社団法人 情報処理学会　研究報告
IPSJ SIG Technical Report

2006－ICS－142　(1)
2006／1／12

リンクコストを考慮しない待ち行列ネットワークの最適設計

松　村　有　祐[†]　川　村　秀　憲[†,††]　大　内　　東[†,††]

実社会のさまざまなネットワークの本質的な特徴を反映するスモールワールド，スケールフリーといった新たなネットワーク構造が発見されて以来，さまざまなネットワーク生成モデルが提案され，大規模ネットワークに内在する数々のダイナミクスが解明されつつある．現状の構造を深く理解することは重要であるが，より工学的観点からすれば，どのような構造がより望ましいかも議論する必要がある．本研究は，これまでの複雑ネットワーク研究で培われたトポロジー分析の知見を応用し，ある特徴を持つネットワークに対して，望まれる構造を丹念に明らかにし，ネットワークが大規模に発展する以前に，これまででは知りえなかった最適設計の知見を提案することを目的とする．本稿では，リンク長を考慮しない待ち行列ネットワークをモデル化し，いくつかの待ち行列ネットワーク対する最適設計について議論する．

Desirable Design of the Queueing Networks excluding Linking Costs

YUSUKE MATSUMURA,[†] HIDENORI KAWAMURA[†,††]
and AZUMA OHUCHI [†,††]

As the important product of the Complex Network research in recent years, many network dynamics lying on large scale networks are revealed by developing many network models, being affected by discovery of the Small-World and the Scale-Free networks. Although to understand current mechanisms is important, it's also necessary to discuss about features of desirable structure, when we have more engineered perspective. This research reveals desirable structure for various networks by use of knowledge obtained with the recent research, aiming to suggest knowledge of desirable design for developing small network which we never knew. For this paper, we discuss desirable designs for some queueing networks, constructing mathematical model of the Queueing Network excluding linking costs.

1. はじめに

ネットワークとは，複数の要素が相互に接続して構成された系を示すものである．実社会において，複数の同格の要素とその関係に注目すると，それらがある種のネットワークを成していることがわかる．

ネットワークを観察する際の重要な視点の一つとしてトポロジーがある．グラフ理論はいくつかの幾何的トポロジーを示し，さまざまなネットワークシステムの設計・解析に役立てられてきたが，人間関係やWWWのように大規模なネットワークのトポロジーを説明するには至らず，ランダムなトポロジーであると考えられてきた[2),4)]．

ところが近年，このようなネットワークのより本質的な特徴に注目したモデルとしてスケールフリー・ネットワーク[3)]やスモールワールド・ネットワーク[11)]が発表され，それまで説明できなかった複雑なトポロジーの特徴が，いくつかの定量的指標により明らかとなった．スケールフリー・スモールワールドと呼ばれる特徴は，実社会の多くのネットワークで観測されることが知られるようになり，これらの特徴を持つトポロジーを生成するネットワークモデルを構成する研究が今でも多く見られる．

実社会におけるトポロジーの特徴を反映するようなネットワークモデルを構成する研究は，その成長過程におけるダイナミクスを推測するのに役立つと考えられる．しかしそれらの研究は，あるダイナミクスのもとで得られるトポロジーの特徴を論じているに過ぎず，あるネットワークの目的にどれだけ相応しいかについて，より工学的見地からの議論は薄い[1),9)]．

そこで本研究は，さまざまなネットワークにおいて，望まれるトポロジーの設計指針を明らかとするアプローチを，ネットワーク構造設計問題として展開する．ネットワーク構造設計問題は，ある与えられたネット

† 北海道大学大学院 情報科学研究科
Graduate Shool of Information Science and Technology, Hokkaido University
†† CREST, Japan Science and Technology Agency

ワークについて，その特徴や特性から目的，制約を定義し，最適化アルゴリズムにより得られる理想的なトポロジーを，複雑ネットワーク研究で得たネットワーク分析の知見を応用し分析し，その設計指針を導くことを目的とする．さまざまな特徴，特性のネットワークの最適設計指針を得ることによって，あるネットワークを新たに構成する必要がある場合に，モデル化や最適化の手順なくして望ましい設計が実現可能となる．また，実社会における制約などから，最適化アルゴリズムで得られる最適トポロジーを実際に適用するのは困難である場合や，そもそもモデル化自体が困難なネットワークにおいても，最適設計の指針は有効な設計指針になり得る．

本研究において，「ネットワークのモデル化」「最適トポロジーの探索」「最適トポロジーの分析」の三点がその核を構成する．本稿ではまず，インターネットパケット網や，通信ネットワーク，航空ネットワークやロジスティクス網など，社会シミュレーションで比較的よく取り上げられるネットワークのモデル化に取り組む．これらは，ネットワークに流れる人や荷物，パケットなどのトラヒックにノードが何らかのサービスを提供すると捉えると，あるノードに多くのトラヒックが集中することで，ノードにトラヒックの行列ができると想定できる[5),6)]．このようなモデルは一般的に待ち行列ネットワークと呼ばれ，待ち行列理論を応用し，ネットワークを解析的に評価することができるが，大規模なネットワークの評価は一般的に困難とされている．

待ち行列ネットワークの最適設計を検討するにあたり，これをリンク生成コストの有無によって２種類のネットワークに大別する．本稿では，リンク生成コストを無視できるようなネットワークを対象とし，インターネットパケット網や通信ネットワークにおける端末間ソケットをリンクとして捉えモデル化する．

単純遺伝的アルゴリズム（Simple Genetic Algorithm, SGA）によるトポロジー探索を実施し，近年の複雑ネットワーク研究で得たトポロジー分析手法を応用し，これまでのネットワーク生成モデルと比較して，得られたトポロジーの特徴を明らかにする．その上で，与えられたネットワークに対する最適設計の指針を議論する．

以下，２章にネットワーク構造設計問題を提案する．ここでは，待ち行列ネットワークの数理的評価モデルを定義し，最適なトポロジーを探索する組合せ最適化問題として定式化する．３章では２つの特徴的な設定を持つ待ち行列ネットワークのトポロジーの SGA による最適化を実施し，４章では得られたトポロジーの特徴を議論し最適設計を提案する．

2. ネットワーク構造設計問題

インターネットをはじめとする大規模ネットワークの構造は，そのネットワークが小規模の時期に既に設計されていたのではなく，その成長過程における複雑なネットワークダイナミクスの結果として生まれたものが多い．これまでの，ネットワークダイナミクスを明らかにする研究は，既存のネットワークの解析にとどまるものが多く，理想的にどのような構造が望ましいかを議論していない．本研究は，さまざまなネットワークにおける最適構造を丹念に明らかにし，成長するネットワークが結果として望まれる構造を得るための設計指針を議論するために，ネットワーク構造設計問題を提案する．

ネットワークの特性や特長によって目的や望まれる特徴はさまざまであると考えられる．本稿では，待ち行列ネットワークをまずその一例として取り上げ，最適な構造設計について議論する．

2.1 待ち行列理論によるモデル化

ネットワークはノードとリンクからなるグラフに，フローが想定されるものを指す．インターネットや，航空ネットワークなどの交通網などにおいて，フローがスムーズに流れるようにネットワークを設計することは重要なことである．これらのネットワークは，ノードを何らかのサービスを提供する窓口と考え，それぞれのノードにおいてフローの集積度に応じて混雑や待ち時間が生ずるとすれば，サービスを待つトラヒックの行列が発生すると想定できる．待ち行列理論やトラヒック理論では，これを待ち行列が発生している状況として捉える．待ち行列を持つノードにより構成されるネットワークは待ち行列ネットワークと呼ばれる[6)]．

待ち行列ネットワークにおいて，トラヒックがスムーズにネットワーク内を行き来できるように，しばしばトラヒックのルーティング手法や負荷分散手法が検討されるが，ネットワーク構造設計問題においては，適切なトポロジー設計に焦点を絞る．複雑な待ち行列ネットワークを解析的に設計するのは一般的に難しいとされているため，最適化のアプローチにより理想的なトポロジーを得るために，ここでは待ち行列理論に基づくネットワーク評価モデルを構成する．

評価モデルは待ち行列ネットワークにおける，サービス率などのいくつかのパラメータを与えられる自由度を持つように設計し，単一モデルで，さまざまな設定下における最適トポロジーの探索が可能となるよう

にする．

以下に，リンク長を考慮しない，待ち行列ネットワークの評価モデルを定義し，トラヒックの待ち時間の最小化を目的としトポロジーを探索する組合せ最適化問題を定式化する．

2.2 評価モデルの定義

待ち行列理論において，多くのトラヒック要求があるときに，それぞれの要求には相関がないとするとトラヒックの扱いが容易になるとされている．このようなトラヒックの統計的性質はポアソン分布となることが知られており，本モデルについてもトラヒックをポアソン分布に基づくランダム生起のものとして取り扱う．以下，各記号の添字はノード番号を示すとする．

まず q_{ij} を，ノード i を出発し，ノード j に到着するポアソン生起のトラヒック量（以下，トラヒック量 (i,j) とし，それぞれ到着ノードとその途中パスをなすノードに加算されることとする．ここで，複数のノードがリンクで結ばれる待ち行列ネットワークにおいて，λ をノードにかかるトラヒック量とし，トラヒックをポアソン生起のものとして扱うならば，あるノードにおいて N 個のトラヒックが合流または N 個のトラヒックに分岐するとき，それぞれのトラヒックは

$$\lambda^1 + \lambda^2 + \ldots + \lambda^N = \lambda \qquad (1)$$

$$\lambda = p_1\lambda^1 + p_2\lambda^2 + \ldots + p_N\lambda^N \ (\sum_i^N p_i = 1) \qquad (2)$$

として，同じくポアソン分布として取り扱うことができるとされている[10]．

ここで，ノード対 (i,j) について，ルーティングアルゴリズムを用いてそれぞれパスを与え，

$$r_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{パス } (i,j) \text{ がノード } k \text{ を含む} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (3)$$

とする．ルーティングアルゴリズムは，対象とするネットワークの目的や，トラヒックの振る舞いに依存する．また，ノード i からノード j へ向かうトラヒックはすべて同じパスを辿ることとする．

ノード i のトラヒック到着率 λ_i は

$$\lambda_i = \sum_{j \neq i}^{n} \sum_{k \neq j}^{n} r_{jki} q_{jk} \qquad (4)$$

で示される．以下，ノード i のサービス率を μ_i とし，各ノードを M/M/1 待ち行列システムとして近似する．

M/M/1 待ち行列システムではノードの待ち行列バッファ容量を制限しないとき，ノード i のバッファに並ぶ平均トラヒック量 ρ_i は

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i - \lambda_i} \qquad (5)$$

で示される[7]．ここで，平均トラヒック量 ρ_i とシステム内滞在時間 τ_i には，次式に示すリトルの公式が成り立つ[7),8]．

$$\rho_i = \lambda_i \tau_i \qquad (6)$$

また，式 (5) および 式 (6) より

$$\tau_i = \frac{1}{\mu_i - \lambda_i} \qquad (7)$$

が示される．システム内滞在時間はあるノードにおける単位トラヒック量当たりの待ち時間を示すものであり，ノード i を出発しノード j に到着するトラヒックの待ち時間 d_{ij} は，各経由ノードにおける待ち時間と目的ノードにおける待ち時間を合計し，自己のトラヒック量を乗じて

$$d_{ij} = \sum_{k \neq i}^{n} \tau_k q_{ij} r_{ijk} \qquad (8)$$

で示される．

2.3 定　式　化

全トラヒックの平均待ち時間が最小となるトポロジーを探索する組合せ最適化問題として以下に定式化する．トポロジーはリンク数を e で与え，隣接行列 a_{ij} により表現する．

$$\min_{a_{ij}} f \qquad (9)$$

subject to

$$e = \frac{1}{2} \sum_{i}^{n} \sum_{j \neq i}^{n} a_{ij} \qquad (10)$$

$$\mu_i > \lambda_i \qquad (11)$$

where

$$f = \frac{1}{Q} \sum_{i}^{n} \sum_{j \neq i}^{n} d_{ij} \qquad (12)$$

$$Q = \sum_{i}^{n} \sum_{j \neq i}^{n} q_{ij} \qquad (13)$$

2.4 単純遺伝的アルゴリズムによるトポロジー探索

トポロジーの探索手法として，単純遺伝的アルゴリズム（Simple Genetic Algorithm, SGA）を用いる．SGA によるトポロジー探索の手順を以下に示す．

トポロジー探索は SGA の一般的な手順に基づいて実施する．個体の遺伝子表現はトポロジーの隣接行列を用い，初期個体はランダム・グラフにより生成する．選択はルーレット選択により行い，エリート保存を適

用する．

突然変異は，まずランダムに選択したノード対でのリンクの有無を反転する．次に，もとのリンク数を保つために，逆の操作をランダムに選択したノード対について施す．

個体 i に対する交叉は，まず交叉対象の個体 j をランダムに選択し，交叉を実施するノード番号 k をランダムに選択する．個体 i,j について，隣接行列おけるノード k の行にあたる部分を染色体 p_i,p_j として取り出し，さらに p_i,p_j における異なる遺伝子のみを取り出し，p_i^*,p_j^* を新たな染色体として得る．p_i^*,p_j^* についてランダムに分割点を決定し，交叉を実施する．ここで，p_i^* における 0 および 1 を示す遺伝子数が交叉前後で異なる場合があるが，これを修正せずに p_i^* を p_j に戻すと個体 i の元のリンク数を維持できないため，リンク数の差異がなくなるまで，p_i^* の遺伝子をランダムに選択し反転させる引き戻し操作を繰り返す．これを経て p_i^* を p_i に戻し，個体 i に対する交叉とする．

2.5 ヒューリスティック法に基づくルーティング

待ち行列ネットワークにおいて，各トラヒックの経路選択は重要な要素である．本評価モデルにおいては，各トラヒックの経路を 式 (3) に示す記号で保持するが，これを決定するアルゴリズムが必要となる．

インターネット網などではRIPやOSPFなどのルーティングが実装，運用されているが，これらの目的は基本的に，ネットワーク全体の混雑の抑止と，パケットの安定的な配送である．本評価モデルにおいて，さまざまなルーティングアルゴリズムが実装可能であるが，本稿では比較的簡単な手法としてヒューリスティクに全体の待ち時間を小さくする，ダイクストラ法に基づくルーティングアルゴリズムを実装する．以下にアルゴリズムを示す．

(1) $\lambda_i := 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$,
$U := \{1, 2, \ldots, n\}$ とする．

(2) $U \overset{randompop}{\longrightarrow} u$ とする．また，式 (7) にならい $\tau_i := 1/(\mu_i - \lambda_i) \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$ とする．

(3) $j \neq u$ なる $n-1$ ノードに対して，それぞれ待ち時間 (τ_i) 最小なる経路をダイクストラ法で決定し，式 (3) に示す r_{uj*} を決定する．

(4) $\lambda_i := \lambda_i + \sum_{j \neq u}^{n} r_{uji} q_{uj}$
$(i = 1, 2, \ldots, n, \quad i \neq j)$ とする．

(5) $U \neq \emptyset$ ならばステップ (2) へ．$U = \emptyset$ ならば終了．

3. 実　　験

前章で展開した，ネットワーク構造設計問題において，待ち行列ネットワークによる評価モデルを用いて，ある設定下における最適トポロジーの設計指針を得るために以下の実験を実施した．

本実験では，2つの設定下における最適トポロジーを前章で示した単純遺伝的アルゴリズムを用いてそれぞれ探索する．得られたトポロジーを定量的指標を用いて分析するが，高い見地からの分析を実施するために，特徴がよく知られているランダム，レギュラー，スモールワールド，スケールフリーと比較し分析する．

以下に実験設定，上記の典型的なトポロジーの生成方法，分析に用いる定量的指標を示した上で，実験結果を示す．

3.1 実 験 設 定

本実験は，リンク長を考慮せず，リンク生成コストやトラヒックのノード間移動の時間を考慮せずに取り扱うことができる待ち行列ネットワークの例として，インターネットや高速通信網を想定する．以下に示すような，それぞれ特徴の異なる 2 つの実験設定を与える．

(1) ほとんどのノード間に少量のトラヒックが互いに発生しているが，ごく一部のノードへ向かうトラヒックの量が特に多い場合

(2) ほとんどのノード間でおよそ一定量のトラヒックが互いに発生しているが，ごく一部のノードのサービス率が高い場合

(1) はトラヒック量が不均一である場合であり，(2) はノードの性質が不均一な場合である．ここではそれぞれ，**設定 1** および **設定 2** と呼ぶこととし，**表 1** に各パラメータを定める．

2 設定で共通して，ノード数 $n = 100$ を与え，設定 1 では 5 つのノードへ向かうトラヒックをほかの 15 倍とし，設定 2 では 3 つのノードのサービス率をほかの 10 倍に設定する．これらの設定の下で，各平均次数の制約下で SGA によるトポロジー探索を実施する．ここで，SGA の学習パラメータは個体数 20，突然変異率 20%，交叉率 50%，計算世代数 10,000 世代とする．以下，SGA の実験結果は 5 回，他は 20 回の試行平均値とする．

3.2 典型的なトポロジーの生成

本実験では下記の方法により，それぞれのネットワーク生成モデルを用いてノード数 n，平均次数 $\bar{k}$ のトポロジーを生成した．

ランダム・グラフのトポロジーは次数分布がポアソ

表 1 実験設定

	Setting 1		Setting 2	
	$j=\{1,2,\ldots,5\}$	$j=\{6,7,\ldots,100\}$	$j=\{1,2,3\}$	$j=\{4,5,\ldots,100\}$
n	100			
$\bar{k}$	$4 \le \bar{k} \le 99$			
q_{ij}	15	1	1	1
μ_j	3,500	3,500	35,000	3,500

ン分布となる一般的なランダム・グラフの方法，ER モデルにより生成した．ただし，連結性がないトポロジーを得た場合は作り直すこととする．

レギュラーグラフは一般的なレギュラーグラフの生成法に従って生成する．

スモールワールド・ネットワークのトポロジーは WS モデルを用いて生成した．WS モデルでは初期グラフとしてレギュラーグラフを得て，ショートカットをなすリンクの生成確率，すなわちつなぎかえ確率 p によりつなぎかえを行う．つなぎかえ確率により，得られるトポロジーの特徴は異なるため，スモールワールドトポロジーを用いる際はこれを適宜示す．

スケールフリー・ネットワークのトポロジーは BA モデルにより生成した．スケールフリー・ネットワークに見られる次数の大きなノードをハブと呼ぶ．

3.3 トポロジーの定量的分析指標

本実験では以下に示す 4 つの定量的指標を用いて，トポロジーの特徴を分析する．

クラスタリング係数 ノード i のクラスタリング係数 $C_i(0 \le C_i \le 1)$ は，ノード i のリンク先ノード同士がリンクされている確率を示す．ネットワーク全体のクラスタリング係数 C は，全ノードの平均をとる．ランダム・グラフのように内集団が見られないネットワークはクラスタリング係数は小さく，レギュラーグラフのように規則性の高いネットワークは高いクラスタリング係数を示す．

最短平均パス長 最短平均パス長 L は全ノード間のリンク長を 1 としたときの，全ノード対の最短パス長の平均値．レギュラーグラフは平均パス長が一般的に長くなるが，スモールワールド・ネットワークはショートカットによりこれを短くする．

betweenness(媒介中心度) ノード i の betweenness B_i は，全ノード対の全最短パスのうちノード i を経由する最短パスの数を示す．ハブやショートカットを成すノードは一般的に高い betweenness を示す．ネットワークの特長によって，betweenness の平均値は異なるので，本実験では全ノードの betweenness の標準偏差 ($\hat{B}$) を用いる．

assortativity 係数 (次数相関) あるネットワークの assortativity 係数 $r(-1 < r < 1)$ とは，ノードの次数の相関を示す係数である．レギュラーグラフのように同じ次数のノードがリンクされている確率が高い場合，正の相関 ($r > 0$) があるとし，逆の場合は負の相関 ($r < 0$) があるとする．

3.4 実験結果（設定 1）

図 1 から**図 5** に設定 1 における実験結果を示す．各グラフの横軸は共通して平均次数 k を示す．

図 1 は各トポロジーの 式 (12) に基づく評価値を示す．各平均次数において，SGA で得られたトポロジーは他よりも評価が高いことが確認できる．また，レギュラーグラフは低い平均次数下で 式 (11) に示す制約を満たすこと難しいことがわかる．本実験において評価値そのものは本質的な意味をなさない．

図 2 は各トポロジーのクラスタリング係数 C を示す．$k < 12$ の領域では，他のどれよりも低い値を示しているが，$k = 25$ 付近でスケールフリーより高い値と示しているのが特徴的である．

図 3 は各トポロジーの最短平均パス長 L を示す．いずれの平均次数においても，ランダムやスケールフリーとほぼ同等か，若干小さい値を示している．

図 4 は各トポロジーの betweenness の標準偏差 $\hat{B}$ を示す．$k < 12$ の領域では，レギュラーグラフに近く，小さな分散となっていることがわかる．しかし，$k = 25$ 付近で他のどれよりも高い分散を得ていることが見て取れる．

図 5 は各トポロジーの assortativity 係数 r を示す．レギュラー，スモールワールドが特に高い次数相関を示しているのに対し，SGA を含む他のネットワークでは平均次数にかかわらずおよそニュートラルである．しかし，$k = 25$ 付近で SGA が負の次数相関を得ているのが特徴的である．

3.5 実験結果（設定 2）

図 6 から**図 10** に設定 1 における実験結果を示す．各グラフの横軸は共通して平均次数 k を示す．

図 6 は各トポロジーの 式 (12) に基づく評価値を示す．各平均次数において，SGA で得られたトポロジーは他よりも評価が高いことが確認できる．次いで，スケールフリーの評価が高い．

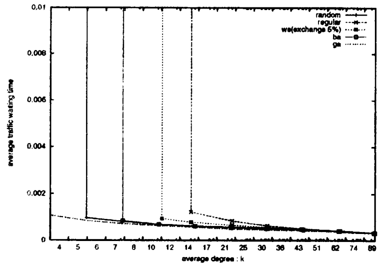

図 1 設定 1 における，平均次数 (横軸) とトラヒック到着遅れ時間 (縦軸) の関係

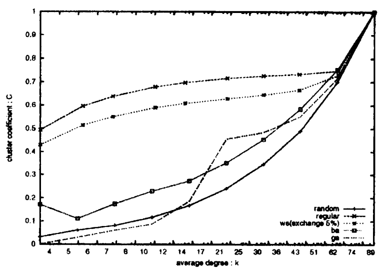

図 2 設定 1 における，平均次数 (横軸) とクラスタリング係数 (縦軸) の関係

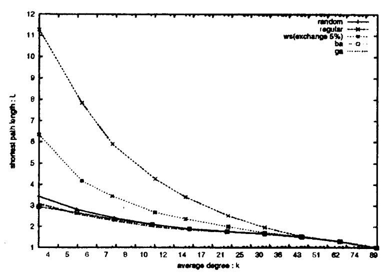

図 3 設定 1 における，平均次数 (横軸) と最短平均パス長 (縦軸) の関係

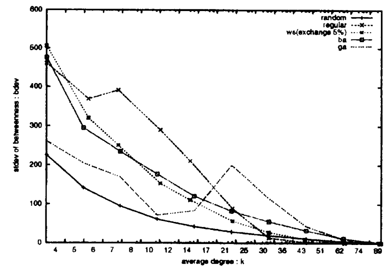

図 4 設定 1 における，平均次数 (横軸) と betweenness の標準偏差 (縦軸) の関係

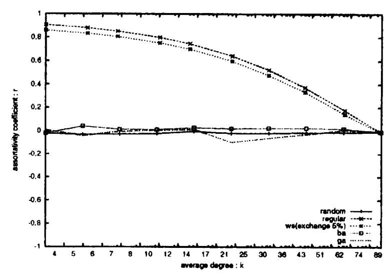

図 5 設定 1 における，平均次数 (横軸) と次数相関 (縦軸) の関係

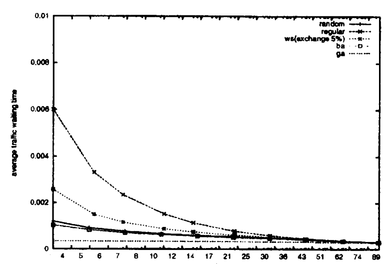

図 6 設定 2 における，平均次数 (横軸) とトラヒック到着遅れ時間 (縦軸) の関係

図 7 は各トポロジーのクラスタリング係数 C を示す．$k < 21$ の領域では，平均次数が小さいほど高いクラスタリング係数を示しており，その振る舞いはランダム，スケールフリーのそれと逆である．

図 3 は各トポロジーの最短平均パス長 L を示す．SGA 以外のネットワークでは平均次数が小さいほど，L は大きい値をとるが，SGA では平均次数にかかわらず $L < 2$ である．

図 9 は各トポロジーの betweenness の標準偏差 $\hat{B}$ を示す．$k < 21$ の領域で特に，ほかのトポロジーよりも高い分散を得ている．

図 10 は各トポロジーの assortativity 係数 r を示す．$k < 8$ の領域で，SGA は比較的高い負の次数相関を得ていることがわかる．

4. 考　　察

前章の実験結果では，それぞれの設定下で，SGA がこれまでのネットワーク生成モデルで得られるトポロジーよりも，待ち時間の観点から高い評価のトポロジーを探索した．このことから，前章で示した SGA の探索アルゴリズムがトポロジーの探索法として有効であると言える．本研究の目的はあるネットワークに対して最適なトポロジーを与えることではなく，最適設計の指針を得る材料として，これまでのネットワーク生成モデルによるトポロジーと比較し，少なくとも高い評価のトポロジーが得られれば十分であることか

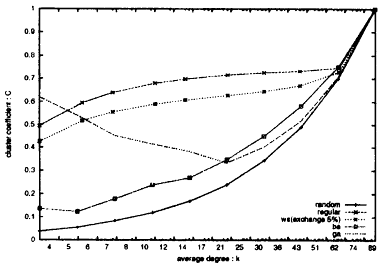

図 7　設定 2 における，平均次数 (横軸) とクラスタリング係数 (縦軸) の関係

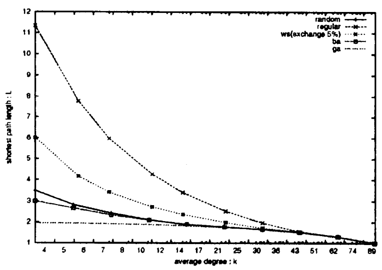

図 8　設定 2 における，平均次数 (横軸) と最短平均パス長 (縦軸) の関係

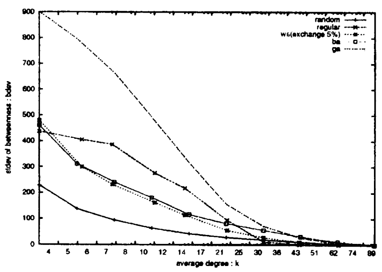

図 9　設定 2 における，平均次数 (横軸) と betweenness の標準偏差 (縦軸) の関係

ら，得られたトポロジーの最適性については議論しない．以下，前章の実験結果から，それぞれの特徴のネットワークに対して有効な設計指針を導く．

4.1 設　定　1

設定 1 は，100 ノードあるうち，ある 5 つのノード (A ノードと呼ぶこととする) に向かうトラヒック (A トラヒック) の量が他の 15 倍というケースである．

$k < 12$ の領域で，クラスタリング係数がランダムより小さく，betweenness の分散もレギュラーに近く小さいことから，ネットワーク全体の接続関係が均質であると考えられる．特に，betweenness の分散が小さいことからスモールワールド，スケールフリーに見られるハブやショートカットのようなノードを持たないトポロジーであると考えられる．A トラヒックが途中経路として集中しやすいノードが存在することは好ましくないことは，実験設定から十分推測されることから，これらの推論は正当である．

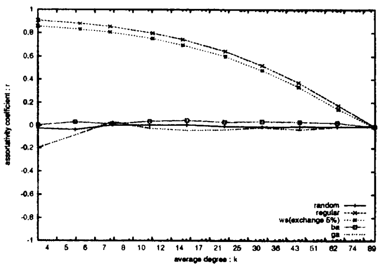

図 10　設定 2 における，平均次数 (横軸) と次数相関 (縦軸) の関係

しかし，$k = 25$ 付近でその特徴が変化する．betweenness の分散が大きく，負の次数相関が高いことから，ごく少数のノード，すなわち A ノードがハブを形成していると予測できる．A トラヒックは，経由するノードに大きな負荷を与えることから，できれば各ノードから直接 A ノードにリンクがあることが望ましいことは推測できるが，なぜ $k = 25$ 付近でこれが実現されるかを推測する．各ノードから直接 5 つの A ノードにリンクを持つ連結グラフには $5 \times (100 - 5) = 475$ 本のリンクが必要となる．たとえば $k = 10$ の場合 500 本のリンクを持つので，そのようなトポロジーを与えることができるが，この場合はほかのトラヒックも A ノードを経由せざるを得なくなるので，全体としての利益は小さく評価が高くならない．しかし，$k = 25$ 付近では 1,250 本のリンクを持つので，そのうち 500 本のリンクを A ノードへの直接リンクとして用いても，適切なルーティングを与えられれば他のトラヒックが A ノードの経由をすることはなく，全体的に少ない待ち時間を実現できる．ほとんどすべてのノードが A ノードへのリンクを持つとすれば，クラスタリング係数が高くなることも説明できるので，およそこの推論は正しいと言える．

このようなネットワークにおいては，平均次数に応じて設計指針をそれぞれ検討する必要がある．リンクを多く用意できない場合は，クラスタ性をできるだけ小さくし，ハブとなるノードが存在しないトポロジーを設計するのが良い．また，リンクを相当数用意できる場合は，「特殊ノードと一般ノードを接続するネットワーク」と「一般ノード間のネットワーク」を分けて考えるとより良いトポロジーを設計できるであろう．

4.2 設　定　2

設定2は，100ノードあるうち，ある3つのノード(Bノードと呼ぶこととする)のサービス率が他の10倍のケースである．Bノードはサービス率が高いため，この特徴を適切に活用するトポロジーを設計することが望まれる．

平均次数がごく小さい場合，ランダムやスケールフリーにおいても，平均最短パス長 L が高くなるのが一般的であるが，このネットワークで得られたSGAのトポロジーは $L < 2$ と小さい．これは，ほとんど全てのトラヒックが，あるノードを出発して，ノードを0ないし1つ経由し，目的ノードに到着することを意味する．さらに，betweennessの分散が他と比較して高く，負の次数相関も見られることから，ごく少数のノード，すなわちBノードが大きなハブを成していると考えられる．これらのことから，ほとんど全てのノードが3つのBノードへのリンクを持っていることを推測できる．クラスタリング係数が高いことはこの推測を支持する．

上記のようなネットワークを構成するにはおよそ400本のリンクが必要となる．$k = 4$ の場合，ネットワークには200本のリンクしか無いにもかかわらず，特に悪い評価を得ていないことが図6からわかる．これは，Bノードの数が必要数よりも多いか，10倍のサービス率は必要以上に高いことを示唆する．

他のネットワークモデルで得たトポロジーでは平均次数が高くなるほど評価は高くなる傾向にあるが，設定2におけるSGAの結果はこれを反映しない．すなわち，この設定においてはむやみに多くのリンクを必要としないと考えられる．

5. おわりに

これまでの複雑ネットワーク研究で得られた成果を工学的に応用する新たな問題としてネットワーク構造設計問題を提案した．

今日の大規模ネットワークが発展途上の時期に，その将来的な構造を推測することは困難であったと考えられ，実社会のさまざまな制約のもとで，自ずと発生するネットワークダイナミクスに依存して発展せざるを得なかったであろう．大規模に発展したとき，その構造が望ましいか否かにかかわらず，その構造を変化させることはまた困難である．あるネットワークが成長するとき，将来的な最適設計の指針を得ていれば結果として得られる構造は，今までと十分に異なる可能性がある．

本稿では設計問題の一例として，待ち行列ネットワークを数理モデルで取り扱い，2つの特徴的設定を構成しその最適設計指針を得た．トポロジー分析のために，4つの定量的指標を導入したが，今回の範疇では十分に議論できる特徴を捉えた．待ち行列ネットワークにおけるトラヒック量やサービス率のパラメータ，ネットワークの平均次数により，それぞれ望まれるトポロジーの特徴は異なることを明らかにした．

本研究のこれからの展開として，まずより大規模のネットワーク構造の最適設計の分析に取り組む．トポロジーを分析するにあたって，100ノードは一般的に少ないと考えられており，より大規模の問題に取り組むことでさらに詳細な分析を可能とする．また，現状ではヒューリスティック与えたルーティングのもとでの最適設計を議論しているが，これが現実のネットワーク上でのルーティングの上でも有効であるかは明らかではなく，今後調査すべきである．

謝辞　本研究の推進に際し，産業技術総合研究所の車谷浩一氏をはじめ，CREST研究課題「安全と利便性を両立した空間見守りシステム」研究グループの皆様には，貴重なご助言を賜りました．ここに記して，謝意を表します．

参　考　文　献

1) Albert, R. and Barabási, A.-L.: Statistical mechanizm of complex network, *Review of Modern Physics*, Vol.74 (2002).
2) Barabási, A.-L.: *LINKED: The New Science of Networks*, Perseus Publishing (2002).
3) Barabási, A.-L. and Albert, R.: Emergence of scaling in random networks, *Science*, Vol.286 (1999).
4) Fulkerson, D.R.(ed.): *STUDIES IN GRAPH THEORY, PART I*, The Mathematical Association of America (1975).
5) Kenyon, T.: *High-performance data network disign: design techniques and tools*, Butterworth-Heinemann (2002).
6) 紀　一誠：待ち行列ネットワーク，朝倉書店 (2002).
7) Kleinrock, L.: *Queueing systems*, Vol. 1, Wiley-Interscience (1975).
8) Little, J.: A proof of the queueing formula L = λW, *Operetions Resesearch*, Vol.9 (1961).
9) 増田直紀，今野紀雄：複雑ネットワークの科学，産業図書 (2005).
10) 加島宣雄：情報通信ネットワーク入門，森北出版 (2004).
11) Watts, D. J. and Strogatz, S. H.: Collective dynamics of ‘small-world’ networks, *Nature*, Vol.393 (1998).