

$s^n + 1$ を因子に分解して得られる解の グループウェア性

益富文男

福岡工業短期大学 電子情報システム学科

〒811-02 福岡市東区和白東3-30-1

倍精度無理数ペアの存在を s^2+1 から $s^{40}+1$ までの代数式を一次因子二次因子の積に因子分解を行なって発見した。すなわち n を偶数とする s の冪乗 $+1$ を二次因子に分解して見ると、 s の一次の係数絶対値が等しく $+$ 対を成す解が得られた次第である。制御系設計の立場から二次因子 s 関数をラプラス逆変換し時間 t の関数にしてみると $+$ は振動収束系に、 0 は振動持続系に、 $-$ は振動発散系に対応するのである。代数的に求めた無理数ペアは 0 から 9 までの十進数値の組合せであるから美術・音楽など芸術を含む人間コミュニケーションのあらゆるメディアへの応用展開が今後期待される。

Groupings on the irrational numbers
factorized into expressions
 $s^2 \pm ks + 1$ from higher order s plus 1

Fumio Masutomi

Fukuoka Junior College of Technology
3-30-1, Wajiro Higashi, Higashi-ku, Fukuoka-shi, 811-02 Japan

The double precision irrational number pairs are discovered in the process of factorizations expressions from s^2+1 to $s^{40}+1$. The coefficients of power s^1 show such contents of groupings as applicable for the all kinds of media about human communication including the fine arts via their decimal coded numbers. For designers of controllers these coefficients are helpful.

1. はじめに

n を偶数とする s の冪乗 + 1 に就いて $s^2 + 1$ から $s^{40} + 1$ までを二次因子に分解して見ると、 s の一次の係数の絶対値が等しく +- 対を成す係数の解が得られたので報告する。得られた二次因子の s 関数をそれぞれ掲げた公式に従って s 領域からラプラス逆変換して時間 t 領域の関数にして見ると + は振動収束系に、ゼロは振動持続系に、- は振動発散系に成る。 s の冪乗が低次元ならば手計算が可能である。7 次元以上になると電子計算機プログラムを開発して因子分解をし係数を決定することとなる。今回このような経過を経て二次因子内の s^1 の係数値に無理数ペア解が存在する事を発見した次第である。

n を奇数とする s の冪乗 + 1 を二次因子に分解して見ると 1 個の一次因子 $s + 1$ 以外は全て二次因子で構成され s の一次係数の +- や絶対値が全て異なるのが特徴である。換言すれば、二次因子に分解した s の一次の係数値が、いずれも多様な無理数値となる。この場合一般には、 s に $-s$ を代入して形成される s の冪乗 - 1 に就いて代数計算処理を施せば s の冪乗 + 1 の s^1 係数値とペアになる s^1 係数値を算出し終えていると言える。本稿では n を奇数とする解を省略し別途述べることにする。

メディア性への応用展開を示唆しているペアな無理数値に就いて以下に手計算が可能な例を先ず示し次いで開発した電子計算機プログラムを使用して解いた無理数値群の例を掲げる。

出力画面の変化やエレクトーン演奏音の変化などへの種々様々な応用の開発作業は数列を見つつ行なっていく所存である。

2. 高次代数式 $s^{40} + 1$ までの因子分解例と特徴

図 1 に使用実績を有するラプラス変換法の公式を掲げる。二次因子内 s の一次の係数値が正の場合には t 領域では減衰振動関数になることを表わしている。

6 次元迄の低次元 s 関数は下記する如く代数計算で求められる。

$$s^2 + 1 = (s + i)(s - i) \quad \text{ここに } i = \sqrt{-1} \text{ を表わす。}$$

$$s^3 + 1 = (s + 1)(s^2 - s + 1)$$

$$s^4 + 1 = (s^2 + \sqrt{2}s + 1)(s^2 - \sqrt{2}s + 1)$$

$$s^5 + 1 = (s + 1)(s^2 + (\sqrt{1.25} - 0.5)s + 1)(s^2 - (1 + (\sqrt{1.25} - 0.5))s + 1)$$

$$s^6 + 1 = (s^2 + 1)(s^2 + \sqrt{3}s + 1)(s^2 - \sqrt{3}s + 1)$$

図 2 に開発した電子計算機プログラム群を使用して求めた無理数値を含む高次代数式 $s^{40} + 1$ までの因子分解結果の例を示す。4 次以上の例を掲げ、その因子で除した除残絶対値和を $d - 13$ などで示す。

3. おわりに

- 1) n を偶数とする s の冪乗 + 1 の因子分解結果、二次因子に分解した s の一次の係数は +- ペアな値をとる事を例を示して証明した。いずれも多様なメディア性を示す無理数値が一般である。
- 2) 個々の因子の係数には多様性のほか、絶対値大小順に並べた数値と数値との間の差には秩序が有り全体としてグループウェア性を保っていることを知った。
- 3) これらの高次式を因子分解した結果を楽しく利用して、色や音などに表現して印象深くするとか、エレクトーンの高低強弱音色ビブラート周期の組合せ方法を定めるなど多様なメディアへ応用して行く所存である。
- 4) 例えば、 s^1 の係数値の符号で陽性陰性と音色・内容で収束発散係数と強弱ビブラート・0...9 の数値列で高低などを定める・土ペアの存在有無・位相角度をも考慮するなどである。

項番	s 関 数	t 関 数 ($t \geq 0+$)
1	$K F(s)$	$K f(t)$
2	$F_1(s) \pm F_2(s)$	$f_1(t) \pm f_2(t)$
3	$s F(s) - f(0+)$	$\frac{df(t)}{dt}$
4	$\frac{F(s)}{s} + \frac{f^{(-1)}(0+)}{s}$	$\int_0^t f(t) dt$
5	$e^{-as} F(s)$	$\begin{cases} f(t-a) & (\text{ただし, } t \geq a+) \\ 0 & (\text{ただし, } t < a+) \end{cases}$
6	1	$\begin{cases} 1 & (\text{ただし, } t = 0+) \\ 0 & (\text{ただし, } t \neq 0+) \end{cases}$
7	$\frac{1}{s^n}$	$\begin{cases} \frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} & (\text{ただし, } n \geq 2 \text{ なる整数}) \\ 1 & (\text{ただし, } n = 1) \end{cases}$
8	$\frac{1}{(1+Ts)^n}$	$\begin{cases} \frac{1}{T^n(n-1)!} t^{n-1} e^{-\frac{t}{T}} & (\text{ただし, } n \geq 2 \text{ なる整数}) \\ \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} & (\text{ただし, } n = 1) \end{cases}$
9	$\frac{s}{1+2\xi s/\omega+s^2/\omega^2}$	$\begin{cases} \frac{\omega^2 e^{-\xi\omega t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega\sqrt{1-\xi^2}t+\phi) & (\text{ただし, } \xi \neq 0, \phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{-\xi}) \\ \omega^2 \cos\omega t & (\text{ただし, } \xi = 0) \end{cases}$
10	$\frac{1+as}{1+2\xi s/\omega+s^2/\omega^2}$	$\begin{cases} \frac{\omega\sqrt{1-2\xi a\omega+(a\omega)^2}}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega t} \sin(\omega\sqrt{1-\xi^2}t+\phi) & (\text{ただし, } \phi = \tan^{-1} \frac{a\omega\sqrt{1-\xi^2}}{1-\xi a\omega}) \\ \omega \sin\omega t & (\text{ただし, } a = \xi = 0) \end{cases}$

図1. 使用実績のあるラプラス変換法の公式

$$\begin{aligned}
s^4+1 &= (s^2+1.4142135623730950s+1)d-15 \\
&\quad (s^2-1.4142135623730950s+1)d-15 \\
s^5+1 &= (s+1)(s^4-s^3+s^2-s+1) \\
&= (s+1) \\
&\quad (s^2-1.61803398874989468s+1)d-16 \\
&\quad (s^2+0.61803398874989468s+1)d-16 \\
s^6+1 &= (s^2+1) \\
&\quad (s^2+1.7320508075688773s+1)d-15 \\
&\quad (s^2-1.7320508075688773s+1)d-15 \\
s^7+1 &= (s^2+1.8477590650225733s+1)d-14 \\
&\quad (s^2-1.8477590650225733s+1)d-14 \\
&\quad (s^2+0.76536686473017945s+1)d-15 \\
&\quad (s^2-0.76536686473017945s+1)d-15 \\
s^{10}+1 &= (s^2+1)(s^8-s^6+s^4-s^2+1) \\
&= (s^2+1) \\
&\quad (s^2+1.9021130325903068s+1)d-14 \\
&\quad (s^2-1.9021130325903068s+1)d-14 \\
&\quad (s^2+1.1755705045849466s+1)d-15 \\
&\quad (s^2-1.1755705045849466s+1)d-15 \\
s^{12}+1 &= (s^4+1)(s^8-s^4+1) \\
&= (s^2+1.4142135623730950s+1)d-15 \\
&\quad (s^2-1.4142135623730950s+1)d-15 \\
&\quad (s^2+1.9318516525781367s+1)d-14 \\
&\quad (s^2-1.9318516525781367s+1)d-14 \\
&\quad (s^2+0.51763809020504170s+1)d-16 \\
&\quad (s^2-0.51763809020504170s+1)d-16 \\
s^{14}+1 &= (s^2+1)(s^{12}-s^{10}+s^8-s^6+s^4-s^2+1) \\
&= (s^2+1) \\
&\quad (s^2+1.9498558243636474s+1)d-14 \\
&\quad (s^2-1.9498558243636474s+1)d-14 \\
&\quad (s^2+1.5636629649360594s+1)d-15 \\
&\quad (s^2-1.5636629649360594s+1)d-15 \\
&\quad (s^2+0.86776747823511657s+1)d-15 \\
&\quad (s^2-0.86776747823511657s+1)d-15 \\
s^{16}+1 &= \\
&= (s^2+1.9615705608064606s+1)d-14 \\
&\quad (s^2-1.9615705608064606s+1)d-14 \\
&\quad (s^2+1.6629392246050858s+1)d-13 \\
&\quad (s^2-1.6629392246050858s+1)d-13 \\
&\quad (s^2+1.1111404660392046s+1)d-15 \\
&\quad (s^2-1.1111404660392046s+1)d-15 \\
&\quad (s^2+0.39018064403225682s+1)d-15 \\
&\quad (s^2-0.39018064403225682s+1)d-15
\end{aligned}$$

図2 代数方程式の因子分解例（除剰の係数の絶対値和次元を併記）

$$s^{22} + 1 = (s^2 + 1) (s^{20} - s^{18} + s^{16} - s^{14} + s^{12} - s^{10} + s^8 - s^6 + s^4 - s^2 + 1)$$

$$= (s^2 + 1) \begin{aligned} & (s^2 + 1.9796428837618651s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 1.9796428837618651s + 1) d - 13 \\ & (s^2 + 1.8192639907090341s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 1.8192639907090341s + 1) d - 13 \\ & (s^2 + 1.5114991487085163s + 1) d - 15 \\ & (s^2 - 1.5114991487085163s + 1) d - 15 \\ & (s^2 + 1.0812816349111949s + 1) d - 15 \\ & (s^2 - 1.0812816349111949s + 1) d - 15 \\ & (s^2 + 0.56346511368285912s + 1) d - 15 \\ & (s^2 - 0.56346511368285912s + 1) d - 15 \end{aligned}$$

$$s^{28} + 1 = (s^2 + 1) (s^{26} - s^{24} + s^{22} - s^{20} + s^{18} - s^{16} + s^{14} - s^{12} + s^{10} + s^8 - s^6 + s^4 - s^2 + 1)$$

$$- (s^2 + 1) \begin{aligned} & (s^2 + 1.9854177481961080s + 1) d - 14 \\ & (s^2 - 1.9854177481961080s + 1) d - 14 \\ & (s^2 + 1.8700324853708222s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 1.8700324853708222s + 1) d - 13 \\ & (s^2 + 1.6459677317873128s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 1.6459677317873128s + 1) d - 14 \\ & (s^2 + 1.3262453164815904s + 1) d - 16 \\ & (s^2 - 1.3262453164815904s + 1) d - 16 \\ & (s^2 + 0.92944634408753001s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 0.92944634408753001s + 1) d - 13 \\ & (s^2 + 0.47863132857511558s + 1) d - 15 \\ & (s^2 - 0.47863132857511558s + 1) d - 15 \end{aligned}$$

$$s^{32} + 1 = \begin{aligned} & (s^2 + 1.9903694533443898s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 1.9903694533443898s + 1) d - 13 \\ & (s^2 + 1.9138806714644193s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 1.9138806714644193s + 1) d - 13 \\ & (s^2 + 1.7638425286967168s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 1.7638425286967168s + 1) d - 13 \\ & (s^2 + 1.5460209067254768s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 1.5460209067254768s + 1) d - 13 \\ & (s^2 + 1.2687865683272980s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 1.2687865683272980s + 1) d - 13 \\ & (s^2 + 0.94279347365199528s + 1) d - 16 \\ & (s^2 - 0.94279347365199528s + 1) d - 16 \\ & (s^2 + 0.58056935450892477s + 1) d - 15 \\ & (s^2 - 0.58056935450892477s + 1) d - 15 \\ & (s^2 + 0.19603428065912786s + 1) d - 13 \\ & (s^2 - 0.19603428065912786s + 1) d - 13 \end{aligned}$$

$$s^{14}+1=(s^2+1)(s^{12}-s^{10}+s^8-s^6+s^4-s^2+1)$$

$$\begin{aligned}
 &-(s^2+1) \\
 &(s^2+1.9914683525900683s+1)d-13 \\
 &(s^2-1.9914683525900683s+1)d-13 \\
 &(s^2+1.9236512863456409s+1)d-13 \\
 &(s^2-1.9236512863456409s+1)d-13 \\
 &(s^2+1.7903265827101216s+1)d-13 \\
 &(s^2-1.7903265827101216s+1)d-13 \\
 &(s^2+1.5960344545604793s+1)d-15 \\
 &(s^2-1.5960344545604793s+1)d-15 \\
 &(s^2+1.3473912872931143s+1)d-15 \\
 &(s^2-1.3473912872931143s+1)d-15 \\
 &(s^2+1.0528643257547112s+1)d-15 \\
 &(s^2-1.0528643257547112s+1)d-15 \\
 &(s^2+0.72248333237430617s+1)d-15 \\
 &(s^2-0.72248333237430617s+1)d-15 \\
 &(s^2+0.36749903563313551s+1)d-13 \\
 &(s^2-0.36749903563313551s+1)d-13
 \end{aligned}$$

$$s^{40}+1=(s^8+1)(s^{32}-s^{24}+s^{16}-s^8+1)$$

$$\begin{aligned}
 &-(s^8+1.84777590650225733s+1)d-14 \\
 &(s^8-1.84777590650225733s+1)d-14 \\
 &(s^8+0.76536686473017945s+1)d-15 \\
 &(s^8-0.76536686473017945s+1)d-15 \\
 &(s^8+1.9938346674662558s+1)d-13 \\
 &(s^8-1.9938346674662558s+1)d-13 \\
 &(s^8+1.9447398407953534s+1)d-13 \\
 &(s^8-1.9447398407953534s+1)d-13 \\
 &(s^8+1.7052803287081846s+1)d-14 \\
 &(s^8-1.7052803287081846s+1)d-14 \\
 &(s^8+1.5208119312000617s+1)d-14 \\
 &(s^8-1.5208119312000617s+1)d-14 \\
 &(s^8+1.2988960966603671s+1)d-15 \\
 &(s^8-1.2988960966603671s+1)d-15 \\
 &(s^8+1.0449971294318975s+1)d-15 \\
 &(s^8-1.0449971294318975s+1)d-15 \\
 &(s^8+0.46689072771181117s+1)d-15 \\
 &(s^8-0.46689072771181117s+1)d-15 \\
 &(s^8+0.15691819145568963s+1)d-15 \\
 &(s^8-0.15691819145568963s+1)d-15
 \end{aligned}$$

図2 代数方程式の因子分解例(除剰の係数の絶対値和次元を併記)