

## 人工株式市場と経済学

秋永 利明<sup>1</sup>, 高階 知巳<sup>2</sup>

<sup>1</sup>慶應義塾大学大学院 経済学研究科 / 慶應義塾大学経済学部研究助手

<sup>2</sup>電気通信大学大学院 電気通信学研究科 / 日本学術振興会特別研究員

<sup>1</sup>〒 241 横浜市旭区左近山 1-30-801; QYM02607@niftyserve.or.jp

<sup>2</sup>〒 182 東京都調布市調布が丘 1-5-1; tomo@sw.cas.uec.ac.jp

あらまし 人工株式市場は、計算機内に作られた、自律的なエージェントからなる仮想株式取引所である。そこでは、パラメータの設定次第で盛んに株式の交換がなされ、暴騰暴落がしばしば起こる。この二つは現実の株式市場の大きな特徴である。しかし、標準的理論経済モデルではこの特徴が上手く説明できない。ここでいう標準モデルとは、合理的期待に基づく均質な個人を前提とした効率市場モデルを指す。この論文では、シミュレーションという経済学においては新奇な手法が、理論経済学のなかでどのような意義を持ち、今の時点でのいかなる貢献をしているのかを解説する。また、Santa Fe研究所の実験に対する追試として行った、我々のシミュレーション結果をあわせて報告する。

キーワード 複雑系、株式市場シミュレーション、効率市場仮説、限定合理性、合理的期待、マルチエージェント・

システム

## A Method of Stock Market Simulation in Economics

Toshiaki AKINAGA<sup>1</sup> and Tomomi TAKASHINA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Research Assistant of Keio University, Department of Economics / Graduate School of Economics, Keio University

<sup>2</sup>JSPS Research Fellow / Graduate School of Electro-Communications,  
The University of Electro-Communications

<sup>1</sup>1-30-801 Sakonyama, Asahi-ku, Yokohama 241, Japan:

QYM02607@niftyserve.or.jp

<sup>2</sup>1-5-1 Chofugaoka, Chofu, Tokyo 182, Japan; tomo@sw.cas.uec.ac.jp

**Abstract** An artificial stock market is a virtual stock exchange in a computer, which consists of autonomous agents. This market records high transaction volume and often shows bubbles and crashes, if we choose appropriate parameter values. Both phenomena are salient features in a real stock market. However a standard economic model based on an efficient market, which consists of homogeneous agents who have rational expectation, is awkward about these phenomena. We argue the method of simulation, which is only a newcomer in economics, in a methodological context. We also report our own simulation result to confirm the report by the Santa Fe Institute.

**key words** complex system, stock market simulation, bounded rationality, efficient market, rational expectation, multiagent system

## 1 はじめに

Santa Fe 研究所において株式市場シミュレーションが行われるに到った経緯については、M. Mitchell Waldrop [5] が「ガラス箱のなかの経済」(Peasants Under Glass)と題した章の中で詳しく書いている<sup>1</sup>。ことの始まりは、経済学でしばしば仮定される完全合理性に対する Brian Arthur の疑いであった。株式投資をする者は、購入しようとする株が将来値上がりするかどうかを予想せねばならない。いっぽう、株式の価格は需要と供給のバランスで決まるのだから、投資家は自分が買おうとしている株式の将来価格について他の投資家がどのような予測をたてているかを予測せねばならない。株価は投資家の予測に依存し、投資家の予測は他の投資家の予測と相互に依存しあっている。はたして人間は、このような複雑な相互依存関係の中で、正しい予測を形成するだけの演繹的推論能力を持ってるのだろうか？

経済学者たちが、完全な合理性を持ったエージェントを使って経済モデルを組み立てるのは、現実の投資家が完全に合理的だと思っているからではない。Waldrop[5, 原著 pp.250-251, 訳書 pp.346-347] は、Arthur の口を通して、この点についての Frank Hahn の見解を次のように書いている。

アーサーは、あるときハーンが、エコノミストが完全合理性という仮定を使う理由は、それが一つの基準を与えるものだからだということを指摘したのを覚えている。人間が完全に合理的な存在であると仮定すれば、理論家は彼らの反応の仕方を正確にいいあてることができる。だが逆に、完全なく（非）合理性というものがあるとしたら、それはいったいどんなものなのだろうか、とハーンは思案した。

「ブライアン！」とハーンはいった。「きみはアイルランド人だ。きみならわかるだろう」

経済学的含意、方法論的意義について、慶應義塾大学の神谷傳造教授、伊藤幹夫助教授、大平哲助手の各氏から御示唆を頂いた。また、入江雄吉先生からは、株式市場の現実について様々な御教示を賜った。大阪大学の山口智浩助手からは、クラシファイア・システムについて御助言頂いた。ここに、深く感謝の意を表す。

<sup>1</sup> 以後に現れるこの書からの引用は、田中光彦・遠山駿征訳、新潮社刊の『複雑系』に基づいています。が、原著と照らし、筆者の判断で訳語を変えた部分もある。

アーサーが無理に笑おうとしていると、ハーンは真顔で話を続けた。完全に合理的であるというあり方はただ一つしかないが、部分的に合理的であるというあり方は無限に考えられる。で、人間にはどのあり方があてはまるのか？ 「合理性のダイヤルをどこにセットすればいいのかね？」とハーンは尋ねた。

Arthur にとって人工株式市場とは、この「合理性のダイヤルをどこにセットすればいいのかね？」という質問に対する答えなのである。つまり、仮想エージェントが学習することにより、自律的に合理性のダイヤルをセットできるようにすればよいと考えたのである。Brian Arthur や John Holland といった Santa Fe 研究所の面々が作ったのは、クラシファイア・システムによる株式市場のシミュレータであった。各々の仮想エージェントは、いくつかの condition-action rules を所有している。これらのルールは、いかなる市場状況に於いてどのような取引を行うべきかを定めるものである。各々のルールは固有の強度を持っていて、エージェントが行動に際して採用するルールはこの強度に応じて決まってくる。いっぽうルールの強度は、それを採用したときにもたらされる資産の増減に応じて改訂される。

人工株式市場は、このようなエージェントによる、仮想の株式取引所である。そこでは、パラメータの設定次第で、盛んに株式の交換がなされ、暴騰暴落がしばしば起こる。このふたつは、現実の株式市場の大きな特徴である。しかし、効率市場仮説と呼ばれる経済理論では、この特徴が上手く説明できない。

この論文では、株式市場のシミュレーションという経済学においては新奇な手法が、理論経済学のなかでどのような意義を持ち、今の時点でいかなる貢献をしているのかを解説する。また、実際に行ったシミュレーションの結果を、あわせて報告する。

## 2 効率市場仮説

効率市場においては、投資家が合理的に振る舞うかぎり、値上がりによる利益の獲得 (キャピタル・ゲイン) は不可能である。この市場では、情報がすばやく効率的に伝わると仮定される。だから、ある株式の値上がりを合理的に支持する根拠が出現すれば、その情報はたちまちに広がる。その結果、すべての

投資家がその株を買おうとするため、市場は買い一色となる。ところが、買い注文に見合った売り注文がなければ、取引は成立しない。売りを誘うには、高い価格をつける必要がある。それで、株価は次第につり上がるのだが、効率市場では需給の調整も効率的である。株価は、将来の状況を織り込んだところまで、すばやく上がる。その結果、キャピタル・ゲインは望めなくなり、当初の買い注文は消失する。結局、株式の取引は、一切なされない。

式を使い、より正確に記述しよう。現在の株価が  $p(t)$  で、次期は  $p(t+1)$  になればキャピタル・ゲインは  $p(t+1) - p(t)$  である<sup>2</sup>。株式から得られる利得には、配当  $d(t+1)$  もある。これは、インカム・ゲインといわれる。インカム・ゲインとキャピタル・ゲインの和が、株式からの収益である。が、それは純粋な利益ではない。というのは、価格  $p(t)$  の株式に投資するということは、資金  $p(t)$  を貨幣のまま運用したならば得られるはずの利子を稼ぐ機会を失うことの意味するからである。このときに失うふんを、機会費用という。一期間の利子率が  $100 \times r\%$  ならば、資金  $p(t)$  は翌期には  $(1+r)p(t)$  となる。よって、機会費用は  $(1+r)p(t) - p(t)$  である。投資家は、この機会費用と株式から得られるであろう収益を比較して投資行動を決定する。貨幣を預金等により運用した場合得られる利子は確定的であり、元本割れもない<sup>3</sup>。が、将来の株価も将来の配当も不確実である。そこで、これらについては予測値  $p^e(t+1)$ 、 $d^e(t+1)$  が立てられる。市場が均衡していれば、つまり需給の過不足がなければ、以下の式が成り立っているはずである。

$$(1+r)p(t) - p(t) = [p^e(t+1) - p(t)] + d^e(t+1) \quad (1)$$

なぜなら、左辺の機会費用が右辺の予想収益を上回っていれば、株式投資よりも預金等で利子を稼いだほうが得であり、市場には売りが殺到する<sup>4</sup>。その結果、株価は下落し、それにつれ左辺の機会費用も下がつ

<sup>2</sup> 値下がりによる損失は、キャピタル・ロスという。キャピタル・ロスは、負のキャピタル・ゲインである。

<sup>3</sup> ここでは、銀行の倒産等の確率は、無視できるほど小さいと仮定する。

<sup>4</sup> ここでは簡単のため、リスクに対して中立的な投資家を仮定している。リスク愛好的な投資家なら、株式の予想収益が機会費用を少しごらいで下回っても、決まりきった利子しか得られない預金よりも、嬉しい誤算で高収益が得られるかもしれない株式を選ぶ。逆に、リスク回避的な投資家であれば、株式投資の予想収益が機会費用を上回っていても、その幅が小さければ確実に収益が得られる預金を選ぶ。

ていく。逆に、右辺のほうが大きければ買いが殺到し、株価を上昇することになる。(1) が成立しないかぎり、市場は売りか買いのいっぽうに偏り、取引は成立しない。効率市場では、すばやい価格調整により、式(1) が達成される。すると、貨幣を預金で運用しても株式で運用しても予想される収益は同じであるから、株式取引のインセンティブはなくなってしまう。というのは、手間や手数料のぶんだけ、取引により損失をこうむるからである。

このように考えると、いっさい取引が行われないことになってしまう。それでは、効率市場仮説の立場からは、現実に存在する株式の取引はどのように説明されるのだろうか。まず、情報の伝達は現実には完全ではなく、同じ情報を手にするのにかかる時間は人によって異なる。また、情報を得てから意思決定を行い注文を出すまでの時間にも差がある。こういった時間のズレがあれば、すべての投資家が同じ(1) 式にしたがっていても、売り注文と買い注文が、同時期に市場に現れるのである。

しかし、現実の経済データから観察される株式取引量は、このような些細な要因で説明するには、あまりに大きい。株式市場シミュレータは、パラメータの設定しだいで効率市場仮説が含意する微妙な株式取引を再現することも、現実の株式市場に見られる盛んな取引を作り出すこともできる。

### 3 合理的期待

(1) 式を同値変形すると、次を得る。

$$p(t) = (1+r)^{-1}[p^e(t+1) + d^e(t+1)] \quad (2)$$

これによって、市場の需給を均衡させる価格が求められる。しかし、実際に  $p(t)$  の値を計算するためには、主観的予測である  $p^e(t+1) + d^e(t+1)$  を特定する必要がある。このとき経済学でしばしば仮定されるのが、合理的期待(rational expectation)である。ここでいう期待(expectation)とは、予測のことである。

経済主体が合理的に期待を形成するということは、経済のあらゆることを知っているというのではない。ただ、現時点において手にしている限られた情報  $I(t)$  を、無駄なく使って予測をするというのである。このことの数学的表現が、次の式である。

$$p^e(t+1) + d^e(t+1) = E[p(t+1) + d(t+1)|I(t)] \quad (3)$$

つまり、主観的予測を客観的な数学的期待値に一致させるのである。条件付期待値  $E[ \cdot | I(t) ]$  は、情報  $I(t)$  に基づくあらゆる予測の中で平均自乗誤差が最小のものである。そして、平均自乗誤差を最小化することで、さまざまな損失函数を最小化できることが知られている。だから、(3)式は、万能ではないが自分の能力を精いっぱい使うという意味で、合理的な経済人が立てる予測を表現していると見なされているのである。

そうすると、(2)は、次のように書ける。

$$p(t) = (1+r)^{-1} E[p(t+1) + d(t+1) | I(t)] \quad (4)$$

これは、任意の  $t$  について成り立つから、逐次代入から次のような式が得られる。

$$p(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (1+r)^{-n} E[d(t+n) | I(t)] \quad (5)$$

ただし、導出にあたっては、次のことを仮定している。まず、情報は時間について非減少である。したがって、非負の  $n$  について  $E[E[\cdot | I(t+n)] | I(t)] = E[\cdot | I(t)]$  が成り立つ。また、 $(1+r)^{-n} E[p(t+n) | I(t)]$  は、 $n$  の増大とともに 0 に収束するものとする。(5)の収束は、 $0 < (1+r)^{-1} < 1$  だから、配当が定常確率過程であれば充分保証される。

(5)によれば、経済構造の変化によって  $d(t)$  がしたがう確率過程が変わらない限り、株価の変動は  $I(t)$  の変化のみに依存する。しかし、ブラック・マンデーのときのように、経済構造に本質的な変化はなく、とくに新しい情報が市場に流れたわけではないのに、株価が大きく下がることがある。こういった現象は、合理的な期待仮説によっては、説明できない。

## 4 限定合理性

第1節で書いたように、Santa Fe 研究所で株式市場シミュレーションが行われたきっかけは、合理性をめぐる議論だった。この合理性という語は、どういう意味で使われていて、合理的期待における合理性とどう関係しているのだろうか。Arthur は、議論の焦点が、限定合理性 (bounded rationality) にあつたことを述べている (Waldrop[5, 原著 p.250, 訳書 p.346])。

「われわれ一つまり私とホランド、アローとハーン、それにたぶんスチュアート

とあと一人か二人 — が始終集まって、限定合理性に関して経済学者は何ができるかを徹底的に論じあつたんだ」。この問題は、言い換えれば、人間がどんな経済問題に対しても — それがたとえチェスと同じくらい難しい問題であつても — その答えを瞬時に求めることができると仮定するのをやめたとしたら、経済理論は一体どうなるか、ということだった。

つまり、ここで問題となった合理性とは人間の演繹的推論能力に関するものであり、限定合理性とはその能力に限界があることを指した言葉なのである。チェスは、有限ゲームであり、十分な計算力があればすべての変化が読み尽くせる。しかし有限とはいって、可能なパターンの数は、銀河系に含まれる総ての原子の数より多いともいわれる。だから、現実の人間には、チェスの最善手が何なのかは、世界チャンピオンであつても分からぬ。

これを、先の合理的期待の例でいえば、条件付期待値  $E[\cdot | I(t)]$  を計算するだけの能力が、人間に備わっているかという問題になる。合理的期待は、完璧な予測を意味しない。限られた情報  $I(t)$  に基づく、平均自乗誤差の基準に照らしたときの、最善の予測というにすぎない。が、そんな限定的な予測であっても、簡単な数式で表現できる保証はない。たしかに、ある定常確率過程については、単純な線形形式で条件付期待値が求められることは知られている。しかし、経済世界はしばしば非定常である。

Santa Fe 研究所において、物理学者と経済学者が反目したのも、この合理的期待についてであった。Waldrop[5, 原著 pp.141-142, 訳書 pp.183-184] は、第四章「君ら、本当にそんなこと信じてるのはなぜ?」("You Guys Really Believe That?") の中で、次のように紹介している。

不運にも、期待という問題に対する経済学者の標準的な解決法 — 完全な合理性 — によって、物理学者たちは切れてしまった。完全に合理的なエージェントには、完全に予測可能なエージェントだという長所がある。つまり、それらエージェントは、はてしなく遠い未来に直面する選択に関して知り得るすべてを知っており、彼らの行動のあらゆる可能な含意を見通すために、申し

分のない推論を使う。だから、安心してこう言える。彼らはいかなる状況においても、手にできる情報をもとに、つねにもっとも有利な行動をとる、と。もちろんときには、オイル・ショック、技術革命、金利に関する政治的決定、その他の非経済的な突発事件によって慌てふためくこともあります。しかし、彼らはひじょうに賢くひじょうにすばやく調整を図るから、供給は需要と正確に等しくなり、経済は横揺れしつつも常にある種の平衡状態に保たれる。

唯一の問題はもちろん、物理学者たちが長々と指摘したように、現実の人間は完全に合理的でもなければ完全に予測可能でもないということだ。

じつは、経済学者たちも、人間が完全な合理性をもっていると思ってはいない。つまり、現実の投資家が十分な計算力をもっていて、実際に数学的期待値  $E[p(t+1) + d(t+1)|I_i(t)]$  を計算して投資をしているとは思っていない。それは、第1章の引用にあったように、基準 (benchmark) を得るための仮定に過ぎないのである。合理的期待を仮定すれば、株価の基準値が、(5)により求められる。それをもとに、現実の株式市場を評価することが出来る。だが、投資家の期待形成が合理的でないのなら、基準の定めようがない。つまり、(3)式を、すべての投資家の予測形成について仮定しないのなら、(5)は成り立たない<sup>5</sup>。

もし、投資家の予測が完全とはかぎらず、皆まちまちであったと仮定しよう。個々の投資家を番号  $i$  で区別する。第  $i$  投資家が  $t$  期に所有する情報を  $I_i(t)$  とし、それに基づく予測を  $E_i[ \cdot | I_i(t) ]$  で表す。効率市場仮説が仮定するように、情報がすばやく安価に伝わるならば、 $I_i(t)$  はすべての  $i$  について等しくなるだろう。そのうえ、合理的期待を仮定すれば、 $E_i$  は数学的期待値オペレータになるから、すべての投資家の予測は一致することになる。だが、情報収集能力に差があったり計算能力に違いがあったりすると、投資家間で予測が食い違ってくる。すると、すべての投資家が (1) によって投資行動を決めていたとしても、売り買い判断の境目となる基準価格は、投資家によってまちまちとなる。というのも、(2) 式右辺

<sup>5</sup> 第2節・3節では、暗黙に予測の同質性を仮定していたのである。

の  $p^e(t+1) + d^e(t+1)$  の決定が、みなバラバラだからである。第  $i$  投資家にとっての  $t$  期の基準株価を  $p_i^*(t)$  で示すと、それは次の式で表せる。

$$p_i^*(t) = (1+r)^{-1} E_i[p(t+1) + d(t+1)|I_i(t)] \quad (6)$$

市場で提示された株価がこの基準価格  $p_i^*(t)$  を上回れば、第  $i$  投資家は保有株式を売りに出す。市場価格が基準価格より安ければ、買い注文を入れる。基準価格は投資家のあいだで異なるから、同じ時期に売りと買いが出会い、取引が成立する。市場価格  $p(t)$  が高ければ、 $p_i^*(t)$  を上回る率が高くなり、売ろうとする投資家が増える。市場価格が低くなれば、それより高い  $p_i^*(t)$  をもつ投資家が増え、より多くの買が出る。買い注文の量と売り注文の量が等しくなるところ、つまり需要と供給が等しくなるところで市場価格が決まり、その価格で取引がなされる。

このようにして決定される価格を、式で表すとどうなるだろうか。まず、 $p_i^*(t) < p(t)$  が成立する投資家番号  $i$  の集合を  $\text{Bear}[p(t)]$ 、 $p_i^*(t) > p(t)$  である  $i$  の集合を  $\text{Bull}[p(t)]$  とする。また、第  $i$  投資家の株式と（資産としての）貨幣の保有量を、それぞれ  $h_i(t)$ 、 $M_i(t)$  で示す。投資家がみなリスクに対して中立的ならば、買おうとする者は手持ち資金のすべてを株に換えようとし、売ろうとする者は持っているすべての株式を売りに出す。だから、需給を均衡させる価格は以下の式で与えられる。

$$\sum_{i \in \text{Bear}[p(t)]} h_i(t) = \frac{\sum_{i \in \text{Bull}[p(t)]} M_i(t)}{p(t)} \quad (7)$$

ここからは、(4)式・(5)式のようなスマートな表現は得られない。そもそも、多数の  $E_i[ \cdot | I_i(t) ]$  をすべて特定しなければ、 $\text{Bear}[p(t)]$ 、 $\text{Bull}[p(t)]$  は得られず、市場価格  $p(t)$  は計算できない。Frank Hahn の次の発言 (Waldrup[5, 原著 p.255, 訳書 p.354]) は、おそらく、こういった状況を思い浮かべてのものであろう。

ものごとに繰り返しがないとしたら、また、ものごとが均衡状態ないとしたら、われわれは経済学者として何がいえるんだ？ いったい何が予測できるんだ？ それでいいたい、経済学は科学たりうるのか？

合理的期待とは、じつは予測の均衡点である。それは最善の予測だから、それを立てた経済主体は予測

方式を改訂しようとはしない。もし、予測が合理的でないなら、経済主体はいつかは予測方式の誤りに気づき、どうにかして予測方式を改善しようとするだろう。そうするうちに、いつかは合理的期待を形成するだろう。いったん、合理的期待が得られれば、予測方式はそこから動かない。

経済学者は、均衡予測としての合理的期待をしばしば仮定する。が、合理的期待が形成されていく過程には、あまり関心を注がないできた。そして、限定的な経済主体に合理的期待を形成する力があるのか、あるとすればどうやって形成するのかといった問題も、これからの課題である。人工株式市場は、コンピュータ・シミュレーションによって、この課題を研究するためのものなのである。

## 5 仮想エージェント

それでは、Santa Fe 流の人工株式市場における仮想エージェントは、いかにして予測を立てるのかを説明しよう。彼らは、condition-action rulesに基づいて予測をする。これらルールの条件部は市場の状況を判断するもので、行動部は予測子である。Arthur et al.[2] は、12 衍の二進数で、市況を表現している。最初の 6 衍は株価が  $p(t)$  で利子率は 100r%、配当は  $d(t)$  のときに、これらのあいだに以下の各不等式が成り立っているかどうかを表す。

$$p(t)r/d(t) > 0.25, 0.5, 0.75, 0.875, 1.0, 1.125 \quad (8)$$

もし、これらが成り立っていれば、それに対応する衍を 1 とし、成り立っていないなら 0 とする。続く 4 衍は、次の各不等式が成り立っているかを示すものである。

$$p(t) > MA(t, 5), MA(t, 10), MA(t, 100), MA(t, 500) \quad (9)$$

ここで、 $m$  期移動平均  $MA(t, m)$  は、次式で定義される。

$$MA(t, m) = \sum_{\tau=0}^{m-1} p(t-\tau)/m \quad (10)$$

最後の 2 衍は、常に 1 をとるものと常に 0 をとるもので、実質的意味はない。Arthur et al.[2] は、エージェントが無意味な情報にどれほど依拠するかを見るために、この衍を設けたのである。

この 12 衍二進数により、市況は  $2^{10}$  の状態に区分される。エージェントがもつルールの条件部も、12 衍

である。これが、市況を表す 12 衍の二進数と完全に一致すれば、そのルールは活性化する。但し、条件部には、1 と 0 のほかに # が含まれうる。# は、1 と 0 のどちらにも対応する。したがって、(11 # 000001110) は、市況 (11000001110) と市況 (110000001110) の双方で活性化する。ルールの行動部は、株価と配当の和  $p(t+1) + d(t+1)$  についての  $p(t)$  と  $d(t)$  による線形予測子  $\alpha(p(t) + d(t)) + \beta$  である。エージェントは複数のルールをもつが、活性したルールの中から、ある一つのルールを選ぶ。エージェントは、選んだルールの行動部に現れる予測子にしたがって予測を立て、それに基づいて売り買いの量を決める。このときの、予測に基づく量の決め方だが、Arthur et al.[2] は、経済学的に与えられたある式によって決めている。

エージェントが複数のルールから、ある一つのルールを選ぶに当たって、過去の実績に照らしてもっとも正確なものを選ぶようにしている。つまり活性化したルールが複数ある場合には、次の式であたえられる  $e^2(t)$  が、もっとも低いルールを採用する。

$$e^2(t) = (1 - \theta)e^2(t-1) + \theta[p(t+1) + d(t+1) - \{\alpha(p(t) + d(t)) + \beta\}]^2 \quad (11)$$

この式は、ルールが活性化する度に適用されるから、 $e^2(t)$  はつねに変化している。したがって、もっとも正確だと評価されるルールもつねに変化する。

こういった予測方式の決定は、経済理論が仮定する合理的期待形成とはかなり異なっている。合理的期待は数学的期待値  $E[p(t+1) + d(t+1)|I(t)]$  である。いっぽう、仮想エージェントの予測は、線形予測  $\alpha(p(t) + d(t)) + \beta$  にすぎない。しかも、係数  $\alpha$ 、 $\beta$  は初期段階で、ランダムに与えられる。一人のエージェントは、こういった予測子を行動部とするルールを複数持っているが、そのなかに、活性化した時点  $t$  において  $\alpha(p(t) + d(t)) + \beta = E[p(t+1) + d(t+1)|I(t)]$  が成立するようなルールがあるとはかぎらない。また、 $E[p(t+1) + d(t+1)|I(t)]$  には、平均自乗誤差を最小化するという、数学的な保証がある。しかし、仮想エージェントの予測は、過去の実績に基づくものであり、かつて正確だったからといって今後も正確だという保証はない。そして、 $E[p(t+1) + d(t+1)|I(t)]$  を求めるには、確率構造を知る必要がある。したがって、価格決定方式や配当の生成機構といった経済構造を知る必要がある。ところが、仮想エージェント

は、これらの構造をいっさい知らなくても予測を立てられる。あえて一言でまとめると、合理的経済主体は演繹的に予測し、仮想エージェントは帰納的に予測する。

はたして、エージェントの立てる予測と、合理的期待が一致することはあるのだろうか？もし、一致する場合が発見されれば、これまで理論経済学が不間に付してきた、合理的期待が形成される過程の、ひとつの可能な形を示したことになる。Arthur et al.[2]は、個々のエージェントの予測には触れていないが、 $\theta$ などのパラメータの値によっては、株価が、合理的期待によって行動する経済主体が決定する株価(5)と一致することを主張している。われわれは、若干異なるエージェントを使った実験で、彼らの主張を確認した。それは、第6節にまとめてある。

われわれが追試のために使ったエージェントは、おもに Palmer et al.[4]に基づいている。ここでのエージェントも、condition-action rules にしたがって行動するが、行動部は一単位の売り、もしくは、一単位の買いになっている。予測を立ててから、経済学的公式によって売り買いの量を決めるのではない。ルールがすでに、量を指定する形になっている。そこでは、エージェントの予測は明示的には現れない。条件部としては、(8)・(9)に対応する10桁を使った。また、活性化した複数のルールから実際に行動を決めるための一つを選ぶときは、次式にしたがって推移する強度  $s(t)$  を使った。

$$s(t) = (1 - c)s(t-1) \pm c[p(t) + d(t) - (1+r)p(t-1)] \quad (12)$$

これは、先の(11)に相応するものである。右辺第二項の符号は、行動部が売りを指示しているか買いを指示しているかに応じて変わる。ルールを選ぶときは、活性化したもののがから、強度に比例した確率でひとつを選ぶようにした。

### 5.1 テクニカル分析とファンダメンタルズ分析

(8)の6桁は経済のファンダメンタルズ（基礎的条件）を判断するものである。これは、配当  $d(t)$  という経済実体に基づく判断である。(5)は、ファンダメンタルズに関わる式である。もし、 $d(t)$  が一定の確定数ならば、(5)式の成立は  $p(t)r/d(t) = 1$  と同値である。(9)の4桁は、現実の投資家がテクニカル分析と呼ぶものに対応している。これは、株価を図解した

ときの形状に基づき、将来価格を予測しようとする手法である。(9)のように移動平均線を使うのは、市場のトレンド（趨勢）を読みとろうとしてのものである。長期の趨勢を示す移動平均線を短期的傾向の表れである日々線が、下から上に突き抜ける形はゴールデン・クロスと呼ばれ、価格上昇のシグナルといわれる。逆に、短期線が長期線を上から下に突き抜ける形をデッド・クロスといい、株価下落の予兆とされる。

現場の投資家のあいだでは、こういったテクニカル分析の有用性は、経験的に知られている。しかし、なぜ有効なのか、はっきりとした根拠はない。ファンダメンタルズ分析には、しばしば、第2節・3節で説明したような理論的根拠が伴っている。だが、テクニカル分析の根拠は、いままでよく当たってきたという程度である。それが当たるのは、たんに皆がその手法を信じているからに過ぎない、という者もいる。そのため、テクニカル分析の手法が、理論経済学の研究対象になることは、これまでなかった。

## 6 実験結果

我々の人工市場では株価  $p(t)$  は、仮想エージェントが出した、買い注文の総量  $B(t)$  と売り注文の総量  $O(t)$  の差にしたがって、次の式で決定される。

$$p(t+1) = p(t)\{1 + \eta[B(t) - O(t)]\} \quad (13)$$

ここでは、効率市場仮説と違って、瞬時に需給が調整されることはない。パラメータ  $\eta$  が大きいほど、調整速度は速くなる。需給がバランスしていないときには、実際に取引される株式の量は、 $\min[B(t), O(t)]$  で決定される。配当、利子率は一定で、それぞれ  $d(t) = 1$ 、 $r = 0.1$  とした。こうすると、(5)式の合理的期待価格は一定値 10 となる。

これから、3,000ステップのシミュレーションの結果を紹介する。まず、(12)式のパラメータ  $c$  を調整することで、株価が変化する様子を見ていく。表1から、 $c$  が小さいほど、合理的期待価格 10 からの乖離が激しくなっていることが分かる。表2は、 $c$  による取引量の変化を示したものである。 $c$  が小さいほど、盛んに取引がなされているのが分かる。つまり、株価からみても取引量からみても  $c$  が小さいほど、第2節・3節で説明した標準的理論経済モデルからは離れていく。経済理論が通用するのは、 $c$  が大きい場合

表 1: 株価

| c    | 平均    | 標準偏差  | 最小値  | 最大値   |
|------|-------|-------|------|-------|
| 1    | 9.95  | 0.58  | 8.32 | 12.45 |
| 0.75 | 10.83 | 0.93  | 8.55 | 13.55 |
| 0.5  | 12.69 | 2.22  | 8.81 | 19.68 |
| 0.25 | 35.01 | 17.68 | 9.92 | 68.78 |

表 4: 取引量

| GA | 平均    | 標準偏差  | 最小値   | 最大値   |
|----|-------|-------|-------|-------|
| 低  | 0.011 | 0.216 | 0.000 | 6.000 |
| 中  | 0.087 | 0.450 | 0.000 | 7.000 |
| 高  | 1.259 | 1.609 | 0.000 | 9.000 |

## 7 おわりに

表 2: 取引量

| c    | 平均    | 標準偏差  | 最小値   | 最大値   |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1    | 0.087 | 0.450 | 0.000 | 7.000 |
| 0.75 | 0.364 | 0.831 | 0.000 | 8.000 |
| 0.5  | 0.368 | 0.836 | 0.000 | 7.000 |
| 0.25 | 0.398 | 0.803 | 0.000 | 7.000 |

に限られる。われわれの作った人工株式市場は、標準的理論経済モデルを特殊例として含む、より一般的なモデルになっているとみることができる。

つぎに、遺伝アルゴリズム (GA) の効果を見る。エージェントが所有する、condition-action rules に対しては、ボアソン過程にしたがって、一点交叉による遺伝アルゴリズムが実行される。GA が働く確率・突然変異確率・古いルールが新しく生まれたルールにより置き換わる率の三つを調整して、GA の活動レベルを低・中・高に分けた。レベルが一段高くなると、三つの率が5倍ずつ増える。c を小さくし

表 3: 株価

| GA | 平均    | 標準偏差 | 最小値  | 最大値   |
|----|-------|------|------|-------|
| 低  | 9.90  | 0.16 | 9.56 | 10.76 |
| 中  | 9.95  | 0.58 | 8.32 | 12.45 |
| 高  | 10.55 | 1.88 | 5.99 | 17.81 |

たときと同様の効果が、GA の活動レベルを上げることで得られることが、表 3・表 4から読み取れる。だが、GA の変化は株価よりも取引量に強く影響し、c は取引量よりも株価に与える影響が強いことが分かる。

実験結果やシミュレーションの設定についてのより詳しい報告は、秋永・高階 [1] に書かれている。

人工株式市場は、標準的理論経済モデルを含む、より一般的な市場モデルである。ここでいう標準モデルとは、合理的期待に基づく均質な個人を前提とした、効率市場モデルを指す。しかし、我々が確認したのは、株価と取引量について、人工株式市場のほうがより包括的な含意をもつということだけである。市場シミュレーションによって、人間の経済行動や将来予測の本質について、どれだけ明確にできるのかは、今後の研究課題である。

## 参考文献

- [1] 秋永 利明、高階 知巳 (1998): 「Santa Fe 研究所の人工株式市場」、『第10回自律分散システム・シンポジウム論文集』、計測自動制御学会
- [2] Arthur, W. B., Holland, LeBaron, Palmer and Tayler (1996): "Asset Pricing Under Endogenous Expectations in an Artificial Stock Market", Santa Fe Institute working paper 96-12-093
- [3] Goldberg, D. E. (1989): *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*, Addison-Wesley,
- [4] Palmer, R. G., Arthur, Holland, LeBaron and Tayler (1994): "Artificial economic life: a simple model of a stockmarket", *Physica D* 75 pp.264-274
- [5] Waldrop, M. Mitchell (1992): *COMPLEXITY: The Emerging Science at the Edge of Order and Chaos*, Simon & Schuster, New York (『複雑系』 田中三彦・遠山峻征訳 新潮社 1996年)