

確率オートマトンを基にした 進化的システムに関する基礎研究

真栄城 哲也 木村 正行

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科
木村研究室

単細胞レベルの下等な生物を想定し、生物のように外界に適応する能力を持つシステムを確率オートマトンを用いてモデル化し、より根源的な形態で遺伝的アルゴリズムを遺伝子レベルに導入した。ついで、シミュレーション実験とオートマトンが適応的である条件を基にして、このモデルが進化的システムの有用なモデルとなり得ることを実証した。さらに、シミュレーション実験から、生物の進化の過程における機能分化やその統合に見られるような高度な情報処理形態の形成について興味ある知見を導出した。一方、突然変異確率を世代の経過とともに指数関数的に減少させて行った場合の進化に及ぼす影響についても興味ある知見を見いだした。

Basic Study on the Evolutionary Systems Using Probabilistic Automata

Tetsuya Maeshiro Masayuki Kimura

Kimura Lab.
School of Information Science
Japan Advanced Institute of Science and Technology, Hokuriku

15 Asahidai, Tatsunokuchi, Nomi, Ishikawa, 923-12 Japan

We present a model of a low level unicellular life capable of adapting to its environment using probabilistic automata, introducing fundamental aspects of genetic algorithms on the genetic level. Simulation results and the adaptability conditions of automata indicate that our model can serve as an effective model for evolutionary systems. We have observed the emergence of advanced information processing forms, such as function differentiation and integration, similar to those encountered in evolution of life. Also, we analyze the effect of exponentially decreasing mutation rate in the evolutionary process.

1 はじめに

生物は機能分化とその統合を絶えず繰り返してより高度な生物へと進化してきたように思われる。本研究では、生命を純粋に機能の集合として捉えた単純なモデルを考案した。

機能モデルの対象として、単細胞レベルの下等な生物を想定し、生物と外界及び両者の相互作用から成る系を確率的システムとして捉え、生物のように外界に適応する能力を持つシステムを確率オートマトンを用いてモデル化し、より根源的な形態で遺伝的アルゴリズムを遺伝子レベルのコーディングに導入し得ることを可能にした。

本論文では、まずモデルである確率オートマトンについて述べ、機能モデルの説明をする。そして、考案したモデルを用いた実験の結果について考察し、結論を述べる。

2 確率オートマトン

ここでは、生命を単に確率系として捉え、離散的な確率オートマトンをモデルとして用いた。

機能レベルの研究目的の一つは、オートマトンが外界によってどのような機能を如何にして統合（管理）するかの解析であり、新しい機能の出現は目的としていない。

確率オートマトンは以下のように動作する。まず、オートマトンは値を出力し（行動）、それに対して外界が確率的に反応を返す。そして、オートマトンは反応ごとに決められている遷移確率にしたがって状態遷移する。この外界の反応はオートマトンにとって、過去にとった行動の評価と見なせる。

2.1 適応性の必要条件

確率オートマトンが未知外界に対して適応的であるための必要条件は理論的に導出されており、状態遷移の構造は正の利得の反応に対する遷移確率行列が二重確率行列、負の利得の反応に対するそれは二重確率行列でかつエルゴード的という条件を満たさなければならない [1]。

2.2 外界との関係

確率オートマトンの作用相手が環境の場合、動作は前述の通りである。

個体間の相互作用は、基本的に2個体間とし、この場合、他の確率オートマトンが外界となる。確率オートマトンが別の個体と作用している時、その動作は以下の通りである。まず、行動を出力すると同時に、相手の行動に対して確率的に反応を返す。そして、相手の反応に対応する遷移確率に従って状態遷移する。

2.3 学習

複製は突然変異などによって内部構造に変化が生じる可能性があるが、学習では構造に変化をもたらすことはなく、もはや決められた構造の調整に限られるため、およそその学習成果の上限を知ることができる。そのため、機能モデルの学習は扱っていない。

2.4 確率オートマトンの機能統合と分化

確率オートマトンの機能統合と分化は、各状態の行動、遷移先数、遷移先、遷移確率の組合せで決まる遷移構造によって表される。

機能分化された遷移構造をもつ確率オートマトンは、行動の数だけの状態数で表わすことができる。正の利得の外界の反応に対しては同じ行動の状態同士は高い遷移確率でつながっており、異なる行動の状態同士は低い遷移確率でつながっている。一方、負の利得の反応に対しては同じ行動の状態同士は低い遷移確率、また異なる行動の状態同士は高い遷移確率でつながっている。

3 機能モデル

機能モデルの作成において、確率オートマトンの状態数を最大8に、遷移先数を3に、行動の数を4に制限した。各状態の最大遷移先数は、学習オートマトンの最小状態数の必要条件を満たすオートマトンを構成する際に各状態が必要な最大遷移先数 (3) とした。

3.1 遺伝子コーディング

確率オートマトンの構造情報はビット列の遺伝子にコーディングされる。

また、遷移確率は0から1の実数で表されるが、予備実験の結果から15段階に分けることに決定し、4ビットを記述単位とした。この記述単位をコドンと呼ぶ。記

述対象の種類 m が 16 ($2^4 = 16$) 以下の場合、下位 $n = \lfloor \log_2 m \rfloor$ ビットだけを有効とした。

ビット列のコーディングには、隣接する数字のハミング距離が常に 1 である Gray コードを用いて、ビットが反転しても、対応する値が大きく変わらないようにした。

遺伝子には、初期状態と、それぞれの状態が記述される。一つの状態は、遷移先数、行動、遷移先状態番号、外界の反応 $+1$ と -1 に対するそれぞれの遷移確率によって記述される。また、個体間相互作用の場合には、各状態に行動の数だけ $+1$ を返す確率も追加される。

3.2 突然変異

このモデルには、中立進化 [3] の概念も組み込まれている。機能モデルの遺伝子で、 4 ビットのうち下位 2 ビットしか意味を持たないコドンの場合、上位 2 ビットに突然変異が生じてオートマトンの動作には影響を与えない。また、活性化されていない状態を記述するコドンに変異が生じて、同様に影響はないが、別の部分で変異が生じ、その状態が活性化されると初めて影響を持つ。このように淘汰を受けない突然変異をモデル化することによって、断続平衡のような現象が確認できた。

3.3 複製

突然変異によって、環境により適応した機能が発現することが期待される。突然変異は、放射能などによって遺伝情報のある部分が変わってしまう場合と（以下、自然突然変異）、生物自身の遺伝子複製機構の複製ミスによる場合（以下、複製エラー）である。両者は異なる性質のものであるので、両方の突然変異を組み込んである。

自然突然変異は一定であるが、生物の複製機構は進化とともに高精度化していくため、複製エラーは可変であることが想像できる。機能モデルでは生命の複製機構はモデル化していないが、突然変異確率の減少は組み込まれている。

4 実験結果および考察

ここでは、機能モデルを用いた実験とその結果について述べる。まず、システムとしての大まかな挙動を調べるために、予備実験を行い、その結果を基に以後のシミュレーション実験のいくつかのパラメータを決めた。そして、状態数を 8 に増やした実験、個体間の相互作用

を組み込んだ実験などを行った。その結果、機能分化、統合を示唆するデータが得られた。

4.1 実験方法

基本的な実験方法は、以下の通りである。

- (i) まず限定された特徴のもとで、第一世代の確率オートマトンをランダムに生成する。このとき、状態に対する行動の割当、及び状態遷移の選択と遷移確率の割当もランダムに行われるが、各状態に対して正の反応（報酬）を得た場合と、負の反応（罰）を得た場合のその状態からの遷移確率がそれぞれ独立に与えられる。
- (ii) 各行動に対する外界の反応を報酬と罰の 2 種類として、その反応の確率分布を適当に与える。この確率分布は定常または非定常あるいは周期的に変化する各場合を考慮する。但し、これらの確率分布はオートマトンにとっては、全く未知であるとする。
- (iii) 確率オートマトンが得た外界からの反応の総和値（エネルギー）が決められた最小値以上で、かつ高いほど、次世代に自らの複製（無性生殖）としての子孫を残すことができるものとする（自然淘汰）。但し、複製の際に状態の遷移先、遷移の種類及び状態遷移確率に突然変異が生じるものとし、その発生頻度を適当に与える。
- (iv) 次世代以降のオートマトンは、(ii) と (iii) に従う。

4.2 予備実験

予備実験として、確率オートマトンのモデルとしての妥当性、用いた際に生じる種々の問題点や、シミュレーションの各パラメータの影響を調べるために、限定された特徴（状態数 2 、行動の種類 2 ）を持つ確率オートマトンから成る集団を対象としてシミュレーションを行った。

シミュレーションのパラメータとして、突然変異確率、コドンの長さ、一世代当たりのステップ数の 3 つを調べ、それらの最適と思われる値の組合せを以後の実験で用いた。また、シミュレーションの途中で環境変動を与え、その影響も調べた。確率オートマトンの適応度には、各世代の終りに累積されている値を用い、その値が大きいくほど環境に適応しているとした。

それぞれ、 2 種類の実験を行なった。

実験1 — 2世代ごとに、行動0と1に対する環境の反応確率をそれぞれ0.8, 0.2と0.2, 0.8にする。それ以外のパラメータは実験の対象となっていない場合に限り、1世代あたり30ステップ、突然変異確率0.02、3ビットのコードンに設定した。最小得点10とし、シミュレーションは100世代行なった。

実験2 — 実験1のような環境の周期的な変動はなく、第50世代に環境を変化させる。反応確率は、0.8, 0.2であり、変動後は、0.2, 0.8とする。他は実験1と同じで、1世代あたり30ステップ、突然変異確率0.02、100世代、最小得点10とした。

それぞれ、以下の結果が得られた。

突然変異確率に関する実験では、0.1, 0.01, 0.005, 0.001の値を用いた。これらの確率は、シミュレーションを通して一定であるとした。実験の結果、突然変異確率が高いほど、個体は環境の変動には強いが、平均値は低いことを確認した。これは突然変異が頻繁に起こり過ぎると、適応していた生命体の適応度を突然変異によっていたずらに下げってしまうためと考えられる。突然変異確率が大きければ、より多様な個体が生まれるため、環境の急激な変動にもうまく対処できるが、同じ理由で定常環境において安定性を示さないため、ある一定以上の平均適応度を得るのは難しい。

コードンの長さに関する実験は、オートマトンの遷移確率のコーディングの際の離散化の精度に影響する。3ビット（7段階）と4ビット（15段階）の場合の比較を行なった。コードンが短ければ、それだけ多様性が低くなり、また、0か1の極値の出る確率が高くなる。遷移確率をコーディングする場合、極値の割合が多いのは好ましくない。実験の結果、3ビット長の方が、平均得点、合格者割合ともに収束（立ち上がり）が早く、収束値もわずかではあるが高い。しかし、変動に対しては、4ビット長の方が、これもわずかではあるが、最低値が高い。4ビット長がより変動に強いのは、確率系において極値を持つのは得策ではないことを示している。

ステップ数に関する実験は、統計的に偏りのない実験結果を得るために必要な一世代当たりの反復回数を調べるために10ステップ、30ステップと50ステップの場合の実験した。実験の結果、ステップ数10では小さ過ぎ、30と50の間には、ほとんど違いはなかった。収束の早さもほぼ同じであるし、変動に対する強さ（最低値）も同様である。

これらの予備実験の結果、以降のシミュレーションでは、それぞれ、4ビット長のコードン、30ステップ、突然変異確率0.02の値を用いることにした。

4.3 実験

状態数が最大8のオートマトンを用いて実験した結果、確率オートマトンが適応的であるための必要条件として理論的に導出された条件[1]を満たす状態遷移の構造を持つ確率オートマトンが多くなる方向にその発生頻度が収束した。

状態遷移パターンを要求した場合、パターンに対応した機能分化とそれを効率よく統合する機構（一種の機能分化）を備えたオートマトンの発生が見られた。

4.3.1 突然変異確率

生物の遺伝子複製機構は進化によって複製精度を上げていったと考えられる。そのモデルとして、突然変異の発生確率を世代の経過とともに、式1に従ってある一定時間ごとに断続的に指数関数的に減少させて行く。

$$\mu(t) = \mu(0) \exp(-t'/\tau) \quad (1)$$

where $t' = \lfloor t/T_\mu \rfloor$

$\mu(0)$ は突然変異確率の初期値であり、0.1以下の値、 t は世代、 T_μ は突然変異確率の減少世代数、 τ は50, 100程度の定数とする。ただし、指数関数であるので、間隔ごとに上がる複製精度の絶対差は一定ではない。

また、適応度が高いほど進化しており、複製機構の精度も高いと仮定すると、突然変異確率を、式2のような適応度の関数としても考えられる。適応度が高いほど、その維持のために複製精度を高くし、適応度が低いほど、変異確率を高くしてより適応度の高い個体の出現を試みる。

$$\mu(E) = \mu(0) \exp(-E/\tau_E) \quad (2)$$

τ は10以下の定数とする。

4.3.2 実験

実験1 — 環境を周期的に変動させ、行動0と1に対する環境の+1の反応確率をそれぞれ0.8, 0.2と0.2, 0.8とした。実験の結果を各状態数ごとに解析した。

状態数が少ないオートマトンは2種類の行動に対して、どちらかの行動のみをとることが確率的に高く変動に弱い。そのため、集団中で占める割合が減少する。状態数3から7までは、両方の行動を含む可能性が高いため、増加する。2つの行動に対しては、状態数8は多過ぎるためか、もしくは突然変異確率が8状態を維持するには高過ぎるため、減少する。

実験2 — 第50世代に外界に変動を与えて、影響を見る。外界の+1と-1の反応確率は、それぞれ0.8と0.1であり、変動後は、0.1と0.8とする。

この実験では、第50世代以外では、環境は定常であるから、より高得点を得られる行動をとり続ける状態数1か2の個体が生き残る確率が高く、状態数1と2のオートマトンだけで、全体の半分近くを占める。ここで興味深いのは、環境の変動後、環境変動に強い状態数の多い個体が一時的に増えることである。これは、状態数が少ないほど変動に弱い。そのため、生き残れなかったのがその理由である。また、これは、状態数が少ないほど、より専門化してしまつたためだと考えられる。

また、突然変異が一定、時間減少、適応度減少の3通りの比較を行なった。発生確率が適応度に応じて減少する場合、確率一定よりわずかに良い結果が得られた。また、指数的に時間減少させた場合、平均的に優れた適応能力（総利得の平均値が大きい）を持ち、個体の利得の分散も小さく（より安定している）、状態数の少ない（状態遷移の構造がコンパクト）個体数の割合が多い、という結果が得られた。

4.3.3 行動パターン

ただ単に有利な行動と不利な行動を設定するだけでなく、行動パターンを要求した場合の実験を行なった。4種類の行動を2種類ずつに分け、長さ2, 3, 4の行動パターンを周期的または准周期的に要求するようにし、その行動パターンをオートマトンがとった場合のみ正の利得が環境から確率的に返されるようにした。

その結果、行動を規定する状態遷移の構造に2つの行動パターンに対応した機能分化とそれを効率よく統合する機構（一種の機能分化）を備えたオートマトンの発生が見られるシミュレーション結果を得た（図1）。この

種の機能分化は他のいくつかのシミュレーションでも確認された。

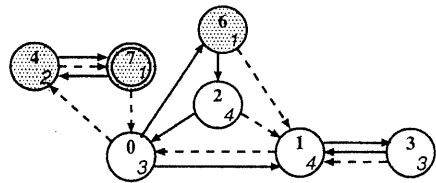


図1: 行動パターン実験で出現した確率オートマトン

状態内の上の番号は状態番号、右下の斜体の番号は行動を表す。2重丸の状態は初期状態（状態7）。正の利得の遷移確率が高い場合は遷移は実線で描かれ、負の利得が高い遷移確率は点線。要求行動パターンは1→2と3→4

4.4 複合オートマトンの個体

個体が一つの確率オートマトンではなく、複数の独立したオートマトンから構成される場合に、オートマトンの遷移構造の専門化ではなく、オートマトンごとにある機能に専門化するようにオートマトンのレベルでの機能の専門化の確認を試みた。

2つの最大8状態、行動数4の確率オートマトンから成る複合オートマトンの実験を行った。外界は周期的に、2つずつ有利な行動と不利な行動を設定し、行動パターンを要求しない場合とした場合の2つの実験を行った。

その結果、それぞれのオートマトンが同時に別の機能に専門化され、一世代で得られるエネルギー量が最大となるような個体の出現を確認した。行動パターンを要求した場合、両方のオートマトンがパターンに対応した遷移構造を持つ個体を確認できた。

この結果から、構成要素間に相互作用がない場合は、個々の要素を別々に局所的に評価するのではなく、全体として評価すれば良いことが理解できる。

4.5 個体間の相互作用

これまでの実験は、確率オートマトンと環境の相互作用によるシミュレーションだったが、ここでは2個体のオートマトン同士の相互関係によるシミュレーションを

行い、その解析をする。その結果、確率オートマトン同士の寄生関係のようなものが生じた。生体系の連鎖のようなオートマトンの役割分担と機能専門化につながるものと考えている。

実験条件は2プレーヤーゼロサムである。確率オートマトンは、出力した行動に対する相手の反応に応じて状態遷移すると同時に、入力として受けとった相手の行動に対して確率的に利得を反応として返し、相手に返す利得は自己の利得の累積値から引かれる。行動に対する利得は環境で決められており、その値が負の数ならば、自分の累積値に加算され、相手から受けとることになる。

4.5.1 実験

以下の実験を実験1-a、実験1-bのように組合わせて、6種類の実験を行なった。

実験1 — 突然変異確率一定で、1000個体、行動数4、それぞれの反応を+1と-1とした。

実験2 — 突然変異確率を時間的に減少させ、最小突然変異確率を 10^{-5} 、突然変異減少ステップを30世代、1000個体、行動数4、反応を+1と-1にした。

実験3 — 突然変異確率を適応度に従って減少させ、最小突然変異確率を 10^{-5} 、1000個体、行動数4、反応を+1と-1にした。

実験a — 個体に累積してある総利得（エネルギー）で適応度を評価する。

実験b — 行動に対して正の値が返ってくる回数（成功率）で適応度を評価する。

エネルギーを評価関数として用いた場合、実験1-a、2-a、3-aのどの場合もエネルギーもしくは成功率が高い個体の出現は確認できなかった。

一方、成功率を用いると、図2のように大きな変化が見られた。また、図3のように成功率の高い個体が現われるとともに、個体間の相互依存関係の出現の確認もできた。ここでの相互依存関係はエネルギーの高い個体（利己主義者）と低い個体（ボランティア）の2グループに別れ、相手無しでは生存できないような双方にとって利益のある関係を指す。また、成功率に変化のない時期と、急激な変化のある時期が繰り返され、一種の断続平衡が確認できた。また、平均値は上がるのみではなく、

下がる場合もあるのが興味深い。これは、個体にとっての外界が複雑であり、また2プレーヤーの選択のランダム性も外界の複雑さに寄与していると考えられるが、最終的には状態数の少ないオートマトンに収束する。

4.5.2 断続平衡

断続平衡は化石の分析を基に Eldridge と Gould によって提唱されている進化的理論の一つであり [2]、進化は連続的ではなく、際だった変化がない定常な停滞期と、進化が促進される過渡期の繰り返しであるとしている。オートマトンの状態数による分布（図2）を見てみると、過渡期に分布に大きな変化が見られ、支配する割合が急激に変化し、連続的に1少ないまたは1多い状態数に変わるのではなく、状態数5から2へなどの飛躍的な変化が確認された。また、図3のように、適応度の変化が見られない停滞期と、急激に変化する過渡期が交互に認められる。

個体が環境と作用する場合には、定常、周期的、ランダムなどの場合でもこのような挙動は確認できなかった。オートマトンにとって、環境も他のオートマトンも外界には変わりなく、外界によって進化が起きたり起きなかったりする。進化は、個体の内部構造より、外界との相互作用による影響の方が強く、定常または周期的でも、全く無秩序でもない外界の適度なランダムさの時に、生じると考えられる。この適度なランダムさは、Langton の1次元セルオートマトンの λ のようなものだと考える [4]。

4.5.3 共存関係

実験の設定はゼロサムなため、高エネルギーの個体（利己主義者）の存在は、正の数を返す確率の高い低エネルギーな個体（ボランティア）の存在を意味する。ボランティアは、同じボランティアを相手に選ぶことによって成功するので、適応評価が成功率の場合は、生き残る。エネルギーを適応度とした場合に依存関係が認められなかったのはこの理由による。

利己主義者とボランティアの相互依存の証明は次のように行なった。

実験1 — 利己主義者とボランティアが明確に分かれた時点で、利己主義者を取り除くことによって実験対象から外す。

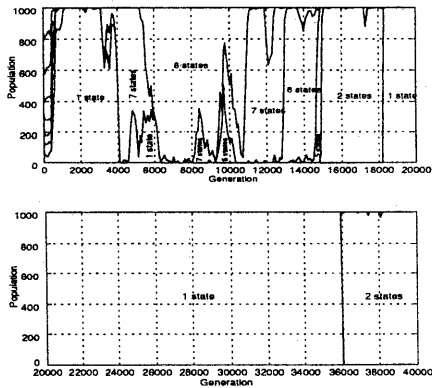


図 2: 40000 世代までの状態数ごとの個体数

実験 2 — 実験 1 と同じ時点で、ボランティアを取り除く。

実験 1 の結果、平均成功率は増加した (図 4)。これは、全員がボランティアであることから理解できる。個体間の相互関係がなければ、全員ボランティアとなるはずであるが、平均値がそれより低い利己主義者とボランティアの組合せが出現するのは興味深い。この実験から、寄生関係が個体の多様性を促進していると解釈できる。

実験 2 の結果、平均成功率は落ち、エネルギーの分布も、より低い値を平均とする正規分布に近かった (図 6)。これは、消滅した個体らが正の数返す確率の高いボランティアであったことを意味し、成功率とエネルギーの低下は残った個体が正の数返すのをほとんど返さないことから説明できる。

また、どちらかの消滅の後も十分な世代数を経ると依存関係が生じることも確認した。相互依存関係は永久的ではなく、非周期的に関係が生じる時期と生じない時期が交互に入れ替わるのが確認できた。この実験から、個体同士の相互関係も進化の 1 要素だと考えられる。

4.6 突然変異の有効性

突然変異確率が時間または適応度に応じて指数的に減少する場合のほうが、一定の場合よりも適応度が高い個体が現れた。

これは適応が進んでいない初期の世代では、突然変異

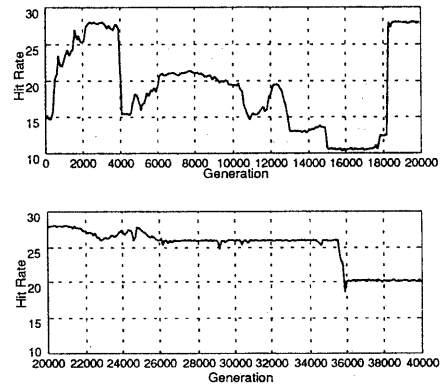


図 3: 40000 世代までの平均成功回数

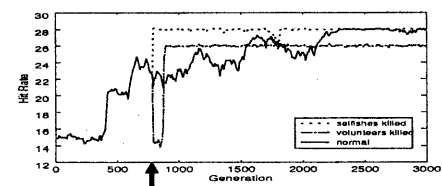


図 4: 依存関係の存在の確認実験。平均成功回数

の効果が大きく現れるが、進化によって適応がかなり進んだ段階では大きな突然変異は一般的には好ましくないと解釈される。一方、分子遺伝学では、突然変異置換で表した分子レベルの進化速度が年あたり一定で、集団の個体数、世代数などに影響されないことが知られている [3]。だが、進化過程において複製機構の精度向上の時期が存在したはずであり、その期間は突然変異確率は一定ではなく、減少していったと考えられる。

式 2 のように突然変異確率が適応度によって変化する場合は、突然変異に多様性をもたらす機能以外に、適応している個体ほどその特徴を維持するという淘汰の機能も持たせることを意味する。

これらの実験によって、突然変異が減少する場合の有効性の検証を試みたが、適応度に応じて減少する実験結果からも解るように、突然変異は淘汰の機能も担っているとも考えられるのではないだろうか。ここでの突然変

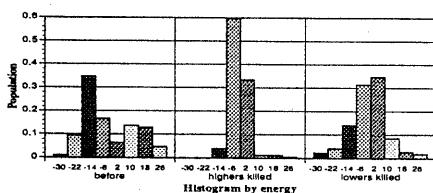


図 5: 依存関係の存在の確認実験. エネルギー分布

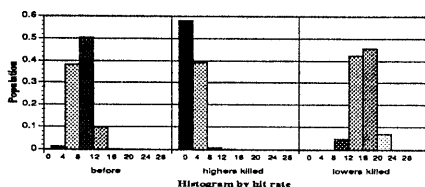


図 6: 依存関係の存在の確認実験. 成功率分布

異は複製エラーに由来するものである。したがって、淘汰機構は外部にも存在するが、生命自身にも内在すると考えられ、ここではモデル化されていない遺伝子の領域もしくは重要性によって複製精度が違う事実も複製機構そのものに由来すると考えられる。

5 結論

本論文では、まず生命の機能モデルとして用いた確率オートマトンと、その適応性の必要条件について述べ、機能モデルの実装について説明した。そして、モデルを用いた個体と環境との相互作用や、個体同士の相互作用の実験を行い、適応的な確率オートマトンの出現を確認した。また、突然変異確率が一定、時間とともに減少と、適応度とともに減少する場合の比較を行い、時間減少する場合が、最も適応度の高く、最適な遷移構造を持つ個体が出現した。

本研究の機能モデルでは個体の複製は個体そのものが行なうのではなく、外部でなされているので、遺伝子の領域によって複製精度が異なるような機構は組み込みにくい。実現するためには、生命維持活動に関連する領域を認識し、そこだけ複製精度を高くする必要があるが、進化のシミュレーションをするに当たって、個体の複雑化とともに、生命維持活動も複雑化するはずであり、遺

伝子の領域認識関数も進化しなければならない。これが本研究の機能モデルの限界の一つである。

機能モデルは、それぞれ異なった機能を持つ異種間の連合からどのような機能獲得や機能分化が生じるのかの解析に活用でき、また、より複雑なモデルの機能面の解析の際にも役立つと考えられる。

このモデルは単細胞レベルではあるが、環境の大きな変動に適応して生き延びるために、モデルの中に機能分化に相当するような変化や、さらには、学習機能を持つような変化の発生を確認し、確率オートマトンが生命のモデルとして妥当だとの見解を得た。また、複雑度に関する研究は、現在進行中である。

参考文献

- [1] Aso and Kimura. The structures of automata to adapt to an unknown environment. *IEEE Trans. SMC*, 6(7):494-504, 1976.
- [2] S. J. Gould and N. Eldridge. Punctuated equilibria: the tempo and mode of evolution reconsidered. *Paleobiology*, 3:115-51, 1977.
- [3] Motoo Kimura. *The Neutral Theory of Molecular Evolution*. Cambridge Univ. Press, 1983.
- [4] Christopher G. Langton. Life at the edge of chaos. In Christopher G. Langton, Charles Taylor, J. Doynne Farmer, and Steen Rasmussen, editors, *Artificial Life II*, pages 41-91. Addison-Wesley, 1992.