チーム選択問題のための架空名義操作不可能なオークションメカニズムの提案

斎藤恭昌[†1] 岩崎敦[†1] 横尾真[†1]
David Kempe[†2] Mahyar Salek[†2]

本論文ではチーム選択問題のための架空名義操作不可能なオークションメカニズムを二つ提案する．チーム選択問題とはある タスク を達成するために必要なエージェントの集団を選択する問題であり，チームの選択や選択されたチームへの報酬の決定にオークションが用いられる．既存のオークションメカニズムは，エージェントの自己の評価値を申告することが最大の利得となることに重点が置かれているが，架空名義操作と呼ばれる新たな不正行為については考慮されていない．そこで， 本論文では架空名義操作に頑健なチーム選択オークションメカニズムとして，過剰支払額が $n2^n$ で抑えられる MP メカニズムと，支払額の合計が留保費用で抑えられる AP メカニズムを提案する．

False-Name-Proof Mechanisms for Hiring a Team

Yasumasa Saito,[†1] Atsushi Iwasaki,[†1] Makoto Yokoo,[†1]
David Kempe[†2] and Mahyar Salek[†2]

This paper develops two new false-name proof auction mechanisms for hiring a team. In the problem of hiring a team, each agent is assumed to own one or more edges of a set system, and the auctioneer is trying to purchase a feasible solution to perform a task by conducting an auction. We introduce two models of false-name manipulations in hiring a team auctions and propose the MP and AP mechanisms , which are robust against false-name manipulations. Furthermore, we show the frugality ratio of MP is bounded by $n2^n$, and that of AP is bounded by reserve cost, which is choosen a priori by the auctioneer.

1. 序　　論

近年，Yahoo!や eBay などに見られるようにインターネットは世界中から集まる売り手と買い手にオークションの機会を安価に提供する優れたインフラとなっている．実際，多くの企業や消費者がインターネットオークション上で様々な財を取引するようになり，電子商取引の主要な部分を占めつつある．このため，オークション研究は計算機科学や人工知能など幅広い分野で盛んに行われ，エージェント技術にとって重要な研究領域となっている[9)–11)]．

とくに近年では，組合せオークション[2)]に関する研究が注目されている．組合せオークションとは，よく知られている一つの財を取引するオークションと異なり，複数種類の財やサービスの組合せをまとめて取引するオークションである．組合せオークションを用いることで，エージェント（入札者）の財やサービスに対する複雑な選好を一度に考慮しながら，エージェントやオークション主催者の効用を増加できる．

一方で，財やサービスの組合せによって価値が変わる問題のひとつにチーム選択問題[1),8)]が挙げられる．これは例えば，各エージェントがあるサービス／タスクの一部を実行するための要素（スキルやリソース）を持っているとき，そのタスクを実行するための要素の組合せを選択する問題を指す．このとき，要素の組合せ（チーム）およびそれぞれの要素に支払う報酬の決定にオークションがしばしば用いられる．

チーム選択問題の代表的な例として経路選択問題[1),3),5)]が挙げられる．ある二点間の経路を選択する際，オークション主催者はグラフの辺を所有しているエージェントからその辺を使用する際に生じるコストを入札として集める．それらの入札から，どの経路を選択するかという問題であり，トラックの運送や天然ガスのパイプライン，センサネットワークなどの経路選択などに応用できる．

組合せオークションの研究では，エージェントは，常

†1 九州大学大学院システム情報科学府
Graduate School of ISEE, Kyushu University
†2 Dept. of Computer Science, University of Southern California

に自身の利得を最大化する行動をとる（利己的）と仮定する．このため，エージェントは自身の利得を増加させるために，所有する要素のコストを偽って入札する可能性が存在する．そこで，組合せオークションの研究では，社会的に望ましい性質を満たすオークションメカニズムを設計，解析するのが一般的である．とくに，オークションメカニズムに望まれる性質として戦略的操作不可能性がある．戦略的操作不可能性を満たすメカニズムにおいて，コストを正直に申告することが支配戦略（他の入札者の戦略に関わらず自己の利得を最大化する戦略）になる．

しかし一方で，著者らは架空名義操作と呼ばれる新たな不正行為の可能性を指摘している[12),13)]．架空名義操作とは，複数の e-mail アドレスなどの名義を用いて一人のエージェントが複数のエージェントを装うことで，利得を不正に増加させたり，本来は得られなかった利得を得る行為を指す．とくに，パレート効率的な割当てを満足しつつ，個人合理性と架空名義操作不可能性を満足するメカニズムは存在しないことが証明されている[12)]．そこで，準効率的な割当てを実現しつつ，架空名義操作不可能性を満たすメカニズムが提案されている[4),6),7),12)]．この中で，組合せ調達[6),7)]は複数のリソースの売手から一人の買手がサービスを調達するオークションを扱っている．これはチーム選択問題にもっとも近い性質をもつが，チーム選択問題では，チームを構成する要素のうちただ一つ欠けてもサービスを提供できないため，6), 7) で提案されているメカニズムをそのまま用いることはできない．

以下の本論文の構成を示す．まず，チーム選択問題と本論文における架空名義操作を定義する（第 2 節）．次にチーム選択問題に適用可能な架空名義操作不可能なメカニズムとして乗算ペナルティを用いたメカニズム（MP メカニズム）および加算ペナルティを用いたメカニズム（AP メカニズム）を提案し（第 3 節および第 4 節），最後に計算機実験を通して，AP メカニズムと既存メカニズムを比較する（第 5 節）．

2. チーム選択問題

本節ではチーム選択問題をモデル化し，チーム選択問題に生じうる架空名義操作を定義する．さらに，オークションメカニズムを分析するための尺度である効率性と過剰支払度について概説する．

2.1 チーム選択問題の定式化

本論文では，文献[1),5),8)]に基づき**セットシステム** $(E,\mathcal{F},\mathcal{A})$ を用い，チーム選択問題をモデル化する．ここで，E はスキルやリソースなどの**要素**の集合，$\mathcal{F} \subseteq 2^E$ は**実行可能解**（チーム選択問題の解となりうる要素の集合）S の集合（**実行可能集合**），E の分割を $\mathcal{A}$ とし，その各要素は E の部分集合とする．

チーム選択問題の従来研究ではエージェントが所有する要素数は一つだけに限定されていたが，本論文では，エージェントが所有する要素数を複数に拡張する．ここで，エージェント i が所有する要素の集合を $A^i \in \mathcal{A}$，要素 e の所有者を $o(e)$ とする．また，全ての要素 e に対するコスト c_e を与え，これをエージェント $o(e)$ のみが知りうる私的情報とする．さらに，実行可能解 $S \in \mathcal{F}$ に含まれる要素の入札額および真のコストの総計を $b(S) = \sum_{e\in S} b_e$，$c(S) = \sum_{e\in S} c_e$ と表す．

本論文では，チーム選択問題におけるオークションを以下の手順で行う：

(1) エージェント i は所有する全ての要素 $e \in A^i$ に対して，コストと所有者の名義のペアである $(b_e, o(e))$ を入札する．ただし，エージェントは必ずしも真のコストと名義を入札する必要はない．

(2) 各エージェントの入札にもとづき，オークション主催者は，ある実行可能解 $S^* \in \mathcal{F}$ を選択し，エージェント $i = o(e)$ $(e \in S^*)$ に p_i を支払う．

各エージェントの利得は受け取った支払い額の総和から実際にかかったコスト $c(S^* \cap A^i)$ を引いた値となる．メカニズムが規定するチーム選択や支払額の決定方法はエージェント全員にとっての共通知識とする．そこで，エージェントは自身の効用の最大化を目指して意思決定を行うため，エージェントは偽りのコストを入札したり，複数の名義を利用しうる．なお，本論文ではエージェント間の共謀は扱わない．

従来の戦略的操作不可能なメカニズムは，オークション主催者は所有者情報を完全に知っていると仮定し，すべてのエージェントに真のコストを正直に入札させることを目的としている．すなわち，エージェント i にとって，所有する全て要素 $e \in A^i$ に対して $b_e = c_e$ とすることが利得を最大化するようにメカニズムを設計する．本論文では，先に述べた架空名義操作を扱えるようにモデルを拡張する．具体的には，以下の名義分割および単要素分割を導入し，これらの不正行為の影響を受けないメカニズムを提案する．

定義 1 (名義分割) 　名義分割とは，エージェント i が所有する要素の集合 A^i を分割し，複数の名義を使用して入札することである．このとき，任意のセットシステム $(E,\mathcal{F},\mathcal{A})$ は $(E,\mathcal{F},\mathcal{A}')$ に置き換わ

る．ただし，$\mathcal{A}' = \mathcal{A} \setminus \{A^i\} \cup \{A^{i'}\} \cup \{A^{i''}\}$，および $A^i = A^{i'} \cup A^{i''}$ とする．

定義 2 (単要素分割)　単要素分割とは，エージェントがある要素 e を二つの要素 e', e'' に分割する行為である．このとき，任意のセットシステム $(E, \mathcal{F}, \mathcal{A})$ は $(E', \mathcal{F}', \mathcal{A}')$ に置き換わる．ただし，要素の集合は $E' = E \setminus \{e\} \cup \{e_1, e_2\}$ を満たし，e を含む全ての実行可能解 S において，$S \setminus \{e\} \cup \{e_1, e_2\}$ が成立する．

直感的に，単要素分割は単一の要素を複数のエージェントが複数の要素を所有しているように振舞う行為である．このため，単要素分割を利用して，利益を増加させるには名義分割を同時に行う必要がある．

架空名義操作不可能なメカニズムでは，全てのエージェント i が所有するすべての要素 $e \in A^i$ に対して，真の名義および真のコストの入札 (c_e, i) を行うことが支配戦略となる．すなわち，名義分割や単要素分割，真のコストと異なる入札をしても，エージェントの利得は増加しないことを意味する．

メカニズムが架空名義操作不可能性を満たすかどうかを検証するとき，オークション主催者は事前にセットシステムを把握できないため，個々のセットシステムに対してメカニズムが架空名義操作に頑健かどうか判断できない．このため，架空名義操作が生じる可能性のあるセットシステムのクラスを定義する．クラスは実行されるメカニズムによって分類される．

定義 3　名義分割および単要素分割により，セットシステム $(E, \mathcal{F}, \mathcal{A})$ は $(E', \mathcal{F}', \mathcal{A}')$ に置き換えられる．

定義 4　クラス $\mathcal{C}$ に属するすべてのセットシステム $(E, \mathcal{F}, \mathcal{A})$ に関して，架空名義操作を行って得られたセットシステム $(E', \mathcal{F}', \mathcal{A}')$ もクラス $\mathcal{C}$ に属するとき，クラス $\mathcal{C}$ は架空名義操作が生じる可能性のあるクラスであるという．

2.2　選択した解の効率性と過剰支払度

本小節では，チーム選択問題のメカニズムを設計する上で，架空名義操作不可能性以外の望ましい性質である選択した解の効率性と過剰支払度を概説する．

選択した解の効率性とは，社会的余剰とも呼ばれ，参加者全体の効用の総和で定義される．とくに，メカニズムが社会的余剰を最大化するとき，そのメカニズムはパレート効率性を満たす．本論文で扱うチーム選択問題では，オークション主催者の効用は支払額の総和 $-\sum_i p_i$ である一方で，エージェントの効用はその利益 $p_i - \sum_{e \in A^i} c_e$ となる．したがって，社会的余剰はオークション主催者も含めた参加者の効用の総和であるため，選択された経路がもつ真のコストの合計となる．最も代表的なオークションメカニズムである Vickrey-Clark-Gloves (VCG) メカニズムは戦略的操作不可能性とパレート効率性を同時に満たす．しかし，架空名義操作が可能な場合，VCG メカニズムはパレート効率性を満足しないことが示されている[13]．

選択した解の効率性は，オークション主催者とエージェント全体の効用をどれだけ高められるかを意味する．一方で，オークション主催者にとっては，できるだけ支払額が低い方が望ましいといえる．そこで，Karlin ら[5] は，VCG メカニズムの支払額がセットシステムを用いた他のメカニズムよりも支払額が高くなることを指摘している．さらに，選択した解の効率性の最大化と支払額の最小化はお互いにトレードオフの関係にあることを示している．

そこで本論文では，メカニズムの支払額がどれだけ過剰になっているかを評価するため，過剰支払度[5] を導入し，提案メカニズムの支払額とその自然な下界を比較する．ここで自然な下界とは，均衡状態にある入札の組合せのうち，最も低い入札値の合計である．

定義 5　真のコスト c_e が申告されたとき，コストの総和が最も低い実行可能解を $S \in \mathcal{F}$ と表す．このとき，真のコストベクトル $\mathbf{c}$ に対し，次の最適化問題の解を $\nu(\mathbf{c})$ と定義する：

Minimize $\sum_{e \in S} b_e$ subject to

(1) $b_e \geq c_e$　for all e

(2) $b(S \setminus T) \leq c(T \setminus S)$　for all $T \in \mathcal{F}$

(3) For every $e \in S$, there is a $T_e \in \mathcal{F}$ such that $e \notin T_e$ and $b(S \setminus T_e) = c(T_e \setminus S)$

(1) はすべてのエージェントが真のコストより高い入札をしないことを表し，(2) は入札の合計が S よりも低い実行可能解は存在しないことを表す．さらに，(3) は S に含まれる要素の入札が S に属する範囲内で最大となることを表す．よって，入札を変化させても利益は増加しないため，均衡状態に落ち着く．

$\nu(\mathbf{c})$ を用いて，過剰支払度を次のように定義する．

定義 6　セットシステム $(E, \mathcal{F}, \mathcal{A})$ に適用可能なメカニズム $\mathcal{M}$ の過剰支払度は

$$\phi_{\mathcal{M}} \quad = \quad \sup_{\mathbf{c}} \frac{p_{\mathcal{M}}(\mathbf{c})}{\nu(\mathbf{c})}.$$

すなわち，コストベクトル $\mathbf{c}$ の全体に対して得られる総支払額 $p_{\mathcal{M}}(\mathbf{c})$ と第一価格オークションの支払額を比較した値の上限値と定義する．

3. 乗算ペナルティを用いたメカニズム

本節では，エージェントが一つの要素のみを所有

するセットシステムに適用可能である multiplicative penalty (MP) メカニズムを述べる*1.

MP メカニズムは，コストの算出に乗算ペナルティを科すことで架空名義操作の誘因を取り除く．さらに，過剰支払度は $O(n \cdot 2^n)$ である．

3.1 MP メカニズム

既存の VCG メカニズムは，所有する要素を分割し，支払いを受ける人数を増やすことで利得を増加させることが可能である．このため，MP メカニズムは要素数に対して指数的に増加する乗算ペナルティを科すことでこの操作の誘因を取り除く．

MP メカニズムが適用されるのは，エージェントの所有する要素が一つのセットシステムであり，エージェントと要素は一対一で対応する．したがって，要素とエージェントは同じとして扱う．

MP メカニズムは，すべてのエージェントが入札 b_e を行った後，すべての実行可能解 $S \in \mathcal{F}$ から $b(S) \cdot 2^{|S|-1}$ が最小となる S^* を選択する．選択された実行可能解 S^* に含まれる要素を持つエージェント e に限界入札値 $\tau(e) = 2^{|S^{-e}|-|S^*|}b(S^{-e}) - b(S^* \setminus \{e\})$ を支払う．これはエージェント e がチームとして選択される最大の入札額を意味する．S^{-e} は e を含まない実行可能解の中で $b(S) \cdot 2^{|S|-1}$ が最小となる要素の組合せを表す．

定理 7　単要素分割が生じるセットシステムすべてにおいて，MP メカニズムは単要素分割に頑健であり，過剰支払度は $O(n \cdot 2^n)$ である（$n = |E|$）．

証明　エージェント $e = e_0$ が名義分割を用いて $k+1$ 個の要素 $(e_0, \ldots, e_k)$ に分割する．

分割後の要素すべてがチームに選ばれないとき，名義分割を行っても利益は増加しない．また，名義分割によりエージェント e の要素を含む実行可能解のペナルティが増加し，他の解のペナルティには影響を与えない．したがって，分割前のエージェント e は $b_e \leq \tau(e)$ を満足し，$\tau(e)$ の支払額を受け取る．

分割された要素 e_j はすべて同じ実行可能解に属するため，それぞれの要素の限界入札値は等しくなる．この限界入札値を $\tau_k(e)$ と表す．分割された要素 e_j すべてに対し，$b_{e_j} \leq \tau_k(e)$ が成立するならば，エージェント e は最大 $(k+1)\tau_k(e)$ の支払額を受け取ることができる．

MP メカニズムにおいて，$\tau_k(e) \leq 2^{-k}\tau(e)$ を満足し，e は分割後に勝つとき，$(k+1)2^{-k}\tau(e)$ を受け取る．$\tau(e) \geq (k+1)2^{-k}\tau(e)$ が成立し，単要素分割によって受け取る額が減少するため，単要素分割を行わないことが支配戦略となる．さらに，MP メカニズムは戦略的操作不可能性も満たすため，真のコストを入札することが支配戦略となる．したがって，すべてのエージェント e は真の名義で $b_e = c_e$ の入札を行う．

次に MP メカニズムの過剰支払度を示す．勝利したエージェント $e \in S^*$ の限界入札値 $\tau(e)$ は

$$\tau(e) \;=\; \min_{T \in \mathcal{F}: e \notin T} 2^{|T|-|S^*|}c(T) - c(S^* \setminus \{e\})$$

と表される．支払額はすべての勝利したエージェントの限界入札値の総和であり，

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{MP}}(\mathbf{c}) &= \textstyle\sum_{e \in S^*} \tau_e \\ &= \textstyle\sum_{e \in S^*} \min_{T \in \mathcal{F}: e \notin T} 2^{|T|-|S^*|}c(T) \\ &\quad -c(S^* \setminus \{e\}) \\ &\leq \textstyle\sum_{e \in S^*} \min_{T \in \mathcal{F}: e \notin T} 2^{|T|-|S^*|}c(T) \\ &\leq 2^n \textstyle\sum_{e \in S^*} \min_{T \in \mathcal{F}: e \notin T} c(T). \end{aligned}$$

この支払額の上限，および定義 6 の $\nu(\mathbf{c})$ の下限から過剰支払度を求める．定義 5 の制約条件から，$\nu(\mathbf{c}) = \sum_{e \in S} b_e$ が得られる．さらに，e' を固定したエージェントとし，定義 5 の 3 番目の制約式による集合を $T_{e'}$ とすると，

$$\begin{aligned} \nu(\mathbf{c}) &= \textstyle\sum_{e \in S - T_{e'}} b_e + \sum_{e \in S \cap T_{e'}} b_e \\ &= \textstyle\sum_{e \in T_{e'} - S} c_e + \sum_{e \in T_{e'} \cap S} b_e \\ &\geq c(T_{e'}). \end{aligned}$$

e' は固定したエージェントであり，すべての e' を考慮すると，$\nu(\mathbf{c}) \geq \max_{e \in S} c(T_e)$ となる．

支払額の上限は以下のように制限される．

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{MP}}(\mathbf{c}) &\leq 2^n \textstyle\sum_{e \in S^*} \min_{T \in \mathcal{F}: e \notin T} c(T) \\ &\leq n2^n \max_{e \in S^*} \min_{T \in \mathcal{F}: e \notin T} c(T) \\ &\leq n2^n \max_{e \in S} \min_{T \in \mathcal{F}: e \notin T} c(T) \\ &\leq n2^n \max_{e \in S} c(T_e) \end{aligned}$$

これは任意の S において，最小となる集合 T は S に等しく，そのコストは任意のエージェント $e \in S$ に対して $c(T_e)$ よりも小さくなることを意味する．

以上より，MP メカニズムの過剰支払度は

$$\begin{aligned} \phi_{\mathrm{MP}} &= \sup_{\mathbf{c}} p_{\mathrm{MP}}(\mathbf{c})/\nu(\mathbf{c}) \\ &\leq \frac{n2^n \max_{e \in S} c(T_e)}{\max_{e \in S} c(T_e)} \\ &= n2^n. \end{aligned}$$

□

3.2 メカニズムの下限

前小節で示したように，MP メカニズムの過剰支払度は要素数に対し，2 の指数オーダーで増加する．これは望ましいとは言いがたいが，架空名義操作不可能なメカニズムはこの指数オーダーを避けることができない．スペースの都合上，証明は省略するが，次の定理にて，架空名義不可能性を満足するメカニズムの過剰支払度の下限が $\Omega(2^n)$ となることを示す．

*1 所有する要素すべてが同じ実行可能解の中に含まれる，すなわち，仮想的に一つの要素として扱うことが可能なセットシステムに適用できる．

定理 8　架空名義操作が生じるモノポリフリー[*1]なセットシステムのクラス $\mathcal{C}$ に属し，架空名義操作不可能性を満足する任意のメカニズム $\mathcal{M}$ の過剰支払度は $\Omega(2^n)$ となる（$n = |E|$）．

4. 加算ペナルティを用いたメカニズム

本節では加算ペナルティを用いた additive penalty (AP) メカニズムを提案する．MP メカニズムと異なり，エージェントが複数の要素を所有しうるセットシステムにおいても架空名義操作不可能性を満足する．ただし，AP メカニズムでは，留保費用を事前に設定する必要があり，ペナルティを含んだコストが留保費用を超える実行可能解は選択されない．

4.1 AP メカニズム

AP メカニズムは事前に留保費用 r の設定が必要である．留保費用とはオークション主催者が支払う意思のあるコスト（ペナルティを含む）の上限であり，オークション主催者自身がコスト r でタスクの実行が可能な環境を構築していると解釈できる．セットシステムの具体的な適用例である経路選択問題では，留保費用はコスト r の直接経路と解釈される．すべての実行可能解のコストが留保費用以上ならば，オークション主催者は解の選択を行わない（あるいは自身で提供可能なタスク実行環境を用いる）．この場合，オークション主催者とすべてのエージェントの効用はともに 0 となる．

AP メカニズムは解に属するエージェントの数に対してコストを加算的に増加させる．解 S に要素を持つエージェントの数を $w(S)$ としたとき，AP メカニズムのペナルティを

$$D_r(w) = (1 - 2^{-(w-1)}) \cdot r \tag{1}$$

と表し，AP メカニズムにおける経路 S のペナルティを含んだコストを

$$\beta(S) = b_S + D_r(w(S)) \tag{2}$$

と定義する．

AP メカニズムの手順として，まず $\beta(S)$ を最小化する集合 S^* を決定する．このとき，選択された要素の組合せのコスト $\beta(S^*)$ が留保費用 r を超えた場合，留保費用の定義より AP メカニズムではサービスが提供されない．そうでない場合，選択された要素を持つエージェントは所有するすべての要素の限界入札値

$$p_i = \min(r, \beta(S^{-i})) - (b(S^* \setminus A^i) + D_r(w(S^*))) \tag{3}$$

を受け取る．S^{-i} はエージェント i が所有する要素の集合 A^i を含まない実行可能集合の中で $\beta(S)$ を満足する実行可能解を意味する．

式 3 の右辺の第一項は高々r となる．一方，第二項はペナルティを含んでいるため，経路に含まれるエージェントが一人の場合は，エージェント一人に対する支払額は最大 r であるが，二人になった場合，エージェント一人に対する支払額は最大 $r/2$ となり，三人になった場合，エージェント一人に対する支払額は最大 $r/4$ となる．すなわち，経路に含まれるエージェントが一人増えた場合，エージェント一人が得られる支払額は半分以下に減少する．したがって，架空名義操作によって得られる利得は操作前よりも減少するため，架空名義操作を行う誘因が生じない．

例 9　**図 1** において，留保費用を 10 として AP メカニズムを適用した例を述べる．エージェント X が架空名義操作を行わない場合，経路 s-v-t のペナルティを含むコストは 2 であり（エージェント数は 1 のため実際にはペナルティは 0 となる），経路 s-t のコストは 8 となる（同様にペナルティ 0）．したがって，AP メカニズムは s-v-t を選択し，その経路に要素を持つエージェント X に対し支払額 8 を支払う．

AP メカニズムにおいて名義分割を行った場合，受け取る額が減少するため，名義分割を行う誘因が生じない．エージェント X が名義分割を行い，辺 s-v をエージェント X' が保有し，辺 v-t をエージェント X'' が保有しているように装った場合を考える．これにより，経路 s-v-t のエージェント数は 2 に増加し，ペナルティ $10/2 = 5$ が生じる．経路 s-v-t のコストは 7 となるが，依然として AP メカニズムは s-v-t を選択する．よって，エージェント X', X'' それぞれが $8-(1+5)=2$ を受け取ることになり，エージェント X が実際に受け取る額は 4 となる．

また，s-v，v-t の二つの辺が一つの辺である場合を考える．このとき，AP メカニズムではエージェント X が単要素分割を行う誘因が生じない．操作前のすべての経路のエージェント数は 1 であり，ペナルティが生じない．したがって，最小コストの経路が選択され，エージェント X に 8 を支払う．エージェント X が単要素分割を行い，名義分割の例で架空名義操作した場合と同様のグラフ構造に変化させたとき，エージェント X が受け取る額は 4 に減少する．

4.2 AP メカニズムの性質

定理 10　AP メカニズムは架空名義操作不可能性を満たす．すなわち，全てのエージェント i にとって要素 $e \in A^i$ に (c_e, i) を入札することが支配戦略となる．

[*1] あるセットシステムの任意の要素がすべての実行可能解に属するとき，そのグラフはモノポリであるという．

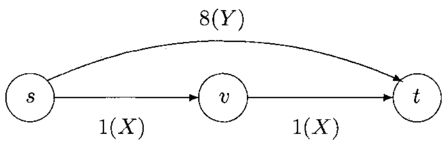

図 1　AP メカニズム適用例

この定理は，以下の補題から導かれる．

補題 11　エージェント i が A^i を所有し，名義分割によって名義を i', i''，要素を $A^{i'}, A^{i''}$ に分割したとする（$A^{i'} \cup A^{i''} = A^i$）．そのとき，分割後エージェント i の利得は分割前の利得を超えない．

証明は省略するが，補題 11 は名義分割を用いてもエージェントの利得は増加しないことを示している．また，AP メカニズムでは，連続する複数の要素の組合せに関して勝利した場合と，コストがこれらの要素のコストの和となる単一要素に関して勝利した場合とで，支払額は等しくなる．したがって，一つの要素を二つの要素に偽って入札しても利得は増加しない．

エージェントが架空名義を用いない場合，AP メカニズムは，一定額のペナルティを除けば VCG メカニズムと同等となる．VCG メカニズムが戦略的操作不可能である証明と同様な方法により，AP メカニズムで真のコストを申告することが支配戦略であることが導かれる．紙面の都合上，証明は省略するが，次の定理はオークション主催者の支払額の合計が留保費用以下であることを示す．

定理 12　AP メカニズムによって決定されるエージェントへの支払額の総和は r を超えない．

過剰支払度は常に解を選択することを前提としており，AP メカニズムは常に解を選択する訳でないため，過剰支払度から，その性質を解析できない．しかし，留保費用をオークション主催者自身がコスト r でタスクを実行可能であると解釈すれば，AP メカニズムの過剰支払度を推定できる．ただし，AP メカニズムの過剰支払度は実際のメカニズムの動作を保障しない．したがって，留保費用 r が $n2^n \cdot \max_{e \in S} c(T_e)$ より小さい場合，定義 5 と定理 12 より，AP メカニズムの過剰支払度は MP メカニズムのそれと等価な $O(n2^n)$ となる．同様に，留保費用を $r \le f(n) \cdot \max_{e \in S} c(T_e)$ とすれば，その過剰支払度は $O(f(n))$ となる．

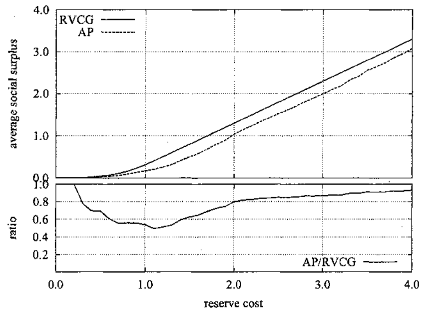

図 2　社会的余剰の計算機実験の結果

5. AP メカニズムの評価

AP メカニズムは過剰支払度で十分解析できないため，経路選択問題の計算機実験により評価する．

5.1 実験設定

本実験では，ランダムグラフの任意の二点を結ぶ経路をオークションにかける場合を対象し，VCG メカニズムと AP メカニズムの社会的余剰 $(r - c(S^*))$ および支払額の合計 $(\sum_{i: A^i \cap S^* \neq \phi} p_i)$ を比較する．

本論文ではすでに AP メカニズムの架空名義操作不可能性を証明している．そこで本実験では，簡単化のため，それぞれのエージェントがただ一つの辺を所有し，架空名義操作を行わないと仮定する．このため，比較対象とする VCG メカニズムから得た値は到達できない理想的な値を意味する．

また，ランダムグラフがモノポリーになりうるため，VCG メカニズムの支払額が無限大になる．そこで，便宜上，VCG メカニズムに留保費用を導入し，留保費用よりもコストの高い経路は選択しないメカニズム (Reserve-cost VCG，RVCG) を用いる．任意の辺 e を含まない実行可能解の中でコストが最も低い経路を S^{-e} とすると，RVCG メカニズムで選択された経路 $e \in S^*$ に含まれる辺 e への支払額は，$p_e = \min(r, c(S^{-e})) - c(S^* \setminus \{e\})$ となる．

グラフの点の数を 40，辺の数を 200 とし，点を平面 $\boldsymbol{R}^2$ の領域 $[0,1]^2$ に独立して分布させる．次に任意の二つの点を接続し，そのユークリッド距離をコストとする．以上から，ランダムに選ぶ二点間の経路を求め，100 回の試行の平均を求める．

5.2 評　価

図 2 は留保費用を $r \in [0, 3.5]$ で変化させたときの各メカニズムの社会的余剰を表し，どちらの社会的余剰も留保費用の増加にともない単調に増加する．

図 2 の下段は，AP メカニズムの社会的余剰の損失，

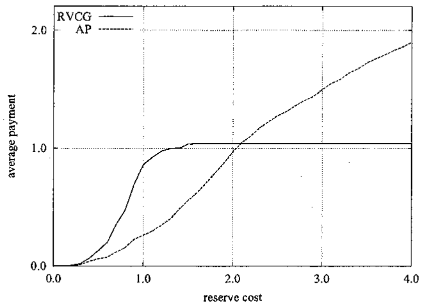

図 3　支払額の計算機実験の結果

すなわち RVCG メカニズムに対する AP メカニズムの社会的余剰の比を表す．平均的には約 80%，最低でも約 60% の効率性を実現している．

図 3 はオークション主催者の支払額を表す．留保費用の増加にともない両メカニズムの支払額は増加するが，留保費用が小さい場合，AP より RVCG のほうが支払額が高くなる．しかし，留保費用が約 1.2 まで増加すると，RVCG の支払額は 0.95 で安定する一方，AP は引き続き単調に増加し続ける．とくに，留保費用が 1.8 より小さいとき，AP の支払額は RVCG よりも小さい．これは，AP メカニズムにおいて留保費用の増加により，辺の少ない経路が選択されやすくなる一方で，ペナルティが増加するためであると考えられる．

6. 結　　論

本論文では架空名義操作不可能なチーム選択オークションメカニズムとして，MP メカニズムと AP メカニズムを提案した．MP メカニズムは乗算ペナルティにより架空名義操作の誘因を取り除き，常に解が選択されるが，すべてのエージェントが一つの要素のみを所有している状況でしか用いることができない．さらに，MP メカニズムの過剰支払度は $O(n2^n)$ であることを示した．すべての架空名義操作不可能なメカニズムの過剰支払度は $\Omega(2^n)$ が不可避であるため，MP メカニズムの過剰支払度は下限の係数 n の範囲内に収まるといえる．

また，AP メカニズムは加算ペナルティと留保費用を用いるメカニズムであり，エージェントが複数の要素を所有している場合でも架空名義操作不可能性を満たす．AP メカニズムの過剰支払度は留保費用に依存する．実験を通して AP メカニズムを評価した結果，留保費用が小さい場合，社会的余剰の損失は小さく，支払額も VCG メカニズムよりも小さくなる．留保費用を増加させると支払額は単調に増加するが，その額は留保費用によって抑えられる．

本論文で提案した二つのメカニズムは，エージェントが複数の要素を持つセットシステムに対して有効かつ常に解が選択されるという二つの性質を同時に満足しない．これらの性質を同時に満足する新たなメカニズムを開発することが今後の課題である．

参 考 文 献

1) Archer, A. and Tardos, E.: Frugal Path Mechanisms, *Proc. 13th ACM Symp. on Discrete Algorithms*, ACM/SIAM, pp.991–999 (2002).
2) Crampton, P., Shoham, Y. and Steinberg, R.(eds.): *Combinatorial Auctions*, MIT Press (2006).
3) Elkind, E., Sahai, A. and Steiglitz, K.: Frugality in Path Auctions, *Proc. 15th ACM Symp. on Discrete Algorithms*, ACM/SIAM (2004).
4) Iwasaki, A., Yokoo, M. and Terada, K.: A Robust Open Ascending-price Multi-unit Auction Protocol against False-name bids, *Decision Support Systems*, Vol.39, No.1, pp.23–39 (2005).
5) Karlin, A., Kempe, D. and Tamir, T.: Beyond VCG: Frugality of Truthful Mechanisms, *Proc. 46th IEEE Symp. on Foundations of Computer Science* (2005).
6) Suyama, T. and Yokoo, M.: Strategy/False-name Proof Protocols for Combinatorial Multi-Attribute Procurement Auction, *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, Vol.11, No.1, pp.7–21 (2005).
7) Suyama, T. and Yokoo, M.: Strategy/False-Name Proof Protocols for Combinatorial Multi-attribute Procurement Auction: Handling Arbitrary Utility of the Buyer, *Proceedings of the First Workshop on Internet and Network Economics (WINE-2005)* (2005).
8) Talwar, K.: The Price of Truth: Frugality in Truthful Mechanisms, *Proc. 21st Annual Symp. on Theoretical Aspects of Computer Science* (2003).
9) Varian, H. R.: Economic Mechanism Design for computerized agents, *the First Usenix Workshop on Electronic Commerce*, New York (1995). http://www.sims.berkeley.edu/hal/Papers/mechanism-design.pdf.
10) 横尾　真：インターネットオークションの理論と応用，人工知能学会誌，Vol.15, No.2, pp.404–411 (2000).
11) 横尾　真：オークション理論の基礎―ゲーム理論と情報科学の先端領域，東京電機大学出版局

(2006).
12) Yokoo, M., Sakurai, Y. and Matsubara, S.: Robust Combinatorial Auction Protocol against False-name Bids, *Artificial Intelligence*, Vol.130, No.2, pp.167–181 (2001).
13) Yokoo, M., Sakurai, Y. and Matsubara, S.: The Effect of False-name Bids in Combinatorial Auctions: New Fraud in Internet Auctions, *Games and Economic Behavior*, Vol.46, No.1, pp.174–188 (2004).