

## 道路交通のダイナミクス（VI）－疎から密に向かう交通流－

高木 相 谷 口 正 成 藤木 澄 義

神村 伸一 鈴木 伸夫

東北文化学園大学 科学技術学部

交通流が疎から密に向かい、ついには渋滞に至る交通流を、走行車両密度 ( $k$ ) と流量 ( $q$ ) の関係 ( $q-k$  相関) の形状との関係から議論する。まず  $q-k$  相関についての従来の測定結果とそのモデル的扱いについて調査した結果を述べ、これに対する筆者らの定性的な解釈を述べる。次に  $q-k$  相関図に関する筆者らの理論を述べ、 $q-k$  相関図の一般的な形を明らかにし、これが Hall らの指摘している測定値からの推定モデルに合致することを述べる。次に  $q-k$  相関に及ぼすプラトーニング効果について議論し、プラトーニングによって  $q-k$  曲線がどのように変化するかを明らかにする。

### Road Traffic Dynamics (VI)

### - Traffic Flow from Sparse to High Dense Car Occupation -

TASUKU TAKAGI, MASANARI TANIGUCHI, SUMIYOSHI FUJIKI,  
SHINICHI KAMIMURA, NOBUO SUZUKI  
TOHOKU BUNKA GAKUEN UNIV.

In order to clarify the flow dynamics when car flow changes from sparse to dense, we discuss the shape of  $q-k$  correlation curve from a general point of view, after some investigations on the measured  $q-k$  relationship. We mention, from our theoretical interpretation on the measured  $q-k$  relationship, that the general  $q-k$  correlation can be modeled theoretically and this model coincide with the empirical model drawn by Hall and his colleagues. Finally we discuss the effect of platooning on the  $q-k$  correlation.

### 1. はじめに

前報告<sup>1)</sup>で疎な交通流の条件での交通流と交差点信号の関係を論じ、この条件下で交差点の信号と交通流の関係を定式化した。また、交差点の交通流効率  $\eta$  を定義することにより、この交通流効率を最大値 ( $\eta = 1$ ) とする信号の制御法があることを示した。しかし、この条件は交通需要が増加して、交通流が疎から密に向かうと成立しなくなることは明らかである。実際の交通問題は疎から密に向かうとき、および密からさらに密になって、遂に渋滞状態となるところにある。 $q-k$  相関図<sup>2)</sup>で云えば、車両密度  $k$  が小さく流量  $q$  が  $k$  に比例する範囲（疎な交通流）から、 $q$  が飽和に向かい始めるときの  $k$  の値以上では、もはや疎な交通流ではない。すなわち、疎な交通流の範囲は極めて狭い。

本論文では疎から密へ向かうときの交通流を考察する。この考察にあたっては、すでに交通流の計測で多く使用されている  $q-k$  相関の形状を理論的に明確化することに尽きる。本文ではまず  $q-k$  相関曲線を理

論的に考察し、この形状の一般的な形を明らかにする。次いで交通流の流量の増加が期待できるとされるプラトーニングの効果を  $q-k$  相関図の上で議論することとする。

### 2. $q-k$ 相関に関する従来の取り扱い

#### 2.1 $q-k$ 相関の測定例

図 1 は典型的な  $q-k$  相関の測定結果である<sup>3)</sup>。一般に流量  $q$  は走行車両密度  $k$  に対して上に凸の形である。いくつかの例を図 2<sup>4)</sup>、図 3<sup>5)</sup> に示す。

#### 2.2 $q-k$ 相関の形についての従来の議論

$q-k$  相関の形については十分な理論的検討がなされているとは云えない状況にある。図 2、図 3 の測定結果は測定者によって  $k-q$  の関係はほぼ直線関係で結びつくものと見ているようである。そして文献 5) の著者らは図 4 に示すように、測定したそれぞれの道路についてのデータを直線で表している。さらに、Fred L. Hall らは図 5 に示すように、渋滞のないところは Occupancy (車両密度  $k$  と対応している) に対して

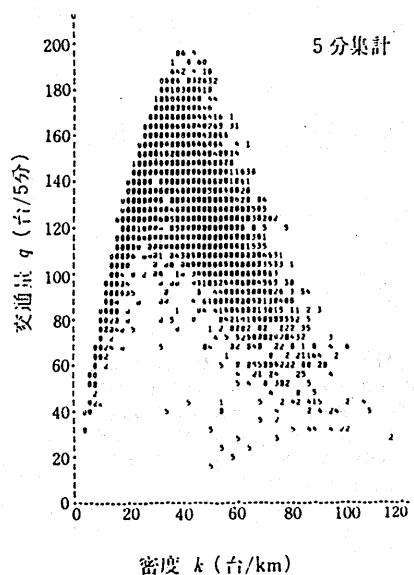


図 1 首都高速道における測定例<sup>3)</sup>

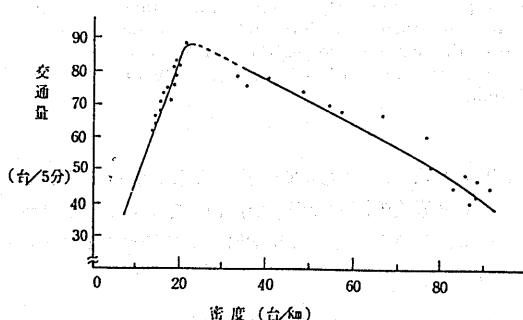


図 2 写真観測による測定例<sup>4)</sup>

Flow ( $q$  に対応) は直線的に増加し、ある測定では平坦なところがあり、以後は Occupancy に対して直線的に下降するというモデルを示している<sup>6)</sup>。一方 Adalp D. May は図 6 に示すように円形のモデルで交通流の解析を行っている<sup>7)</sup>。大藏は  $q-k$  相関の形について、やはり曲線（上に凸）で解説しているが、実際にはいろいろな形があるという指摘をしている<sup>2)</sup>。

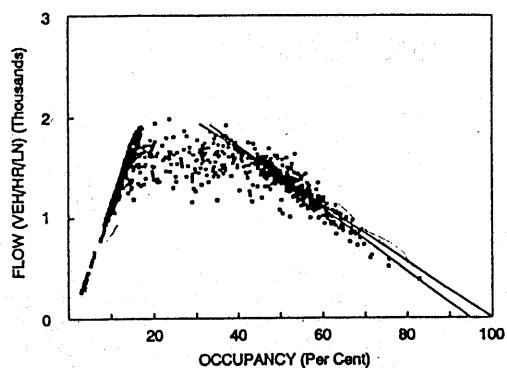


図 3 米国 Interstate8 の測定例<sup>5)</sup>

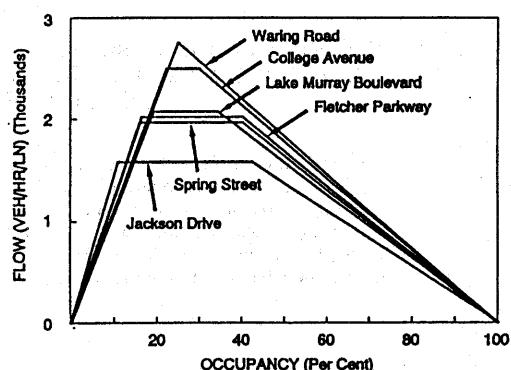


図 4  $q-k$  相関の測定値の総括<sup>5)</sup>

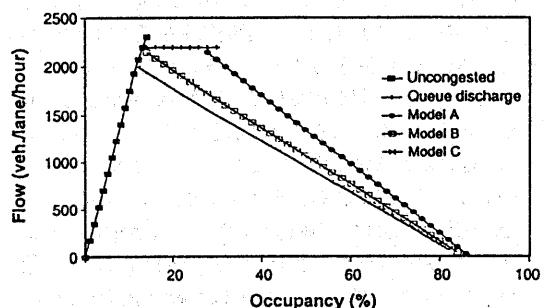


図 5  $q-k$  相関のモデル (F. L. Hall ら)<sup>6)</sup>

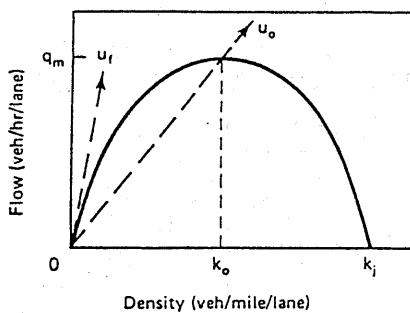


図 6  $q-k$  相関のモデル (A. D. May)<sup>7)</sup>

### 3. 走行車両の密度 ( $k$ ) と流量 ( $q$ ) の関係の理論的考察

#### 3.1 はじめに

いわゆる  $q-k$  相関曲線が走行車両のどのパラメータによって支配されているかを明らかにする必要がある。図 5, 図 6 に示すように、これらはそれぞれ合理的な考察のもとに作られたモデルであると思われるが、その根拠は必ずしも明白ではない。またこれらのモデルが十分認められている状態には至っていないようである。筆者らは  $q-k$  相関が車両群の挙動を支配するどのパラメータに依存するかを検討してきた<sup>8),9)</sup>。そして結論的には図 5 に示す Hall らのモデルが適当であるとの結論を得た。以下系統的にこのことについて述べることとする。

#### 3.2 $q-k$ 相関の定性的解釈

図 1 の測定結果は図 5 の Model B に当てはまるようと思われる。流量  $q$  は密度  $k$  と速度  $v$  の積

$$q = kv \quad (1)$$

で表される。図 1 は次のように解釈される。

- (1) 疎な交通流の条件下では流量は密度に比例する（直線的に増加）。すなわち、速度は自由走行で平均的にはあまり変化がない（制限速度があるが、実際は自由走行と見て良い）。よって  $v = V_L$ （平均速度一定）と見て良い。これから

$$q = kV_L \quad (2)$$

となる（ $q$  は  $k$  に直線的に比例）。

- (2) 疎から密へ

密度  $k$  が自由走行から前車の存在が認識されて拘束走行に向かう時点から、前車と自車の車間距離が影響してくる。車間距離は車速と関係があるので車両密度が高くなると車間距離が縮まり、車速は落ちてくる。密度が上昇して速度は

落ちるが、流量は飽和から一定値を保つ状態が存在する（ $q = kv = \text{一定}$  の範囲が存在する）。

- (3) 密から渋滞へ

$q = kv = \text{一定}$  の領域では流量  $q$  は最大値を保つが、これよりさらに密度が高くなると車間距離がさらに縮まり、車速は落ち、ついには動けなくなる。すなわち  $v$  は  $k$  の増加によって大きく低下し、 $q$  は  $k$  の増加と共に下る。測定によればほぼ直線的に下るように見える。この領域は前車両に強く支配される拘束走行の領域である。流量以下では渋滞領域となる。

#### 3.3 $q-k$ 相関曲線の支配パラメータ

##### 3.3.1 $k-v$ 曲線

$q-k$  相関曲線は（1）式の  $k$  と  $q$  の関係で定まるものである。ここで  $k$  と  $v$  は独立ではなく  $v$  も  $k$  に依存する。この関係から（1）式はまず  $k-v$  関係を明らかにし、これから  $q-k$  関係を求めるという手順になる<sup>2)</sup>。ここで重要なことは  $k$  と  $v$  の関係を結びつけるパラメータは何かと云うことである。

筆者らの研究により、交通流を支配するもっとも直接的なパラメータは平均車頭時間であることが明らかくなっている<sup>10)</sup>。平均車頭時間を  $T'_0$  とし、最短平均車頭時間を  $T_0 (< T'_0)$ （これ以上短くなると危険を感じる限界の車頭時間）とすると、次のことが云える。

- (1) 車両密度  $k$  は車頭距離  $L_V$  で定まる。車速  $v$  と  $T'_0$  で

$$k = \frac{1}{L_V} = \frac{1}{vT'_0} \quad (3)$$

と書ける。ここで  $k$  は道路長 1m 当たりの車両数としている（1km 当たりの車両数は（3）式を 1000 倍して求まる）。

- (2) 自由走行時（ $k$  が小さいとき）は車両群はある平均速度で走行している。これを  $V_L$  とする。このときの  $k$  は

$$k = \frac{1}{V_L T'_0} \quad (4)$$

となり  $T'_0$  が変数となって  $k$  の値が定まる。

- (3)  $T'_0$  が小さくなつて、その限界値  $T_0$ （最短）になると

$$k = \frac{1}{vT_0} \quad (5)$$

となって車速  $v$  が変数となって  $k$  の値が定まる。

- (4) 渋滞に向かうと  $v \rightarrow 0, T_0 \rightarrow \infty$  となる。車速  $v$  が小さくなるに従つて  $k$  は  $\frac{1}{L_0}$ （ $L_0$ : 車両停止時の車両の道路占有長の平均値）に近づき  $v = 0$  では

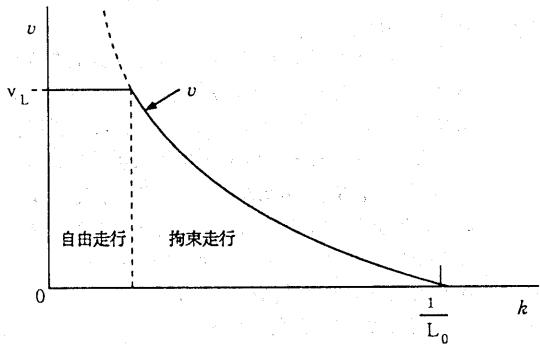


図 7  $k-v$  曲線の形 ((7) 式)

$$k = \frac{1}{L_0} \quad (6)$$

となる。

(5) (3)(4) から  $k$  と  $v$  の関係を求める

$$v = \frac{1}{T'_0} \left( \frac{1}{k} - L_0 \right) = \frac{1 - kL_0}{kT'_0} \quad (7)$$

と書ける。 (7) 式を図示すると図 7 のようになる。

### 3.3.2 $q-k$ 曲線

(1) 自由走行領域

図 7 は自由走行と拘束走行の 2 つの領域を示している。自由走行では平均車速は  $V_L$  であるから (4) 式より、この領域での流量  $q$  は

$$q = kV_L = \frac{1}{T'_0} \quad (8)$$

である。すなわちこのときの流量は車頭時間  $T'_0$  (平均  $T'_0$  秒おきに車両が定点を通過する) によって定まる。

(2) 拘束走行領域

拘束走行領域では  $v$  は (7) 式に従うから、

$$q = \frac{1}{T'_0} (1 - kL_0) \quad (9)$$

となる。このことから流量  $q$  は  $k$  の増加とともに直線的に小さくなり、 $k$  の極限値 ( $k = 1/L_0$ ) では  $q = 0$  (停止状態) となる。

(3) 自由走行領域から拘束走行領域への遷移

実際の交通流では自由走行すなわち非拘束走行と拘束走行が明確に区別されることはない。言い換れば自由走行時の平均車頭時間  $T'_0$  が突然最短車頭時間  $T_0$  に変わることはある得ないということである。

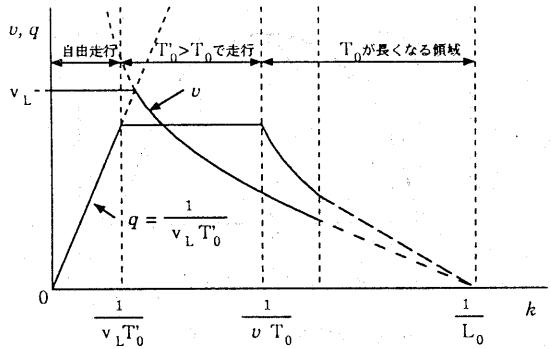


図 8 理論的に想定される  $q-k$  相関図

自由走行から拘束走行への遷移の過程では次のようなことが起こると考えられる。

- (a) 自由走行時の車頭時間  $T'_0$  は密度  $k$  の増加とともに小さくなり、流量は増加する ((8) 式)。
- (b) 自由走行が拘束走行になると速度は徐々に低下する。これに伴って平均車頭時間  $T'_0$  は徐々に  $T_0$  (最短) に接近し、流量は一次飽和する。
- (c)  $T'_0 \rightarrow T_0$  となる過程で ((8) 式から (9) 式に移る過程) 速度の低下による流量の低下は  $T'_0 \rightarrow T_0$  によって相殺され、流量は一定値を保つ領域が存在する。
- (d)  $k \rightarrow 1/L_0$  となるに従って速度  $v$  が低下し、最短車頭時間  $T_0$  は長くなる。

以上のことを定性的に  $q-k$  曲線を画くと図 8 のようになる。 $T_0$  が長くなる領域では流量は下に凸の形となる傾向となる。これについての実測データが示されている<sup>2)</sup>。

## 4. $q-k$ 相関に及ぼすプラトーニング効果

### 4.1 はじめに

プラトーニング<sup>11)</sup>は交通流の円滑化を図る ITS における一つの技術として注目されている。これが決定的な交通流改善策とは考えられないが、局部的には交通流改善に効果が期待できることは確かである。例えば団体のバス旅行で何台ものバスを用いるとき、バスを一つの隊列とすれば全体の交通流に有益な影響をもたらすものと期待できる。ここではボトルネックのない道路でプラトーニングを行うことにより、交通流にどのような効果があるかを  $q-k$  相関図上で考察する。

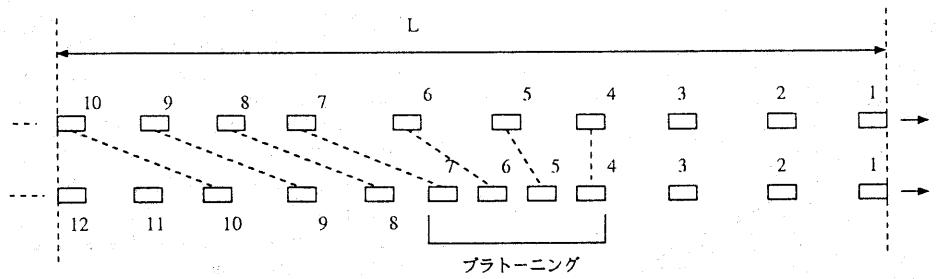


図9 プラトーニングによる車両密度の変化

#### 4.2 プラトーニングと車両速度と平均車頭距離

図9に示すように、道路走行車両群の中の一部がプラトーニング走行すると車両密度が高くなる。図のように例えば  $L$  なる区間ににおいてノンプラトーニングで 10 台走行しているとき、その中の 1 部 (4, 5, 6, 7) がプラトーニングすれば  $L$  の区間に 12 台の車両が走行できることとなる。いま  $L$  なる区間でノンプラトーニングで  $n_{np}$  台走行しているとき、その中の一部がプラトーニングして、同一  $L$  区間に  $n_p$  台 ( $n_p > n_{np}$ ) になったとすると平均車頭距離  $L_V$  は

$$L_V = \frac{L}{n_{np}} \Rightarrow \frac{L}{n_p} (= L_{Vp}) \quad (10)$$

に変化する。

#### 4.3 拘束走行時におけるプラトーニング効果

(10) 式の変化は車両群が自由走行している領域では走行車両数自体の変化がないので流量に大きい影響はないが、拘束領域に入ると大きい影響が出てくるものと考えられる。平均車頭距離  $L_V$  は平均車頭時間 ( $T$  とする) と速度  $v$  によって

$$L_V = vT \quad (11)$$

と書ける。本文では  $T$  は自由走行時で  $T'_0$ 、拘束走行時で  $T_0$  としている。定常走行時の  $T_0$  は平均約 2 秒で、走行速度には大きく依存しないことが示されている。<sup>10)</sup> しかしプラトーニングによりプラトーニング車両間の最短車頭時間は小さくなるので  $L$  区間ににおける平均最短車頭時間の平均値は小さくなる ( $T_{0P} < T_0$ ,  $T_{0P}$  : プラトーニング時の平均最短車頭時間,  $T_0$  : ノンプラトーニング時の平均最短車頭時間)

いま車両群の定常速度を  $v = V_L$  とすると、プラトーニングのないとき(ノンプラトーニング)の  $L_V$  は

$$L_V = V_L T_0 \quad (12)$$

である ( $L_V, T_0$  はノンプラトーニング時の平均車頭距離、平均最短車頭時間)。プラトーニングしたときの平均最短車頭時間を  $T_{0P}$  とすると (10) 式から

$$L_{Vp} = \frac{L}{n_p} = \frac{1}{V_L T_{0P}} \quad (13)$$

となる。当然

$$L_{Vp} < L_V \quad (14)$$

であるから車両密度はプラトーニング時のそれを  $k_p$  とすると

$$k_p = \frac{1}{L_{Vp}} (> k = \frac{1}{L_V}) \quad (15)$$

となり密度が高くなる。

#### 4.4 プラトーニングによる $k-v$ 曲線の変化

$v$  と  $k$  の関係は (7) 式に示されている。ここで  $T_0 \rightarrow T_{0P}, k \rightarrow k_p$  とすると

$$v = \frac{1 - k_p L_0}{k_p T_{0P}} \quad (16)$$

である。密度の上昇はプラトーニングによるもので、このときの走行速度は変化しないものとすると、

$$k = \frac{1}{L_V} = \frac{1}{V_L T_0} \quad (17)$$

$$k_p = \frac{1}{L_{Vp}} = \frac{1}{V_L T_{0P}} \quad (18)$$

であるから

$$k T_0 = k_p T_{0P} = \frac{1}{V_L} \quad (19)$$

である。

#### 4.5 $q-k$ 相関に及ぼすプラトーニング効果

図10は以上の考察から画いた  $q-k$  相関図である。プラトーニングにより、最短車頭時間  $T_0$  が  $T_{01} > T_{02} > T_{03}$  と変化し、密度  $k$  が  $k_1 < k_2 < k_3$  と変化したと

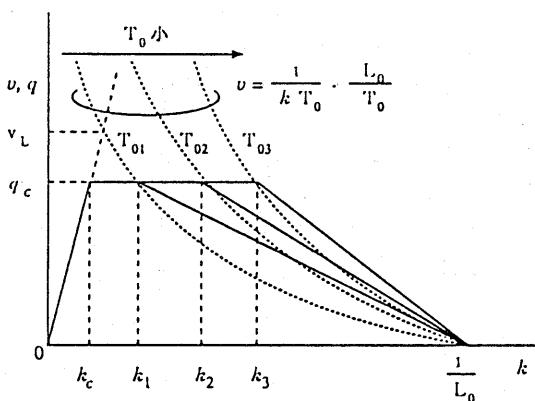


図 10 プラトーニングによる  $q-k$  相関曲線の変化

き ( $k_1 T_{01} = k_2 T_{02} = k_3 T_{03}$ ),  $k-v$  曲線がこれらの変化に対応して変化し、これによって流量  $q$  が変化する様子を定性的に示している。(図 8 で  $T_0$  が長くなる領域で  $q$  は下に凸の形となるが、図 10 ではこれを直線として画いている)。図からわかるることは、自由走行領域が飽和に達したとき(流量が最大値  $q_c$  に達したとき) プラトーニングを開始して、密度を徐々に上げていくと流量  $q_c$  の状態を維持することができる、ということである。

## 5. おわりに

$q-k$  相関は交通流の定量的解析に有用な交通流表現であるが、従来この形についていろいろモデル的考察がなされてきた。本文ではこの点について理論的に検討し、一般的な  $q-k$  相関の形状を明らかにした。また ITS で話題になっているプラトーニング走行について  $q-k$  相関図上にこれがどのように反映されるかを明らかにした。

以上の議論は道路にボトルネックが存在しないことを条件としたもので実用的ではない。今後交差点などのボトルネックのある条件下における研究が必要である。

## 参考文献

- 1) 高木相、谷口正成、藤木澄義、神村伸一、鈴木伸夫：“道路交通のダイナミクス (V) - 疎な交通流下における単一交差点の信号の最適制御へのアプローチ -”，本研究会 ITS-4-1 (2000. 3. 2)
- 2) 大蔵泉：“交通工学(第7章)”，コロナ社 (1993)
- 3) 日本道路協会：道路交通容量 (1993)
- 4) 定方希夫：“電子工学的手法による道路交通流制御に関する研究”(東北大学学位論文 1974)

- 5) Paul Hsu and James H. Banks : “Effects of Location on Congested Regime Flow - Concentration Relationship for Freeways” Trans. Research Record No.1398, Traffic Flow and Highway Capacity pp.17-23(1993)
- 6) Fread L. Hall, Anna Pushkar and Youg Shi : “Some Observations on Speed - Flow and Flow - Occupancy Relationships Under Congested Conditions”, 同上 pp.24-30
- 7) Adolf D. May : “Traffic Flow Fundamentals”, Prentice Hall (1990)
- 8) 高木相、谷口正成、藤木澄義、神村伸一、鈴木伸夫：“道路交通における車両密度 ( $k$ ) と流量 ( $q$ ) との関係 ( $q-k$  相関) の考察”, 2001 年電子情報通信学会総合大会 A-17-1, (2001.3)
- 9) 同上：“道路交通における車両の密度 ( $k$ ) と流量 ( $q$ ) との関係 ( $q-k$  相関) ”, 電気関係学会東北支部連大 (平成 13 年 8 月)
- 10) 同上：“交差点における車両の挙動のモデル的解析と青信号スループット”, 情報処理学会論文誌, Vol. 42, No. 7 (2001).
- 11) 交通工学研究会編：“ITS-インテリジェント交通システム”, 丸善 (平成 9)