

Rate Compatible Punctured Turbo 符号における ゆう度情報を用いたブラインド推定法の性能評価

後藤 渉[†] 辻岡 哲夫[†]

† 大阪市立大学 大学院 工学研究科 〒 558-8585 大阪市住吉区杉本 3-3-138
E-mail: †{wataru@comm, tsujioka@}.info.eng.osaka-cu.ac.jp

あらまし 近年、ターボ符号や低密度パリティ検査 (LDPC: Low Density Parity Check) 符号を用いた Rate compatible (RC) 符号が注目を集めている。これらの RC 符号は、潜在的に強力な誤り訂正能力をもっており、さらに、様々な誤り耐性を有する符号の容易かつ柔軟な構築を可能とする。そのため、送信器において通信路状況に対して最適なレートを選択することによって、伝送効率の改善が可能となる。しかし、このようなレート可変システムでは、受信器では送信器で選択されたレートを知ることができないため、誤ったレートでの復号を行う可能性がある。その際、送信器で選択したレートをサイド情報によって通知する方法が容易に考えられるが、これは冗長の増加を招き、伝送効率の低下を引き起こす。そこで、サイド情報を用いることなく、受信器で送信レートを正確に推定する方法が求められる。本稿では Rate compatible puncture turbo (RCPT) 符号を用いた場合において、ゆう度情報を用いたブラインド推定法の性能評価を行う。比較方式として、サイド情報によって受信器に送信レートを通知する方法を考える。この際、サイド情報は送信レートの情報を BCH 符号化したものとする。計算機シミュレーションによってこれらの方の比較を行い、ゆう度情報を用いたブラインド推定法の有効性を示す。

キーワード Rate Compatible Punctured Turbo 符号、レート推定、事後対数尤度比

Performance Evaluation of Blind Estimation Scheme for Rate Compatible Punctured Turbo Codes Based on Likelihood Information

Wataru GOTOH[†] and Tetsuo TSUJIOKA[†]

† Graduate School of Engineering, Osaka City University 3-3-138 Sugimoto, Sumiyoshi-ku, Osaka-shi,
558-8585, Japan
E-mail: †{wataru@comm, tsujioka@}.info.eng.osaka-cu.ac.jp

Abstract Recently, rate compatible codes using turbo codes and low density parity check (LDPC) codes have attracted attention. These codes can provide codewords with various error tolerances easily and flexibly, still having potentially powerful error correcting abilities. So, by selecting optimum code rate for channel state at the transmitter, we can improve transmission efficiency. However, in this system, the receiver has possibilities of decoding with incorrect rate because of no knowledge of the rate selected at the transmitter. Indeed, use of side information for notification of the rate is one of easy ways to be considered. But this way increases redundancy and causes degradation of transmission efficiency. Therefore the scheme that the receiver can know the rate of transmitted codeword without side information is necessary. In this paper, we evaluate the performance of a blind estimation scheme based on likelihood information for Rate Compatible Punctured Turbo (RCPT) codes. We consider the scheme using side information encoded by BCH codes as comparison scheme. By computer simulations, we compare these schemes and show the effectiveness of the blind estimation scheme based on likelihood information.

Key words Rate Compatible Punctured Turbo (RCPT) Codes, Rate Estimation, A Posteriori Log Likelihood Ratio (LLR)

1. はじめに

近年、ターボ符号[1]や低密度パリティ検査(LDPC: Low Density Parity Check)符号[2]を用いたRate compatible (RC) 符号が注目を集めている。これらのRC符号は、潜在的に強力な誤り訂正能力をもっており、さらに、様々な誤り耐性を有する符号を容易かつ柔軟に構築可能とする。また、RC符号はARQ(Automatic Repeat reQuest)と組み合わせることによって優れたスループット特性を示す。この方式はtype-IIハイブリッドARQ(H-ARQ: Hybrid ARQ)と呼ばれ、様々なアプリケーションにおいて実用化が進んでいる。

上で述べたように、RC符号は様々な誤り耐性をもつ符号を生成することができる。そのため、送信器において通信路状況に対して最適なレートを選択することによって、伝送効率の改善が可能となる。しかし、このようなレート可変システムでは、受信側では送信側で選択されたレートを知ることができないため、誤ったレートで復号を行う可能性がある。その際、送信側で選択したレートをサイド情報によって通知する方法が容易に考えられるが、これは冗長性の増加を招き、伝送効率の低下を引き起こす。そのため、サイド情報を用いることなく、受信側で送信レートを正確に推定する方法が求められる。そこで、筆者らは復号の際に得られるゆう度情報を着目した。ゆう度情報は復号におけるピットやブロックの信頼度とみなすことができる。そのため、文献[3]では再送を要求する必要のあるピットの特定のために、文献[4]では再送量制御のために用いられている。筆者らは、Rate compatible LDPC(RC-LDPC)符号を用いた場合において、ゆう度情報を用いることにより高い確率で送信レートを推定できることを示した[5]–[7]。

Rate compatible punctured turbo(RCPT)符号は低レートの置込み符号をパンクチャすることにより様々なレートの符号を生成し、受信側でターボ復号を行う誤り訂正符号化方式である[8]。RC-LDPC符号と同じく、優れた誤り訂正能力を発揮するため、活発に研究が行われている[9][10]。

本稿ではRCPT符号を用いた場合において、ゆう度情報を用いたブラインド推定法の性能評価を行う。比較方式として、サイド情報によって受信側に送信レートを通知する方法を考える。この際、サイド情報は送信レートの情報をBCH符号化したものとする。計算機シミュレーションによってこれらの方の比較を行い、ゆう度情報を用いたブラインド推定法の有効性を示す。

2. RCPT符号

RCPT符号では、 $M-1$ 個の再帰的組織置込み(RSC: Recursive Systematic Convolutional)符号器から得られるレート $1/M$ の符号語をあらかじめ決められた行列に従ってパンクチャすることによって、様々なレートの符号語を生成する。その様子を図1に示す。図中では $M=3$ としている。パンクチャに用いる行列をパンクチャ行列と呼び、式1のように与えられる。

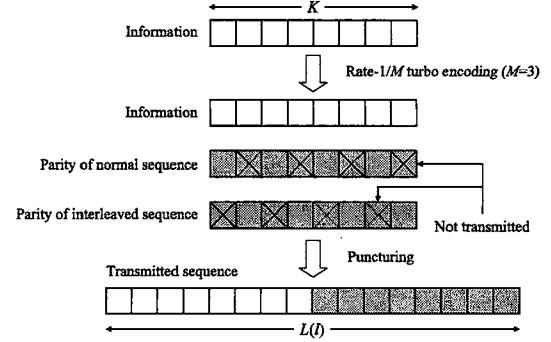


図1 RCPT符号の符号語

$$\mathbf{a}(l) = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,P} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i,1} & \cdots & a_{i,j} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{M,1} & \cdots & a_{M,P} \end{pmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $a_{i,j} \in \{0,1\}$ であり、 l はレート番号、 P はパンクチャ周期である。 $i=1$ の行が情報(組織)系列に、 $i=2, \dots, M-1$ の行がパリティ(非組織)系列にそれぞれ対応しており、 $a_{i,j}=0$ であれば対応するピットは送信されない。このようにしてレート番号 l の符号語 $C(l)$ が得られ、そのレート $R(l)$ と符号長 $L(l)$ は次式で与えられる。

$$R(l) = \frac{P}{P+l}, \quad (2)$$

$$L(l) = K \times \frac{P+l}{P} \quad (3)$$

ここで、 $l=1, \dots, (M-1)P$ であり、周期 P あたりのパリティピット数をレート番号としている。 K は情報ビット数である。本稿では $M=3$ の場合のみを論じる。また、情報系列をパンクチャする場合は考えない。つまり、 $a_{1,j}=1(j=1, \dots, P)$ とする。

3. ゆう度情報を用いたブラインド推定法

RCPT符号を用いた場合のレート可変システムにおける送信器の構成を図2に示す。送信器では、情報ビット $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_K)$ がレート $1/3$ のターボ符号器に入力される。ここで、時刻 k においてターボ符号器に入力されるピットを d_k とする。ターボ符号器から出力された符号語は、通信路状態に応じて選択されたレートに対応するパンクチャ行列によってパンクチャされる。パンクチャされた符号語は変調信号 s として通信路に送出される。符号語が連続して送信される場合、受信側では受信語 \mathbf{y} を図3のように受信することになる。ここで、受信バッファ長は十分に大きく、符号語開始位置の同期はとれているものとする。図3において、1ブロック内における情報部、パリティ部の順序を逆転させているが、この理由については後述する。受信器はどのレートの符号語が送信されたかの情報をもたないため、図4で示されるように

全ての用いられる可能性のあるレート（候補レート）についてのターボ復号処理を行い、正しいレートを推定することを試みる。ただし、候補レートとそれに対応するパンクチャ行列は送受信器間で既知であるとする。ここで、候補レートの集合を $\Pi = \{l | l = l_1, \dots, l_N\}$ とする。レート推定は復号器から出力される事後対数尤度比（LLR: Log Likelihood Ratio）に基づいて行われる。 d_k についての事後 LLR $\Lambda(d_k)$ は次式で表される。

$$\Lambda(d_k) = \log \frac{p(d_k = 1|y)}{p(d_k = 0|y)} \quad (4)$$

また、1 ブロック中の事後 LLR の絶対値の和 S は次式で表される。

$$S = \sum_{k=1}^K |\Lambda(d_k)| \quad (5)$$

全ての候補レートの復号によって得られた S を相対的に比較し、推定レートの決定を行う。つまり、推定レート $R(\hat{l})$ は次式において決定される。

$$R(\hat{l}) = \arg \max_{l \in \Pi} (S_l) \quad (6)$$

ここで、 S_l はレート $R(l)$ の復号後に得られた事後 LLR の絶対値の和である。つまり、事後 LLR の絶対値の和をそのレートにおける復号の信頼度とみなし、送信レートの推定を行う。以後、この方式を SR-RE (Sum-Reliability based Rate Estimation) 方式と呼ぶこととする。

それぞれのレートの推定において、1 ブロック内における情報部の K ビットは共通である。そのため、各レートにおける S_l はお互いに近い値になることが予想される。これが、先に述べたように 1 ブロックの符号語をパリティ部／情報部の順序で構成する理由である。

正しい情報を得るために、レート推定のための反復復号を I_{RE} 回行った後も復号を継続する必要がある。この際、復号を継続するのは推定レートについてのみでよい。この誤り訂正のための反復復号回数を I_{EC} とする。このとき、復号器において I_{RE} 回の復号後の外部 LLR を記憶しておき、 $I_{RE} + 1$ 回目の復号に用いることによって、 $I_{RE} + I_{EC}$ 回の誤り訂正能力を得ることができる。ただし、レートを誤推定した場合は正しく復号できない。また、たとえ正しく推定したとしても正しい情報が得られるとは限らない。

レート推定のためのターボ復号は全ての候補レートの数 N だけ行われるため、トータルで $N \times I_{RE} + I_{EC}$ 回のターボ復号処理を行う必要がある^(注1)。そのため、SR-RE 方式においては I_{RE} の増大に伴うオーバーヘッドが非常に大きく、 I_{RE} はできるだけ小さい方が望ましい。

(注1)：復号器ではパンクチャされたビットに対応する部分には消失シンボルを挿入して復号を行なう。そのため、計算量は情報ビット数 K にのみ依存する。RCPT 符号ではそれぞれの候補レートにおける K は共通であるので、計算量も同じである。

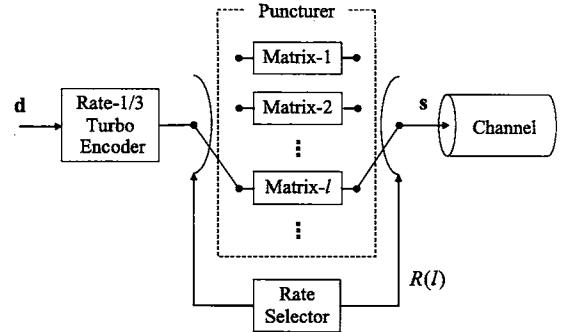


図 2 送信器のブロック構成図

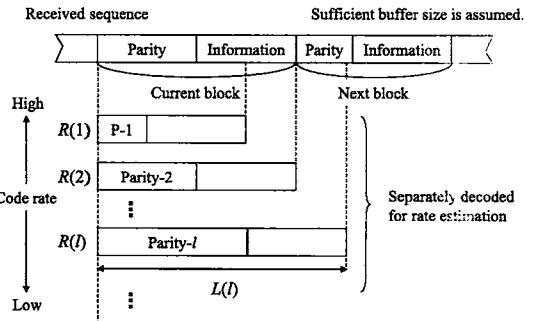


図 3 レート推定法

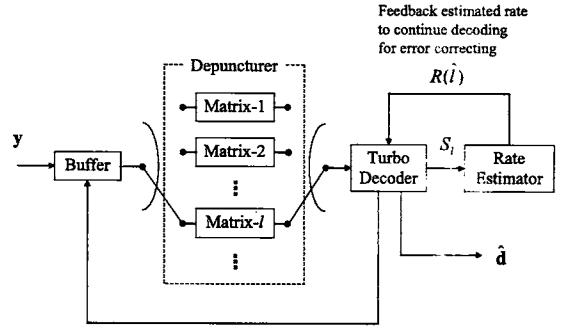


図 4 受信器のブロック構成図

4. 計算機シミュレーション

4.1 比較方式：BCH 符号を用いたレート通知

サイド情報を用いてレートを通知するためには、 $\lceil \log_2 N \rceil$ ビットのレート情報を正しく送信する必要がある。ここで、 N は候補レートの数である。この $\lceil \log_2 N \rceil$ ビットに BCH 符号化を行い、サイド情報として送信する方式を BCH-RT (BCH coded Rate Transmission) 方式と呼ぶこととする。以下において、SR-RE 方式と BCH-RT 方式の比較を行う。

4.2 シミュレーション諸元

計算機シミュレーションによって、SR-RE 方式と BCH-RT

表 1 シミュレーション諸元

Component encoder	16-state (33, 31) encoder
Interleaver	S-random interleaver
Modulation	BPSK
Channel	AWGN Channel
Decoding	Max-log-MAP decoding

表 2 使用するレートとそのパンクチャ行列 [8]

l	2	4	6	8
$R(l)$	2/3	1/2	2/5	1/3
$a(l)$	17	17	17	17
	02	12	16	17
	02	12	16	17

方式の性能を評価する。表 1 にシミュレーション諸元を示す。また、 $M = 3$ 、 $P = 4$ 、 $\Pi = \{2, 4, 6, 8\}$ ($N = 4$) とし、表 2 にこれらのレート番号に対応するレートとパンクチャ行列を示す。BCH-RT 方式には $(7, 4, 3)$, $(15, 5, 7)$, $(63, 7, 31)$ の BCH 符号を用いる。本稿では、 $K = 256, 1024$ において、レート推定誤り率 (REER: Rate Estimation Error Rate) とレート伝達誤り率 (RTER: Rate Transmission Error Rate), およびその際の BLER (Block Error Rate) についての比較・性能評価を行う。

4.3 SR-RE 方式における I_{RE} について

SR-RE 方式の性能を評価するにあたって、それぞれの K における I_{RE} を決定しておく。図 5 と図 6 に、 $K = 256, 1024$ においてそれぞれの候補レートの符号語を送信した際の I_{RE} 対 REER 特性を示す。ここで、端数の $I_{RE} = 0.5$ は一つ目の要素復号器での復号後の S を用いてレートを推定することを意味する。 $K = 256$ において、 $C(2)$ と $C(4)$ の符号語が送信された場合、 I_{RE} が大きくなるにつれて REER 特性も改善されることがわかる。しかし、 $C(6)$ と $C(8)$ の符号語が送信された場合は $I_{RE} = 1$ において最もよい REER 特性を示している。 $K = 1024$ においては、 $C(2)$ 以外の符号語が送信された場合は、全て $I_{RE} = 1$ において最もよい REER 特性を示している。

高レートの符号語では復号時の消失シンボルの挿入の割合が多くなるため、 S の値が小さくなる傾向がある。そのため、低レートにおいては復号における収束が始まる SNR よりも低い領域でレート推定が可能であるが、高レートにおいてはそれよりも高い領域でしかレートを推定することができない。低レートにおいて、収束が始まる SNR よりも低い領域でターボ復号を行うと、要素復号器間で誤った情報の伝播が発生する。その結果、 I_{RE} を大きくするとレート推定精度の劣化を招くことになる。

また、図 5 と図 6 を比較すると、 $C(4)$ 送信時、 $K = 256$ では I_{RE} の増大に伴って REER 特性が改善されるが、 $K = 1024$ では逆の現象が起こることが確認できる。これは N の変化によってレート推定可能な SNR 領域が移動したためと考えられる。

I_{RE} を決定するためには、これらの結果と I_{RE} の増大に伴うオーバーヘッドを総合的に考慮する必要がある。本稿では、

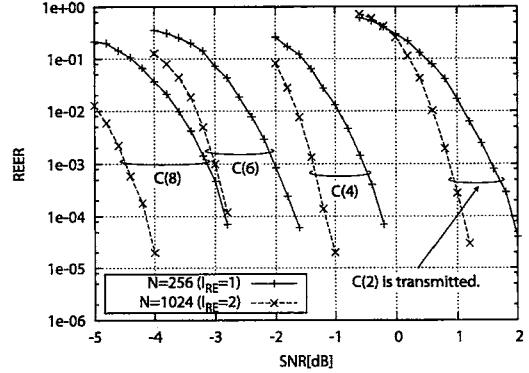


図 7 SR-RE 方式の REER 特性

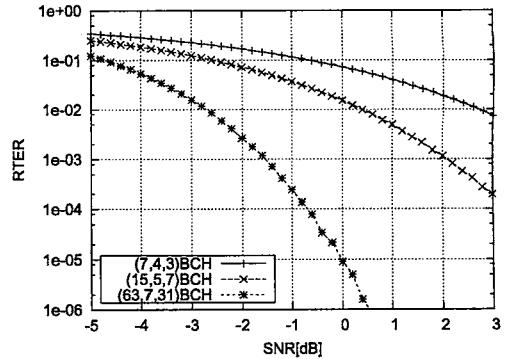


図 8 BCH-RT 方式の RTER 特性

$K = 256$ においては $I_{RE} = 2$ 、 $K = 1024$ においては $I_{RE} = 1$ として、SR-RE 方式の性能を評価する。

4.4 SR-RE 方式と BCH-RT 方式の特性比較

4.4.1 REER 特性と RTER 特性

SR-RE 方式の REER 特性と BCH-RT 方式の RTER 特性は、共に受信器で誤ったレートについての復号を行う確率とみなせるので、厳密な比較が可能である。図 7 と図 8 に SR-RE 方式の REER 特性と BCH-RT 方式の RTER 特性をそれぞれ示す。SR-RE 方式では、符号語によってレート推定が可能な領域が異なる。そのため、低 SNR 領域では高レートの符号語のレートを推定できないが、送信器では通信路の状況に適したレートを選択するため、この点は問題にならない。BCH-RT 方式では、サイド情報としてレートの情報を送信するため、RTER 特性は送信レートや符号長に依存しない。また、自明ではあるが、BCH 符号の符号化率が低くなるにつれて RTER 特性が向上している。しかし、 $(63, 7, 31)$ BCH 符号を用いた場合、 $SNR = 0.0[dB]$ において、 $REER = 1.0 \times 10^{-5}$ を達成しているものの、 $(7, 4, 3)$ BCH 符号、 $(15, 5, 7)$ BCH 符号を用いた場合は望ましい RTER 特性が得られないことがわかる。

4.4.2 BLER 特性

受信器において、推定レート決定後に誤り訂正のための復号を継続する状況を考え、 I 回の反復復号終了後の BLER 特性について評価を行う。SR-RE 方式については、 $I_{RE} + I_{EC} = I$ と

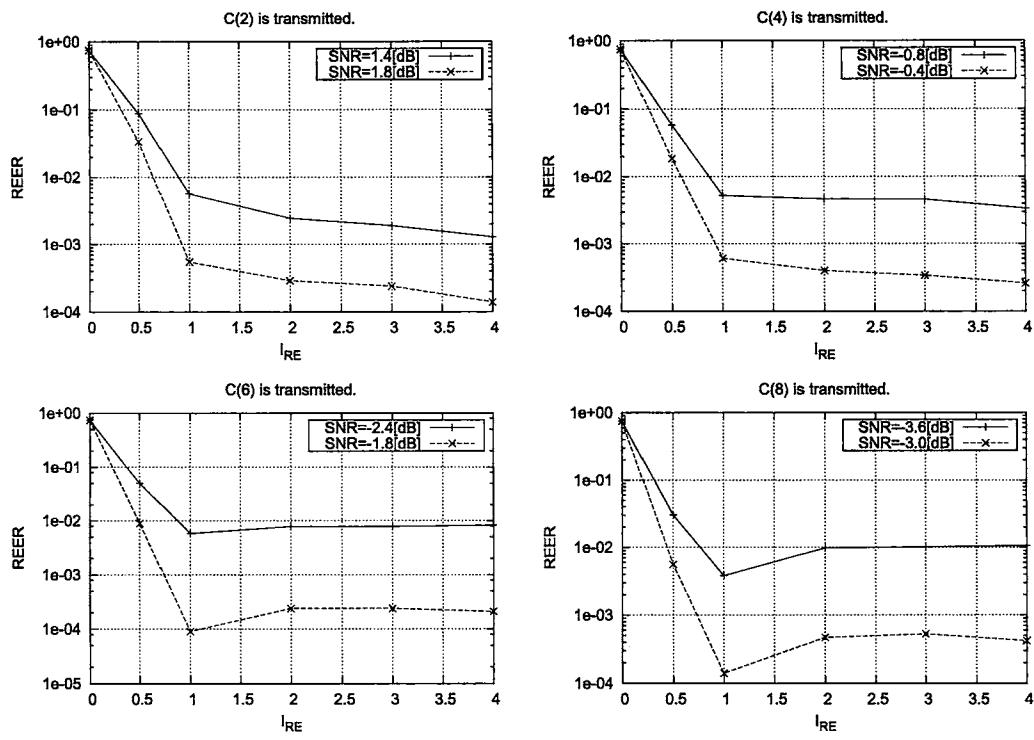


図 5 各候補レートの符号語を送信した際の I_{RE} 対 REER 特性 ($K = 256$)

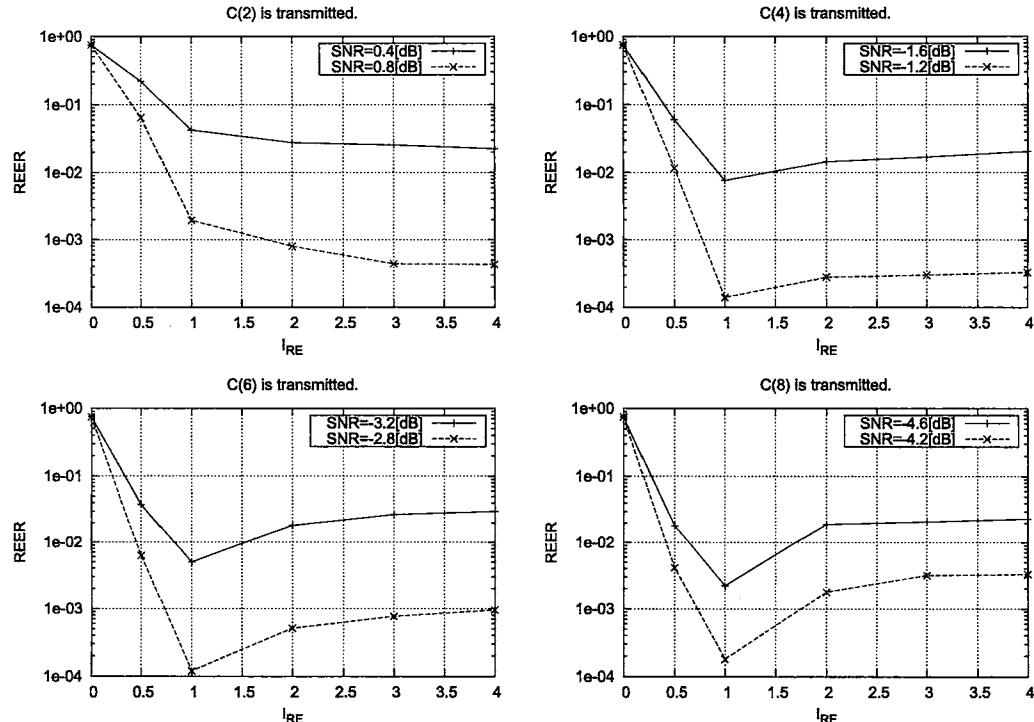


図 6 各候補レートの符号語を送信した際の I_{RE} 対 REER 特性 ($K = 1024$)

なるように I_{EC} を設定することで、公平な比較が可能となる。図 9 と図 10 に、 $K = 256, 1024$ において各候補レートの符号語を送信した際の BLER 特性を示す。これらは全て $I = 8$ として得られた結果である。また、Genie は受信器が送信されたレートを誤りなく識別できる状態で復号を行った場合の BLER 特性である。これは SR-RE 方式と BCH-RT 方式を用いて復号を行った場合の BLER 特性の下界を示すことになり、性能を評価する際の基準となる。

$K = 256, 1024$ のどちらの場合においても、 $(7, 4, 3)$ BCH 符号、 $(15, 5, 7)$ BCH 符号を用いた BCH-RT 方式は、SR-RE 方式と比べて大幅な性能の劣化がみられる。これは BCH 符号化されたサイド情報を正しく復元できず、誤ったレートでの復号を行ってしまうためである。 $(64, 7, 31)$ BCH 符号を用いた BCH-RT 方式では、 $C(2)$ や $C(4)$ のような高レートの符号語を送信した際はほぼ Genie と同等の性能を示す。しかし、 $C(6)$ や $C(8)$ のような低レートの符号語を送信した際には、 $(7, 4, 3)$ BCH 符号、 $(15, 5, 7)$ BCH 符号を用いた場合と同様に誤ったレートでの復号を行い、性能の劣化を引き起す。

SR-RT 方式では、高レート符号語送信時にわずかに特性の劣化がみられる。しかし、BCH-RT 方式と比べて送信レートに対する依存度は低く、 $K = 256, 1024$ のどちらの場合においても Genie とほぼ同等の特性が得られることがわかる。

SR-RT 方式と $(64, 7, 31)$ BCH 符号を用いた BCH-RT 方式を比較すると、高レート符号語送信時には後者の方がわずかに優れた特性を示すが、低レート符号語送信時は前者の方がはるかに優れた特性を示す。これは $(64, 7, 31)$ BCH 符号を用いた BCH-RT 方式の RTER 特性が大きく影響したためである。

4.4.3 スループット特性

SR-RE 方式と BCH-RT 方式のスループット特性を評価し、両者の性能を比較する。本稿ではスループットを次式で定義する。

$$\text{Throughput} = \frac{K}{L(l) + 4\nu + r} \times (1 - \text{BLER}_l) \quad (7)$$

ここで、 ν は符号器のメモリ数であり、 4ν はターボ符号の終端ビット数を示す。 r はサイド情報に用いる冗長ビット数であり、SR-RE 方式では $r = 0$ である。BLER_l はレート $R(l)$ の符号語が送信された場合における BLER を示す。図 11 と図 12 に $K = 256, 1024$ における SR-RE 方式と BCH-RT 方式のスループット特性を示す。これらの特性は、それぞれの SNR においてスループットが最大となる最適なレート $R(l)$ の符号語が送信されたとして得られた結果である。なお、簡単のために $(15, 5, 7)$ BCH 符号を用いた BCH-RT 方式のスループット特性は省略した。

SR-RE 方式では $K = 256, 1024$ のどちらの場合においても Genie とほぼ同等の特性が得られているが、BCH-RT 方式ではサイド情報のための冗長が影響し、どの SNR 領域においても Genie の特性に達することはできない。特に、 $K = 256$ において $(63, 7, 31)$ BCH 符号を用いた場合、高 SNR 時に大幅な低下がみられる。これは符号長 $L(l)$ に対するサイド情報 r の割合が大きくなるためである。また、低 SNR 時、すなわち低レート符

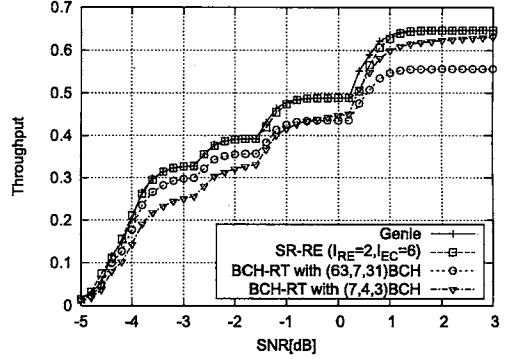


図 11 SR-RE 方式と BCH-RT 方式のスループット特性 ($K = 256$, $I = 8$)

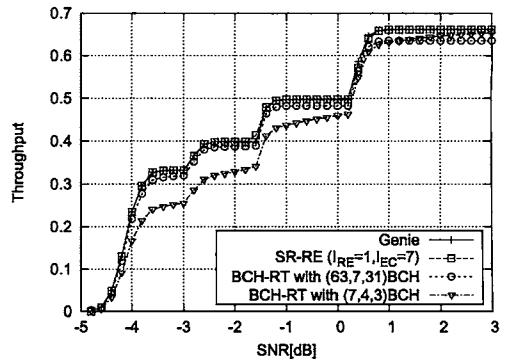


図 12 SR-RE 方式と BCH-RT 方式のスループット特性 ($K = 1024$, $I = 8$)

号語送信時は、図 9 と図 10 で示されたように望ましい BLER 特性が得られないため、スループット特性も劣化する。この傾向は $(7, 4, 3)$ BCH 符号を用いた場合に顕著にみられる。

以上のことから、RCPT 符号におけるゆう度情報を用いたプラインド推定法はスループットの観点でも極めて有効である。

5. おわりに

本稿では、復号の際に得られるゆう度情報を用いて送信レートを推定する SR-RE 方式と BCH 符号を用いてサイド情報として送信レートを通知する BCH-RT 方式の性能の比較・評価を REER 特性と RTER 特性、BLER 特性、スループット特性の観点から行った。

まず、SR-RE 方式の $K = 256, 1024$ における I_{RE} と REER の関係を明らかにし、性能評価において用いる I_{RE} を求めた。SR-RE 方式と $(7, 4, 3)$ BCH 符号、 $(15, 5, 7)$ BCH 符号を用いた BCH-RT 方式の比較では、後者において BLER 特性、スループット特性の点で著しい性能の劣化がみられた。これは、 $(7, 4, 3)$ BCH 符号、 $(15, 5, 7)$ BCH 符号を用いた BCH-RT 方式では望ましい RTER 特性が得られないためである。SR-RE 方式と $(63, 7, 31)$ BCH 符号を用いた BCH-RT 方式を BLER 特性の点で比較すると、高レート符号語送信時はわずかに後者が

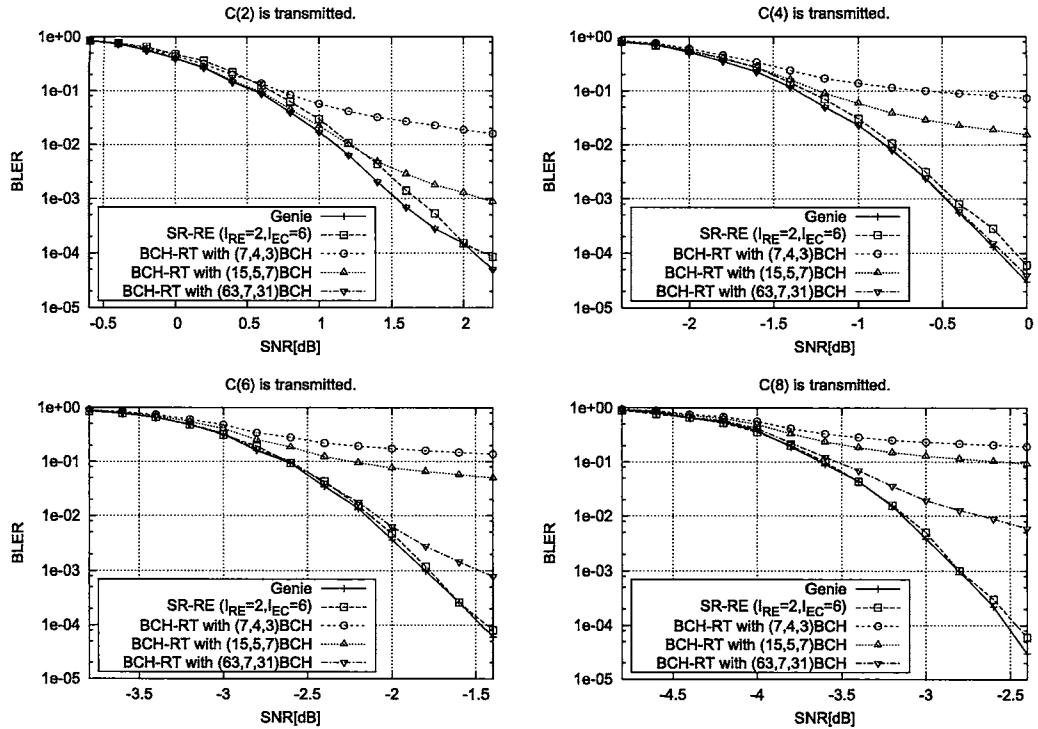


図 9 各候補レートの符号語を送信した際の BLER 特性 ($K = 256, I = 8$)

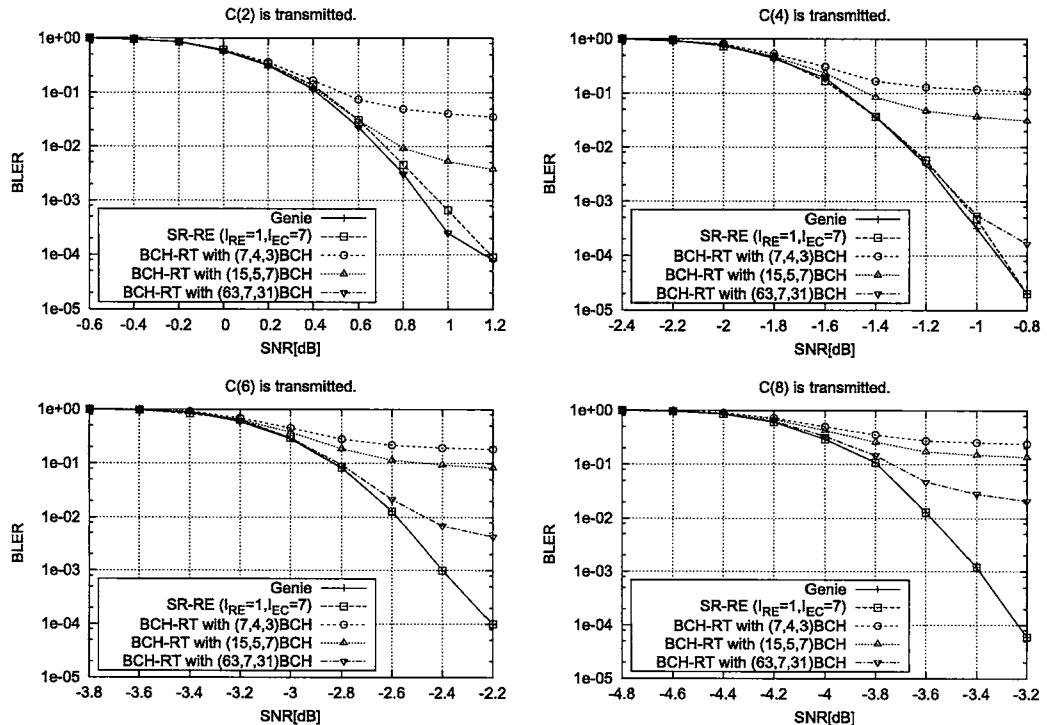


図 10 各候補レートの符号語を送信した際の BLER 特性 ($K = 1024, I = 8$)

優れていることがわかった。しかし、低レート符号語送信時は前者が大幅に優れていることが確認された。スループット特性の比較においては、特に $K = 256$ のときに両者に著しい差がみられた。これは、(63, 7, 31)BCH 符号を用いた BCH-RT 方式のサイド情報のための冗長分が大きいためである。以上の結果から、サイド情報を用いてレート情報を通知するよりも、ゆう度情報を用いて送信レートを推定する方が総合的に考えて有効な方式であるといえる。

今後の課題として、ゆう度情報を用いたレート推定法の異なる通信路モデルにおける性能評価、再送方式と連携させた場合の性能評価などが挙げられる。

文 献

- [1] C. Berrou, A. Glavieux and P. Thitimajshima, "Near shannon limit error-correcting coding: Turbo codes," *Proc. IEEE International Conference on Communications*, pp. 1064–1070, Geneva, Switzerland, May 1993.
- [2] D. J. C. MacKay, "Good error-correcting codes based on very sparse matrices," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, no. 2, pp. 399–431, March 1999.
- [3] J. M. Shea, "Reliability-based hybrid ARQ," *IEE Electron. Lett.*, vol. 38, no. 13, pp. 644–645, June 2002.
- [4] E. Visotsky, Y. Sun, V. Tripathi, M. L. Honig and R. Peterson, "Reliability-based incremental redundancy with convolutional codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 6, pp. 987–997, June 2005.
- [5] 吉川智康, 辻岡哲夫, 杉山久佳, 原晋介, 村田正, "Rate-Compatible LDPC 符号のレート推定法," 信学論 (A), vol. J89-A, no. 12, 2006 年 12 月。
- [6] 辻岡哲夫, 辻 麻美, "Hybrid-ARQ 方式におけるレート可変 LDPC 符号のブラインド推定法," 信学技報, vol. 106, no. 304, CS2006-40, pp. 23–27, 2006 年 10 月。
- [7] M. Tsuji and T. Tsujioka, "A study on hybrid-ARQ system with blind rate estimation of RC-LDPC codes," *Proc. Taiwan-Japan Joint Conference on Communication Technologies* (CD-ROM), Hsinchu, Taiwan, Nov. 2007.
- [8] D. N. Rowitch and L. B. Milstein, "On the performance of hybrid FEC/ARQ systems using rate compatible punctured turbo (RCPT) codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 48, no. 6, pp. 948–959, June 2000.
- [9] F. Babich, G. Montorsi and F. Vatta, "Some notes on rate-compatible punctured turbo codes (RCPTC) design," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 5, pp. 681–684, May 2004.
- [10] E. Rosnes and O. Ytrehus, "On the construction of good families of rate-compatible punctured turbo codes," *Proc. IEEE International Symposium on Information Theory*, pp. 602–606, Adelaide, Australia, Sept. 2005.