G_{h+1}に対して同様にして$\{e_j,e_k\}$が得られるので，この操作の反復によって$\mathcal{E}$の要素の鎖が得られる。もとのグラフが単連結であることより，この鎖に同じ要素が二度出現することはないのでこの鎖の長さは有限ではない。これは定理の仮定に反する。

このことから，ある$\mathcal{G}$の要素Gがあってこれにただ一つの$e\in\mathcal{E}$に連結する部分グラフが存在する。eとGの共通要素であるノードがただ一つ存在することは自明であるが，このノードに隣接する枝のうちG　に含まれるものには仮定よりすでに支配ベクトルが施されているとしてよいので，図3の規則からGの支配ベクトルを決めることが可能である。これは始めの仮定に矛盾する。（証明終）

定理1により,単結合グラフを構成するネットワーク化バブル伝播法において枝の数に対して線形時間で全ての枝に支配ベクトルを付与することができる（単一のノードに接する枝の数に定数の上限を仮定しているので，ネットワーク全体の枝の数はアトム数に比例すると考えてよい）。このレベルの問題をClass1と呼ぶ。

Class1に属さない問題とは，図4のような場合である．この例の場合にもそうであるように，一般には単結合でない（以下複結合とよぶ）場合に支配ベクトルの付与できない枝がのこる可能性がある．

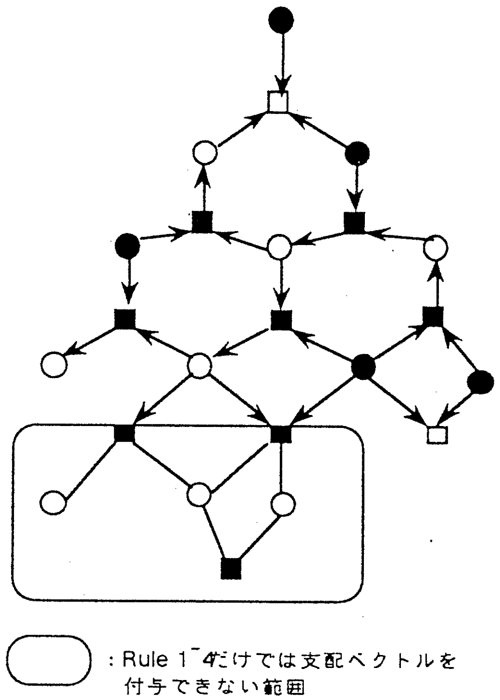


図4.Class 1　に属さない例

この結果は，Selman,Geffnerらによる単結合と複結合の計算量の差に関係する様に直感される．

しかし，ネットワーク化バブル伝播法の計算はこのあとに行われる前述の交換にその殆どの計算時間が費やされるのでこの関連を確認することがこれまでできなかった.

実際には，このように支配ベクトルでネットワークを網羅できるような問題（Class3＝図5参照）のなかでも単結合グラフは非常に簡単なサブクラスである。計算を行うと実用的な問題でClass3に属する場合が多いことも確認された。

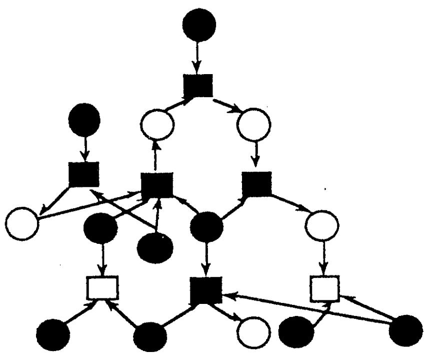


図5.単結合グラフで表されないが全ての枝に支配ベクトルを付与できる知識のネットワーク（差集合　Class 3 - Class 1　に属する）

現時点ではわれわれはこの隙間を埋める理論を得ているが，ここではその概要とその説明に必要な定理を示すにとどめ，詳細は計算結果とともに近く報告することにしたい.

5.新しい制約不等式を用いた高速化ネットワーク化バブル伝播法

現時点までに提案したネットワーク化バブル伝播法（以下，簡単に手法Aと呼ぶ）においては，近似解法によって多項式時間で準最適解を求めることができるが，単結合など特に単純な知識構造に対しても多項式時間推論では厳密な最適解を保証することはできない.その原因は，仮説推論の対象となる知識ベースと等価な制約不等式で表される空間が0-1整数値以外の頂点を多く含む点にあった．即ち，手法Aにおいて各ルールは次の式において(1)→(2)および(3)→(4)のように等価な不等式で記述される。

$$Y \leftarrow X_1 \wedge X_2 \wedge \cdots \wedge X_{n-1} \wedge X_n \quad (1)$$

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_{n-1}+x_n-n+1}{n} \leq y \leq \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{n-1}+x_n}{n} \quad (2)$$

$$Y \leftarrow X_1 \vee X_2 \vee \cdots \vee X_{n-1} \vee X_n \quad (3)$$

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_{n-1}+x_n}{n} \leq y \leq \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{n-1}+x_n+n-1}{n} \quad (4)$$

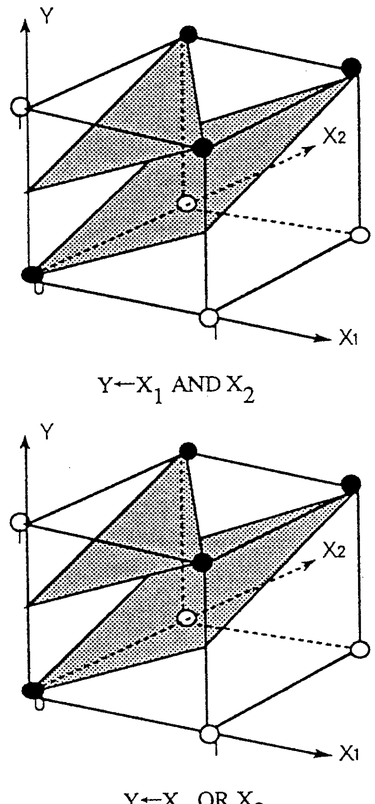
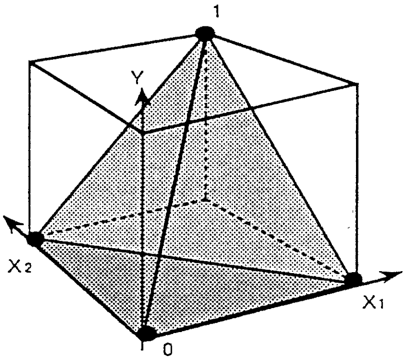


図6.従来のNBPにおける推論ルールと真理値

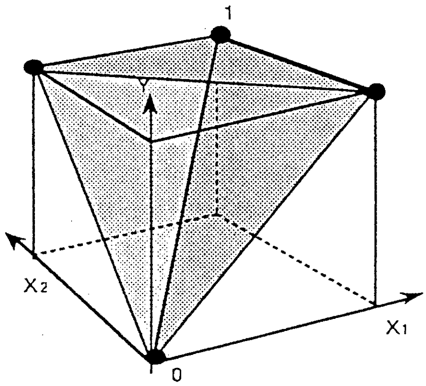
簡単な場合のこの制約充足空間を図6に図示する。この図は,(2)式においてn=2の場合のYの上限と下限を灰色の平面で示したものである。この2平面に挟まれた空間がORルール一つの制約充足範囲を示しており，これらの共通集合を問題の定義域とする0-1整数計画法の近似解法により高速推論を行うことができる。しかし図6

の視察から分かるように，　この記述によると，制約充足空間の頂点座標が0-1整数値とならない場合が多く，無駄な頂点を探索する結果となる。本論文では，これらの不等式を変更することにより得られる新しいネットワーク化バブル伝播法を提案し，仮説推論の本来有する特性を備えた高速推論手法となることを示す。

新手法では，(2)および(4)から(5)および(6)に変更することによって得られる新しい制約不等式によって全ての知識ベースを置き換える。



$Y \leftarrow X_1$ AND X_2



$Y \leftarrow X_1$ OR X_2

図7.推論ルールにおける新しい不等式制約とその真理値分布

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)-n+1 \le y.,\ (5\text{-}1) \qquad 0 \le y \le x_i.\ (5\text{-}2)$$
$$(i=1,2,\cdots,n). \qquad (5)$$

$$y \le \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right).,\ (6\text{-}1) \qquad x_i \le y \le 1.\ (6\text{-}2)$$
$$(i=1,2,\cdots,n). \qquad (6)$$

比較のため，図7にこの記述によるルールの真理値分布を示す。この制約を満足する0-1整数値はこれまでの制約を満足するものと正確に同じ値である．にも関わらず本論文で改めてこの制約表現を取り入れる理由は，簡単にいうと多くの制約充足領域の頂点が0-1整数値となるため高速推論が実現できることにある。さらに以下の議論から，知識構造に起因するネットワークの幾何学的構造と計算複雑さとの関連が明らかとなる様な新しいネットワーク化バブル伝播法を得ることにより実用レベルの問題に適した推論手法としての特性を保証することができる。

6.支配ベクトルと計算複雑さに関する定理

新しい制約不等式をネットワーク化すると下の図8のようになる。

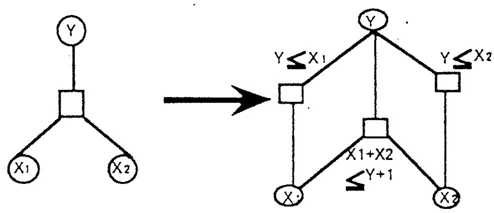


図8.Y ←X1, X2. （ANDルールの一つ）に対する旧→新バブルネットワーク

従来のバブルネットワークに比較すると少し複雑に見えるが，図7の視察から実際には探索空間は単純な形になることがわかる。即ち，この単一のルールで必要な変数の個数は事実上は2n+1変数となる．これまでのネットワーク化バブル伝播法では図6から2n+2変数必要であったので，変数の個数に拠らずほぼ同程度の変数を考慮していることになる．

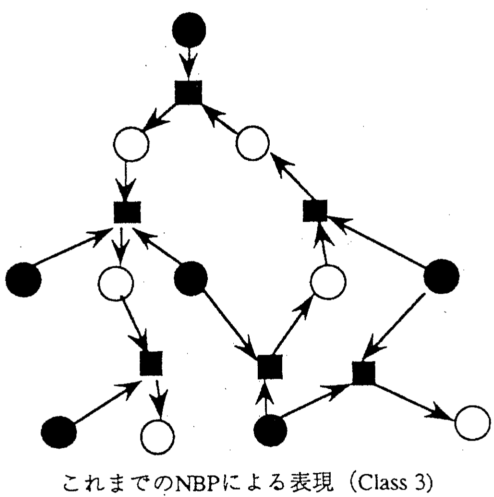
ここに提案する新しい制約不等式の集合で与えられる制約充足領域について，次の補題と定理2が成立する．この点が問題のクラスによる推論速度の向上を達成する重要な鍵となり，後述するように単結合グラフで推論ネットワークを表現できる仮説推論を含む特定のクラスの問題の計算複雑性がP(Polynom ial-time)となることと密接に関係する。

補題:知識ベースをは上記の不等式(5)(6)として再構成すると，これらのの不等式制約を充足する領域の頂点において，そのルールを構成する変数の値は全て0-1整数値をとる。
証明：詳細は別途報告に譲る．概略は図7の視察から理解されよう．

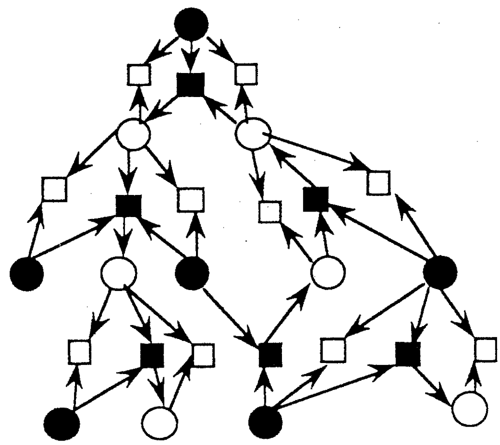
次に, Class 2 を定義する．

図8のようなユニットを組み合わせてえられるネットワークが本稿で我々が提案する新手法のネットワークとなるが，この上でClass 3と同様に定義されるクラスがClass 2である．即ち，図9の様にネットワーク全体に支配ベクトルが行き渡るような場合である．

定理2：Class 2の（問題,状態）について，制約不等式(5),(6)を満たす制約充足空間の頂点で，全ての変数値は0-1整数値をとる。



これまでのNBPによる表現（Class 3)



新手法のネットワーク（Class 2)

図9. Class 2 の例

証明：数学的帰納法を用いて証明する．まず，支配ベクトルの深さを次のように定義する．非基底構造ノードを深さ0とする．非基底構造ノードを始点として支配ベクトルを辿る際，いま深さd以下の構造ノードから外向きの支配ベクトルに沿って辿るとする．これらの支配ベクトルの指す非基底スラックノードが放出する支配ベクトルがあればこれの指す構造ノードの深さをdとすることによって帰納的に深さを定義する．以下に定理の証明を示す．

任意の構造ノードから支配ベクトルを遡る向きに辿ることの可能な枝を全て辿る操作を考える．このときグラフの全ての枝に支配ベクトルが付与されているという仮定によって支配ベクトルが途切れる枝は存在しないので，はじめの構造ノードをルートとし全ての葉を深さ0の非基底構造ノードとする木が構成される．この木の上を葉からルートに向って支配ベクトルの向きに辿りながら数学的帰納法を適用する．

深さ0）ネットワーク化バブル伝播法において，非基底構造ノードは0-1整数値をとる．

深さ$d \rightarrow d+1$）ある非基底スラックノードに枝1本を通じて接するp個の深さd以下の構造ノードのうちp-1個が0-1整数値をとるとき，残りの枝に外向きの支配ベクトルが付与され，補題から残りの1つの構造の一つも0-1整数値をとる．

上記の'深さ0','深さ$d \rightarrow d+1$'から数学的帰納法

により全ての枝に支配ベクトルの付与されたバブルネットワーク上の構造ノードの値は全て0-1整数値をとる.（証明終）

単結合の推論木で問題が与えられる場合に仮説推論は通常のNP完全またはNP困難ではなくPの計算複雑さに過ぎないことはこれまでにも知られている[Geffner89,Jeroslow].

しかし, これまでのネットワーク化バブル伝播法ではこの様な単純な場合にさえ多項式時間で厳密解を求める保証がないため, 極めて希であるが多項式時間では最適解計算が達成できない場合があった.

この定理2が証明されたことは, 計算複雑度がPとなる（厳密な多項式時間仮説推論が達成される）範囲を拡張し明確に示したことになる点で重要な結果である. 即ち, 一般的な制約充足問題の計算複雑さのこれまでより細かい分類によって実用レベルの故障診断や設計, スケジューリングの問題の効率的な解法を得られる可能性を示唆しているとも考えられる.（これが拡張になっていることは定理1と定理2の合成では証明されないことに注意. これについては前述と同じく別途報告する.）

さらに理論を展開することにより分かるように, 次節で提案する新手法ではこの仮説推論の特性を備えたネットワーク化によってわれわれのこれまでの結果を大幅に上回る仮説推論が達成できる.

7.Class2の命題論理仮説推論に対する新しいネットワーク化バブル伝播法

1.線形不等式で表される制約を充足する頂点を選ぶ。このとき, ノードに枝1つを通じて接するノードの個数に定数の上限を仮定すると掃き出しの反復1回あたりの計算量がある一定オーダに保たれる結果擬線形時間での初期フェーズが期待される. 0-1整数値となった構造ノードを黒ノードとし,この段階で非基底となったスラックノードも黒ノードとする。

2.支配ベクトルを付与する。隣接する枝の全ての支配ベクトルが流入するスラックノードを白く塗り直す。

3.この状態で従来のバブルネットワークの操作を探索フェーズから始動する。

3.1.交換ペア選択の際, 比較する非基底ノードの候補は同一のユニットから選択する. 異なるユニットに属する非基底ノードを交換ペアの片方とする交換の操作は互いに直交するからである. この制限を 設けることによって探索フェーズの実行時間は仮説数Nに対し従来の$O(N^2)$からほぼ$O(N)$まで節約されることが理論上期待される.

3.2.ノードの状態変化にともない支配ベクトルが増加するので, その上の構造ノードを非基底としスラックノードを基底とする（定理2の系参照）.

4.全ての構造ノードが非基底となれば探索を終了する.

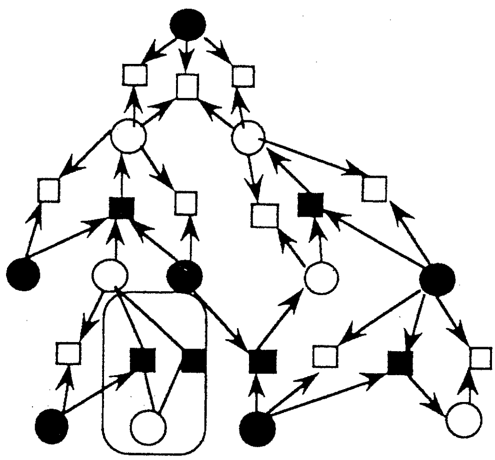


図10.ステップ3で従来のネットワーク化バブル伝播法を適用するサーキットを含むユニット（枠内）

8.結論

ネットワーク化バブル伝播アルゴリズムの場合にも, グラフの新しい表現によれば単結合のグラフを構成する仮説推論の問題に対して Belief Network と同じく多項式時間で推論を終了し, 最適解が得られることを示した。また,

実際的な意義を持つ一般の場合にこれを拡張し，命題論理仮説推論の問題で与えられる制約充足問題を従来のネットワーク化バブル伝播法よりも高速で解く手法を提案した。

ゴール証明の可能な最適解を一つ求める手法として，計算時間とアルゴリズムの単純さに加えて簡単な場合には完全性と健全性を備える点でも従来のネットワーク化バブル伝播法を上回るものである。なお, Class 2, Class 3 はいずれもClass 1よりも多くの問題を含むことは示したが，二者の比較は示さなかった．実はClass2 はClass 3を含むという，興味ある結果が既に得られている．その意味は，本稿からも分かるように，支配ベクトルでおおわれるネットワークで表される問題は多項式時間で計算できることである．これまでの実験ではClass 3は広い範囲に及ぶので,これは実用的意義を有する．

現在，筆者らはこの新手法を実装した実験に加えてネットワーク化バブル伝播法を述語論理に拡張する手法を研究中である．この場合，変数値の代入とその条件などの定式化が従来は数理計画法では不可能であったが，既に我々はネットワーク化バブル伝播法を用いてこれまでの手法の延長 (大沢93) で記述することに成功している．しかし，この手法では再入構造を考慮するとネットワークが膨大となることが課題である．これに対し，もとの知識ベースを長期記憶と見なし，情報の部分性 (橋田93) を考慮してネットワークの動的な生成，棄却を短期記憶上で行う新手法を検討中である．

<参考文献>

[大沢93]述語論理に適用できるネットワーク化バブル伝播法による多項式時間仮説推論の達成, JSAI'93

[岡本93] 岡本知樹,石塚満:整数計画法の近似解法を適用した準最適解計算の高速仮説推論法, 人工知能学会誌8 ,pp.222-229,

[橋田93] Hasida, K. : 制約の力学による分散論理推論　情処人工知能研究会 AI89-11

[牧野93] 牧野俊朗,石塚満:経験に基づく学習による仮説推論の高速化, 人工知能学会誌, 8 ,pp.320-327

[Bal 80] Balas, E. & Martin, C. : Pivot and Compliment -- A Heuristic for 0-1 Programming, Management Science,2 6, pp.86-96 (1980)

[Byl 91]Bylander, T. , Allemang, D. , et al. : The Computational Complexity of Abduction, Artif. Intell., 4 9, pp.25-60(1991) .

[Gef 87]Geffner, H. & Pearl, J. : An Improved Constraint-Propagation Algorithm for Diagnosis, 10th-IJCAI, Milan, pp.1105-1111 (1987)

[Ino 92] Inoue, K. ,Ohta, Y.& Hasegawa, R. : Hypothetical Reasoning Systems on the MGTP, ICOT TR-763(1992)

[Iri 81] Iri, M : Use of Matroid Theory in Operations Research, Circuits and Systems Theory, International Journal of Systems Science 12 , pp.27-54 (1981)

[Kau 89] Kautz, H.A.& Selman, B.: Hard Problems for Simple Default Logics, Proc. KR'89, Tront, pp.189-197 (1989)

[Kondo91] Kondo, A., A.Makino, T. and Ishizuka, M. :An Efficient Hypothetical Reasoning System for Predicate-logic Knowkledge -base, Proc. Int'l Conf. on Tools for AI (TAI'91), San Jose, pp.360-367 (1991)

[Ohsawa93] Networked Bubble Propagation Method as a Polynomial-time Hypothetical Reasoning for Computing Quasi-optimal solution, IEEE Proc of TAI'93

[Pol 87] Poole, D. ,Aleliunas, R. & Goebel, R. : Theorist : Essays in the Knowledge Representation Springer-Verlag, N.Y. (1987).