知能と複雑系 108－1
（1997．5．26）

適応型確率探索による制約充足問題の解法

水野　一徳　　狩野　均　　西原清一

筑波大学　電子・情報工学系

近年、大規模な制約充足問題に対して、確率的探索アルゴリズムにおける局所最適解からの脱出のためのメタ戦略に関する研究が注目されている。代表的なメタ戦略としてシミュレーテッド・アニーリング(SA)法が挙げられるが、確率パラメータ(温度)のスケジュール管理が難しい。そこで本論文では、このスケジュールを問題に応じて自動的に決定する手法を提案する。本手法は、複数個の解候補を異なる確率パラメータを持つ集団に均等に割り振り、確率的山登り法による探索を行うものである。また、探索の途中で、集団の評価値を求め、評価値の低い集団から高い集団へ解候補を移動する処理を行う。本手法を大規模、かつ制約密度の低いグラフ色塗り問題に適用して、ランダムな初期値からSAを繰り返す方法より探索成功率が高いことを詳細な実験で確認した。

Solving Constraint Satisfaction Problems by an Adaptive Stochastic Search Method

Kazunori Mizuno　Hitoshi Kanoh　Seiichi Nishihara

Institute of Information Sciences and Electronics
University of Tsukuba
Tsukuba, Ibaraki 305, Japan

e-mail : mizuno@algor.is.tsukuba.ac.jp

Several approximate algorithms using meta-heuristics for escaping from local optima have recently been proposed to solve large constraint satisfaction problems. Among these proposals, as for simulated annealing(SA), it is difficult to determine temperature scheduling. In this paper, we propose a search method that automatically controls the temperature depending on each problem. Our method first assigns candidate solutions to groups with different temperatures and then searches by using stochastic hill-climbing. Then, candidate solutions of the groups whose evaluation values are lower than the average are moved to the groups whose evaluation values are higher than the average. Detailed experimental simulations are also performed to prove that the proposed method generally gives better efficiency than randomly restarting SA when graph coloring problems are large and sparsely-connected.

1. はじめに

制約充足問題(Constraint Satisfaction Probrem : CSP)とは、離散値をとるいくつかの変数のとる値の組合わせのうち、与えられたすべての制約を満たすような組合わせを探索によって発見する問題である[1]。CSPが解を持つかどうかという判定問題はNP完全であり、効率的な汎用解法は存在しない。このため、反復改良型の確率的探索アルゴリズム(近似解法)によって実用的な時間内に解を求める研究が盛んに行われている[2]。これは、バックトラックを基本とする厳密解法がアルゴリズムの完全性(停止性)を保証しているのに対して、これを犠牲にして高速化や高度の並列化を実現しようというものである。

近年、制約違反最少化戦略による山登り法(Min-Conflicts HillClimbing : MCHC)[3]や相互結合型のニューラルネットにガードニューロンという補助ネットを付加した手法(Guard Discrete Stochastic Network : GDS)[4]が比較的よい結果を得ることができたと報告されている。しかし、これらの手法は、探索の途中で局所最適解に陥ってしまう危険性があり、その適用範囲は限定されている[3]。そこで、局所最適解からの脱出のためのメタ戦略に関する研究が注目されている。

シミュレーテッド・アニーリング(Simulated Annealing : SA)[5][6][7]は、状態遷移確率を決める確率パラメータ(温度)の値を変化させることにより大域的探索から徐々に局所的探索に移行させ、大域的最適解を求める探索手法として広く用いられている。しかし、確率パラメータのスケジュール管理が、個々の問題に依存しているため、難しいという問題点がある。

本稿では、このスケジュールを問題に応じて自動的に決定する手法を提案する。本手法は、まず、解候補の集団を複数個生成し各集団に異なる確率パラメータを割り当てる。次に、すべての解候補に対して確率的山登り法(Stochastic Hill-Climbing : SHC)[5]による探索を一定回数行う。その後、各集団の評価値を集団に属する解候補の制約充足度から計算し、評価値の低い集団から評価値の高い集団へ解候補を移動する処理を行うものである。

以下、2章では、まず、CSPのベンチマークとして広く用いられているグラフ色塗り問題について定義する。次に、従来手法とその問題点について述べる。3章では、提案する手法のアルゴリズムを詳しく説明する。4章では、グラフ色塗り問題を用いたシミュレーションにより、SHC、SA、本手法の性能を比較検討する。

2. 研究分野の概要

2.1 対象問題

本稿では、文献[3]のグラフ色塗り問題(Graph Coloring Problem : GCP)を対象とする。GCPとは、グラフの辺でつながれた隣接する頂点が同じ色にならないように、すべての頂点にある定められた色のうちの１色を塗る問題である。ここでは、GCPを3つ組(X,D,C)で定義する(図1)。$X=\{x_1, \cdots, x_n\}$は変数の集合で、各要素はグラフの頂点にあたる。$D=\{R,B,G\}$は変数に割り当てられる値の集合で、各要素は頂点に塗られる色の候補を表わす。$C=\{c_1, \cdots, c_m\}$は制約c_jの集合で、$c_j=(x_p,x_q)$はp番目の変数とq番目の変数の間に制約が存在する、すなわち辺でつながれていることを示す。ここでは、$c_j=(x_p,x_q)$はx_pとx_qが同じ値を割り当ててはいけないという制約条件を表わす。

$$GCP = (X, D, C)$$
$$X = \{x_1, \cdots, x_n\}$$
$$D = \{R, B, G\}$$
$$C = \{c_1, \cdots, c_m\}$$

ただし、$c_j(x_p, x_q) \Leftrightarrow x_p \neq x_q$

n : 変数(頂点)の数

m : 制約(辺)の数

図1　グラフ色塗り問題

またGCPにおける制約密度dを次式で定義する。

$$d = m/n \tag{2.1}$$

本稿では、探索空間が大きく、かつ、制約密度が低い問題を対象とする。具体的には、前者を10の100乗程度、後者を5以下とする。この問題は局所最適解が多く存在するといわれている。また、CSPの近似解法としてしばしば引用されるMCHCでは、解くことが難しいとされている[3]。

2.2 従来手法とその問題点

2.1節で述べたMCHCの問題点は、解に収束す

るときは急速に収束するが、そうでないときは局所最適解に補足されてしまうという点である。このため、局所最適解からいかに脱出するかというメタ戦略も多数提案されている。解を発見できなかった場合また別の初期値から探索をやり直す戦略[5][8]、制約の重みをダイナミックに変化させて局所最適解から脱出する戦略[9][10]、および、SAが代表的なメタ戦略である。

SAは、統計物理分野における焼なまし過程を模した探索手法として多くの組合わせ最適化問題に用いられている。その特徴は、確率パラメータTを大きい値から徐々に小さい値に変化させ、大域的探索から徐々に局所的探索に移行させるという点である。SAのアルゴリズムを図2に示す。

Tの値を変化させるスケジュールに関しては、対数型のアニーリングによって、真の最適解へ収束することが知られている[6][7]。しかし、これでは、非常に長い探索時間を要し、現実的ではない。そこで、通常は図2の(a)のような指数型アニーリングが広く用いられている。しかし、最適なスケジュール(T_max, T_min, r の値)が問題に依存しているため、問題ごとのチューニングが必要である。SA適応化に関する研究も盛んに行われているが[7]、本稿では、解を発見できなかった場合、また別の初期値からSAをやり直す(Iterated SA)方法を、提案する手法と比較検討する。

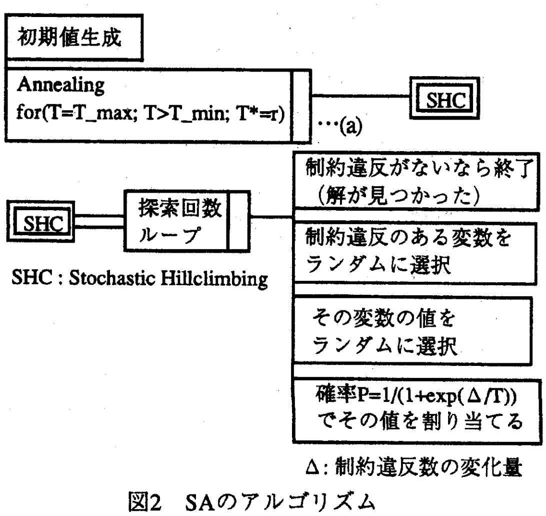

図2 SAのアルゴリズム

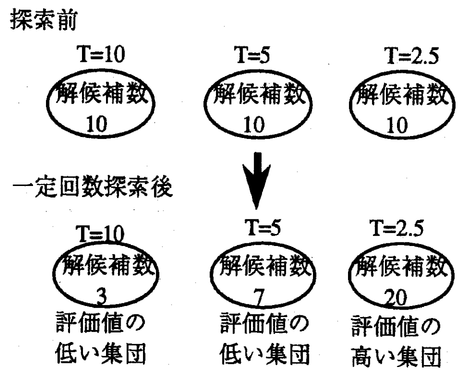

図3 集団の再編成の例

3. 提案する手法

3.1 基本方針

本手法は、SAにおける問題点である確率パラメータのスケジュール管理を、与えられた問題に応じて自動的に決定する手法である。その基本方針は次の3項目である。

(i) 解候補の集団を複数個生成し、集団ごとに異なる確率パラメータを割り当てる。

(ii) すべての解候補に対して、確率的山登り法(SHC)による探索を行う。

(iii) 各集団の評価値を求め、この評価値が低い集団から高い集団へ解候補を移動する処理を行う。

これらにより、最適な確率パラメータを持つ集団に、多くの解候補を集めながら探索をすることができる。以下では、(iii)の処理を集団の再編成と呼ぶことにする。

図3は、集団数＝3、解候補数＝10のときの本手法における集団の再編成の例を示したものである。この図は、探索前に、3集団に各10個ずつの解候補が割り振られており、その後、SHCで一定回数探索を行った結果、T=10、T=5の集団からそれぞれランダムに7個、3個の解候補を取り出して、T=2.5の集団に移動したものである。

3.2 アルゴリズム

本稿で用いる記号を表1、本手法のアルゴリズムを図4に示す。以下、図4の(1)～(4)について説明する。

表1　本稿で用いる記号

記号	意味
X_i	i番目の解候補
$X_i(j)$	X_i のj番目に割当てられている値
S_j	j番目の集団に属する解候補の集合
$N_j=\lvert S_j \rvert$	集団S_jの要素数
T_j	集団S_jの持つ確率パラメータの値
$S_A=\{S_1,\cdots,S_{N_A}\}$	すべての集団の集合
$N_A=\lvert S_A \rvert$	集団の数

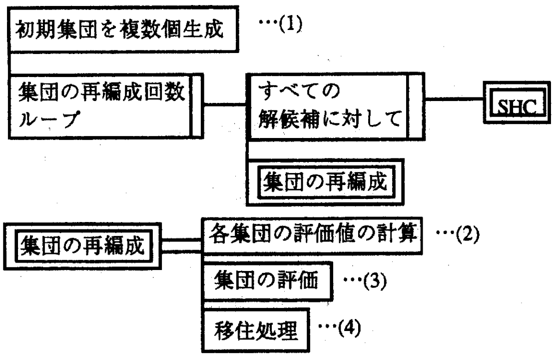

図4　本手法のアルゴリズム

(1)初期集団を複数個生成

M個の解候補をランダムに生成し、各集団にM/N_A個ずつ均等に割り振る。

(2)各集団の評価値の計算

まず、解候補X_iの充足度f_iと各集団の平均充足度F_iを次式で計算する。

$$f_i = 1-\left(\sum_{j=1}^{m} conf_i(j)\right)/m \tag{3.1}$$

ただし、制約 $c_j(x_p,x_q)$ に対して

$$conf_i(j) = \begin{cases} 1 \text{ if } x_i(p)=x_i(q) & (\text{制約違反}) \\ 0 \text{ if } x_i(p)\neq x_i(q) & (\text{制約充足}) \end{cases}$$

(m : 制約の数)

$$F_j = \left(\sum_{X_i\in S_j} f_i\right)/N_j \tag{3.2}$$

次に、各集団の評価値h_iを次式によって計算する。ただし、F_jは前回集団を再編成したときのF_jを表わす。

$$h_j = a\times F_j + b\times(F_j-F'_j) \tag{3.3}$$

(ただし、a, b : 定数)

(3)集団の評価

各集団の評価値を全集団の平均評価値$\bar{h}$と比較し、次式により平均評価値より高い集団S_Hと低い集団S_Lに分類する。

$$S_H=\{S_j \mid h_j\geq\bar{h}\} \quad S_L=\{S_j \mid h_j<\bar{h}\} \quad \text{ただし、} j=1,\cdots,N_A \tag{3.4}$$

(4)移住処理

まず、集団$S_k\in S_L$から次式によりB_k個の解候補を取り出す。

$$B_k = \frac{\bar{h}-h_k}{\sum_{S_j\in S_L}(\bar{h}-h_j)}\times N_k \tag{3.5}$$

次に、これらの解候補を次式により集団$S_r\in S_H$に確率R_rで割り振る。

$$R_r = \frac{h_r-\bar{h}}{\sum_{S_j\in S_H}(h_j-\bar{h})} \tag{3.6}$$

図3は、$B_1=7, B_2=3, R_3=1.0$の場合の例である。

3.3 本手法の位置付け

図5は本手法とSAにおいて確率パラメータを比較したものである。SAでは、確率パラメータTの値を大きい値から徐々に小さい値に変化させている。これに対して、本手法では、SAにおける確率パラメータTの値に対応する集団を生成している。すなわち、SAにおける確率パラメータTの時間的な推移を、空間的な分布に置き換えたものである。

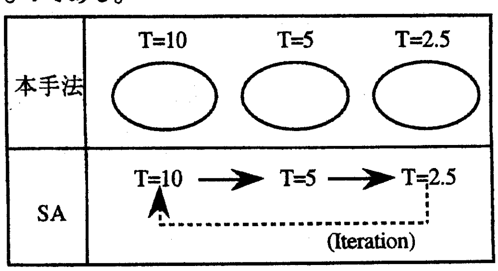

図5　確率パラメータの比較

4. 評価実験

4.1 実験方法

SHC、SA、本手法の性能を比較するため、頂点数 = 150～240、色数 = 3 のGCPをランダムに発生させ解探索を試みた。ここでは、制約密度 $2 \leq d \leq 5$ の問題を対象とした。これらの問題における探索空間のサイズは約10の71乗から10の115乗となる。本手法では、解候補数 = 100、集団数 = 5とし、各集団における確率パラメータはそれぞれT=10, 5, 2.5, 1.25,0.625とした。SAでは、$0.625 \leq T \leq 10, r=0.5$ とした。また、すべての評価実験において、各手法における総探索回数が同じになるように設定した。ここで、1回の探索とは、1ステップの山登りと定義する。1回の探索に要する計算コストは、1個の解候補の制約違反数を計算するコストに相当する。

性能評価については次の2項目について行った。

(1)探索成功率：探索したGCPのうち解を発見することができた割合

(2)平均探索時間とその標準偏差：解を発見できたGCPの平均探索時間とその標準偏差

4.2 SHCとの比較

表2に実験結果を示す。ここでは、頂点数=150、制約密度 =2の問題を100個ランダムに発生させた。また、SHCでは、100個の解候補に対して解探索を行った。これは、本手法における集団数 = 1の場合と等価である。表より、SHCでは探索成功率、平均探索時間ともにTの値に大きく依存していることが分かる。これに対して、本手法では、探索成功率が高く、高速に解を発見していることが分かる。

4.3 SAとの比較

(1) 制約密度を変えたときの比較

図6は、頂点数 = 150、制約密度 $2 \leq d \leq 5$ の問題を700個ランダムに発生させたときの、探索成功率を示している。図6より、SAはd=2.5で探索成功率が大きく悪化しているが、本手法では、全範囲において高い探索成功率であることが分かる。

(2) 探索空間のサイズを変えたときの比較

図7と表3はそれぞれ、頂点数 $150 \leq n \leq 240$、

表2　実験結果(SHCとの比較)

手法	SHC							本手法
T	0.3125	0.625	1.25	2.5	5	10	20	
success	82	100	100	98	1	0	0	100
mean	1.33	0.65	0.58	1.30	4.53	—	—	0.65

success : 探索したGCPのうち解を発見できた割合(%)
mean　: 解を発見できたGCPの平均探索時間(min)

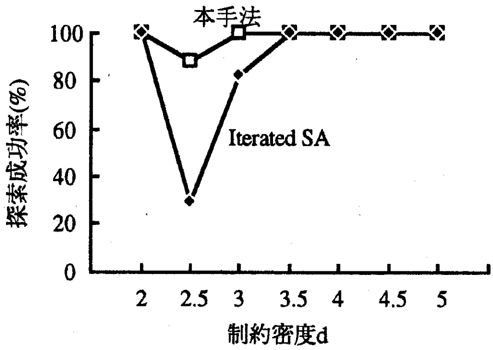

図6　SAとの比較(制約密度)

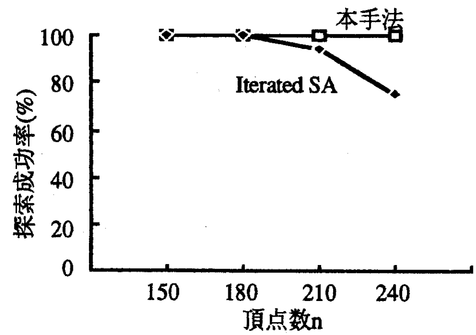

図7　SAとの比較(頂点数):探索成功率

表3　SAとの比較(頂点数)
: 平均探索時間とその標準偏差

n		150	180	210	240
本手法	mean	0.65	1.24	1.78	2.50
	σ	0.24	0.43	0.60	0.84
Iterated SA	mean	0.26	0.67	1.43	2.38
	σ	0.27	0.82	1.50	2.14

mean : 解を発見できたGCPの平均探索時間(min)
σ　: 探索時間の標準偏差

制約密度=2の問題を400個ランダムに発生させたときの、探索成功率、平均探索時間とその標準偏差を示している。図7より、SAは探索空間のサイズが大きくなるにしたがって探索成功率が悪化している。これに対して、本手法では、全範囲で高い探索成功率であることが分かる。また、表3より、平均探索時間に関しては、n=150, 180ではSAは本手法の1/3～1/2、n=210,240ではほぼ同じ値を示している。しかし、標準偏差に関しては、SAでは、平均値の約100%であるのに対して、本手法は、約30%と小さく、問題によるばらつきが少ないことが分かる。

5. おわりに

確率パラメータのスケジューリングを、与えられた問題に応じて自動的に決定できる探索手法を提案した。本手法はSAにおける確率パラメータの時間的な推移を、空間的な分布に置き換えたものである。本手法を大規模かつ制約密度の低い問題に適用し、SHC,SAよりも有効であることを実験により確認した。CSPはNP完全問題であるのですべての範囲に有効な手法は存在しない。したがって、よりロバスト性の高い手法の開発が重要であると考える。本稿における評価実験で、本手法はSAよりもロバスト性が高い手法である可能性は示されたが、評価が不十分であった。今後は、より詳細な実験により本手法の適用範囲を明確にすることが重要であると考える。

参考文献

[1] 西原清一：制約充足問題の基礎と展望, 人工知能学会誌, Vol.12,No.3 (1997).

[2] 狩野均：制約充足問題の近似解法, 人工知能学会誌, Vol.12, No.3 (1997).

[3] Minton,S., et al. : Minimizing conflicts : a heuristic repair method for constraint satisfaction and scheduling problem, *Artif. Intell.* 58, pp.161-205(1992).

[4] Adorf,H.M., Johnston,M.D. : A Discrete Stochastic Neural Network Algorithm for Constraint Satisfaction Problems, IJCNN'90, pp.917-924 (1990).

[5] David H.Ackley : A connectionist machine for genetic hillclimbing, Kluwer Academic Publishers (1987).

[6] 喜多一：Hopfield型ニューラルネットワークとシミュレーテッドアニーリング：人工知能学会誌, Vol.7, No.6, pp.970-979 (1992).

[7] Rosen,B.E., 中野良平：シミュレーテッドアニーリング －基礎と最新技術－, 人工知能学会誌, Vol.9, No.3 (1994).

[8] Frank,J. : Weighting for Godot : Learning Heuristics for GSAT, AAAI'96, pp.338-343 (1996).

[9] Morris,P. : The Breakout Method for Escaping Local Minima, AAAI'93, pp.40-45 (1993).

[10] Davenport,A., et al. : GENET, A Connectionist Architecture for Solving Constraint Satisfaction Problems by Iterative Improvement, AAAI'94, pp.325-330 (1994).

[11] Tad Hogg, Colin P. Williams : The hardest constraint problems: a double phase transition, *Artif. Intell.* 69, pp.359-377(1994).

[12] Mitchell,D., Selman,B., Levesque,H. : Hard and Easy Distributions of SAT Problem : AAAI'92, pp.459-465 (1992).

[13] 茨木俊秀：組合せ最適化の手法 －巡回セールスマン問題の例から－, 電気学会論文誌C, Vol.114, No.4, pp.411-419 (1994).

[14] 松本美幸, 狩野均, 西原清一：制約違反最少化戦略に基づくハイブリッドGAによる制約充足問題の解法, 情報処理学会論文誌, Vol.38, No.5 (1997).

[15] 水野一徳, 山田弘展, 狩野均, 西原清一：適応型確率探索による制約充足問題の解法, 情報処理学会第54回全国大会, 3M-4 (1997).