

情報システム設計のための基礎理論 (様相論理)

三重野 博司

三重野 徹

東京理科大学理工学部

日本 IBM

様相論理を用いた、情報システム設計の基礎理論の試案を述べる。その設計方法は通常のシステム設計に使用する、情報の機能分析とシステムの合成法である。然しながら、従来のそれは論理的な情報システム設計には不向きで、そのためには様相論理を加味すべきであると考えられる。情報システムは、論理学の命題としての情報内容と、その命題の前につける時間の様相論理演算子・地域の様相論理演算子の3つの要素より表現できる。そこでの時間の様相論理はあるが、地域・場所・空間の様相論理^④～^⑤は未だよくは開発されていないので、この論文ではそれをまず研究発表する。そしてその応用として、障害対策情報システムと人事情報システムを暗示する。

1. はじめに

情報システム設計とは、あるデータ集合がそれぞれ何時・何処で発生し、どんな情報集合に加工して何時・何処で使いたいという事が与えられる事によって、入力から出力の間の情報システムを最適に設計することである。

情報システムの設計には、5つの情報の機能^①を用いて、それによる機能分析を行う。次にその機能を満たすシステムの要素をわりあてて、システム合成をする。この機能分析とシステム合成の手法は一般のシステム設計・新製品開発にしばしば用いられるが、論理的に構成されていない。

そこで、論理学とくに様相の論理^④～^⑤を導入して分析を行う事をここでは提案した。様相の論理は古典論理学が真偽のみで評価するのにに対して必然性・可能性を加味し、しかも時間の様相論理演算子も開発されているので、ここでは欠かす事ができないものである。つまり、何時・何処での情報かを表すのに、論理学の命題に情報内容もりこみ、時間と地域の様相論理演算子をつける試みである。

しかし、時間のそれは時制論理・時間の様相論理として体系づけられているが、地域の様相論理はおろか地域の論理すらないので、ここで開発して処制論理・地域・場所・空間の様相論理と名づけて示す。時間は非可逆性があり様相化に特徴があり、1次元のため様相化しやすい。これに反して、地域は使用目的を定めないと様相化導入に普遍性が乏しく、二次元のため複雑で様相化しにくく見える。然しながら情報処理等という目的を明示すればその諸性質から公理を展開できる。

以下2節に情報システム設計と様相論理の用語の準備、3節には情報システム設計の機能分析とシステム合成法を述べ、4節には様相論理一般と地域(場)の様相論理について、5節に時制論理・時間の様相論理とともに処制論理とその様相化の公理・定理を述べる。最後のその後の展開として応用事例の示唆を付する。

2. 情報システム設計と様相論理の用語の準備

システムはメインシステムとサポートシステムに分ける。後者はsupport system 略してsup-sys.⁽¹⁾ という。両システムの部分集合を通称サブシステムといい、sub-sys.と略すので、sup-sys と類似する。全体のシステムを後者は縦割にするのに対して、前者は横割である。情報システム全体では情報が主体であるからメインシステムが情報に関するもので、それを支えるハードウェア・ソフトウェア・人員・資金等がそれぞれのサポートシステムである。

設計手順としてはメインシステムを考え、それに必要な各サポートシステムを考慮するが、サポートシステムの価額等の評価から全体システムの価額等を算出する。メインシステムを支えるサポートシステムの代替案で試行錯誤する。

設計には機能分析とシステム合成法を用いるが、機能分析の論理表現として、否定 $\sim$ ・連言 $\wedge$ ・選言 $\vee$ ・含意 $\supset$ ・定義 $\triangleq$ ・分析合成の方向を示す矢印 $\rightarrow$ で示す。

実数空間である時間Rに対して、時制とは距離に無関係な相対的時間の位相的關係を示す。例えば、或る時点に対する未来・過去・次の時点などである。時相とは現象存在との時間との関係で、例えば、発生・持続・消滅などである。時制と時相を組合せて、

未来のすべての時間に存在する事に必然性があるという様相演算子はG

過去の " H

未来のある時間に存在する事の可能性があるという様相演算子はF

過去の " P

ここでは命題となる情報の存在について適用する。

3. 情報の機能分析とシステム合成

あるデータが何時・何処で発生し、どんな情報に加工して何時・何処で使われるかの、データ発生と情報消費の両端が与えられる事によって、それを満たす自身の情報システムを設計する。

その時の時間・場所は実数軸上の確定値とは限らず、「支社より本社が早く出力をえたい」などのように相対的な不確定値である。また入力データが端末に到着する不確定値のため「2つの入力データ処理が済み次第最終的データをえたい。従って並列的に入力データ処理をして条件が整い次第最終的データ処理をする事が望ましい」などのように、支店からの端末機を多く持つ今日、時間スケジュールに合せたこれまでの処理ではなく、独立・並列処理となり、時間は非加法性である場合が多い。実務の中では不確定性が多くこれまでの精密の実数空間上での距離空間は不要で、距離を無視して方向のみのようなより緩やかな位相空間である様相論理が適し、あいまいな扱いをしておく方が処理も簡易化できる。従って、その数理モデルには様相論理とそのネットワークであるペトリネットが有効である。

情報・データは時間集合TS×場所集合PS×情報集合ISの直積集合で表現可能で、その変換機能として次の発生FG・蓄積FS・伝達FT・加工FP・受理FAがあり、それら5つの機能を満たす具体的なものを組み合わせる事でシステムを構成できる。

$$FG = (t \cdot s \cdot \phi) \rightarrow (t \cdot s \cdot i)$$

$$FS = (t \cdot s \cdot i) \rightarrow (t + \Delta t \cdot s \cdot i)$$

$$FT = (t \cdot s \cdot i) \rightarrow (t \cdot s + \Delta s \cdot i)$$

$$\begin{aligned} FT &= (t \cdot s \cdot i) \rightarrow (t \cdot s + \Delta s \cdot i) \\ FP &= (t \cdot s \cdot i) \rightarrow (t \cdot s \cdot i + \Delta i) \\ FA &= (t \cdot s \cdot i) \rightarrow (t \cdot s \cdot \phi) \end{aligned}$$

ただし、 $TS \ni t + \Delta t$, $t \cdot PS \ni s + \Delta s$, $s \cdot IS \ni i + \Delta i$, i , ϕ は空, そして、 Δ を加算している表現は代数的演算ではなく記述として時間差のあることを示すものである。

機能とは理想的な働きをいい、発生機能では情報 i が発生するのに要する時間は 0 でその場所は不要が望ましい。然し実際は時間がかかりその数値が少ない事が設計目的の一つでもある。他の機能も同様に理想的な事をあげている。

機能分析は理想的な姿を示すものであるから当然必然性 $\square$ で表現する事とする。それに反して後述のシステムの要素を当てる時・システム合成は必然性はないので、可能性 $\diamond$ で表現する。

さらに、様相述語論理による述語と主語での言語表現をすれば、コンピュータで自然言語理解をさせ機能分析・システム合成の機械化が可能となる。例えば、「目的 g を満たす機能分析」と入力すると、知識データベースにより機能分析してアトム機能「 $f f f$ が必要である」と中間出力させる。さらに「システム要素をわりあてよ」「システム合成せよ」でシステム案を幾つか出力させる。

次に機能に対応するシステム要素があればそれに対応させる。数理言語文法にならって機能分析とシステム合成の文法を作成する。それは数理言語解析はトップダウンの方向に言語構造解析を行い、単語の意味と対応させてからボトムアップの方向に意味合成を行う過程をへる。機能分析もトップダウンに、システム合成もボトムアップに行うので同様の扱いが可能となる。情報システムは多目的とした方が実情にあうので目的を集合として扱う。

$$\text{文法} = (G^*, F^*, \mu, E, S, \nu, \rho, V, \xi)$$

但し、 G^* は目的をしめす有限集合で、その要素は g

F^* は機能 " " f

E はシステムの要素をしめす有限集合で、その要素は e

S はシステムの集合 " " s

V はシステムの評価値集合で実数空間で、その要素は v

μ は写像で、 $G^* \rightarrow \times F^*$ か $F^* \rightarrow \times F^*$

$$\nu \quad " \quad F^* \rightarrow E$$

$$\rho \quad " \quad \times E \rightarrow H^* \quad (\text{サブシステム } H^* \text{ は } s \text{ の要素}) \text{ か } \times H^* \rightarrow s$$

$$\xi \quad " \quad \xi(s) = v$$

なお、 $\times$ は幾つかの集合の直積集合

4. 地域(場)の様相論理と時間の様相論理

アリストテレスのいう実然をここでは次のように考えよう。現実存在する事が客観的につまり物理的に観測される自然現象を実然といおう。心理現象は自覚が冷静に行われたとはいえ主観的で実然とはいいがたいが、あえていう必要がある場合は誰々個人の主観的実然といおう。ある人の行動観測・医学的観測が実然で、これにその人の主観的実然が相関ある時、その自覚した心理現象は名称は飽くまで主観的実然だが、その人の個人の論理体系内では実然と同様な論理演算をする事を認める。従って、理論的に実然という事はいえない。

必然性は理論的な体系の中では存在するが、自然現象の実然を予測する必然性では外乱を全く排除出来る事は少ないので必然性が少なく、排除出来る補償がなければ無い。その補償とは経験とそれを理論づけた必然性であるが経験を基礎にする以上補償しがたい。必然性のないのは偶然性という。もともと外乱は偶然性であるから、必然性で予測可能な経験・理論上の事象もこの偶然性の外乱で、実然の必然性が失われる。然し、単純な物理現象は外乱があっても実験的に排除可能なので常識的に認めざるをえない。

心理現象の実然の必然性は全く存在しない。従って、心理現象を反映する社会現象の必然性も存在しない。社会科学はある枠組のもとの人々の行動の実然の必然性を求めようとするが、それは偶然性しかえられない。

或る実然と実然との因果関係の補償があれば予測できるが、完全の補償はない。

必然と偶然との具体的事例はガウスの誤差曲線と他方エントロピー・モデルがあり、確率論・情報理論の根源である。ファジー集合論は実然に用いるなら、メンバーシップ関数に相当する或る集合の参加度合の所に位置する現実を示す。その実現性への予測の精度にメンバーシップ関数を用いるなら、1が必然でそれ以下が可能性と不可能性である。可能性は偶然の事で、必然でも偶然でもないものを不可能性という。ファジー集合は実然とそれへの予測を混同してメンバーシップ関数の演算を行う時があるので注意を要する。不確実性という言葉のみで演算を同一化するのには不確実性という言葉の不確実性による。何の不確実性かを仕分けするメタ不確実言語を考慮すべきものである。

なお、過去の事象は実現したかしないかであるから実然・非実然である。然しそれ以前の実然との因果関係と予測は上記同様に扱う。

ある事象の実然・それら幾つかの実然の因果関係(記述文か式)を正しく観測できる観測可能性・観測必然性、思うように実然させる制御可能性・制御必然性も制御理論から考えられる。また事象を学習・知識獲得し、そのパターンによる認識をし、確信を持つ過程での学習可能性・学習必然性、認識可能性・認識必然性、確信可能性・確信必然性などのメタクラスの様相が考えられる。例えば、ある事象を必然的に制御できてその実然を必ず観測でき、必然的に認識し、必然的に確信に至るとすればその事象の実然性・必然性を主観的にえられよう。

しかし、これらは経過であり同時には生じず、継時的なものの時間の様相である。時系列としての因果関係と同様に場所としての因果関係を得るなら場所の様相がえられる。なお、時制が過去・現在・未来・次の時点等の距離感のない位相空間での部分集合をいい、その時間の部分集合での事象の存在を示す時相にならない、処制・処相を次のように考える。

処制は地域を分割して互いに共通集合の無い部分集合に分け、処相はその部分集合である地域に事象が存在する事を示す。分割はより詳細なものを階層的にして、ある階層での分割の部分集合を α_x とする。その添字の x は部分集合につけた番号 j を階層順に並べた列とする。列の長さは階層の深さをしめしている。従って全体地域を α 。となる。添字 x の部分集合 α_x を再分割した部分集合 α_{xi} の添字が xj と表現する。地域の様相に一般的様相論理演算子 $\square$ 、 $\diamond$ を付けて、部分集合 α_x 全体に存在する場合 $\square \alpha_x$ と書き、一部に存在する場合 $\diamond \alpha_x$ と書く

。そして、時間と場所の様相演算子で情報である命題Aを表現すると、例えば「情報Aが未来のすべての時間で必然的に存在する事が、地域 $\alpha \times$ の何処かに存在する可能性がある」は、 $\Diamond \alpha \times G A$ となる。「情報Aが地域 $\alpha \times$ の何処かに存在する可能性があるという事が、未来のすべての時間について言える」は $G \Diamond \alpha \times A$ となる。前者は図1のようなもので無い事もある。後者は図2のようなものでない事もある。

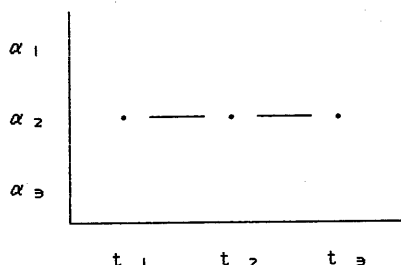


図 1. $\Diamond \alpha \times G A$ の例

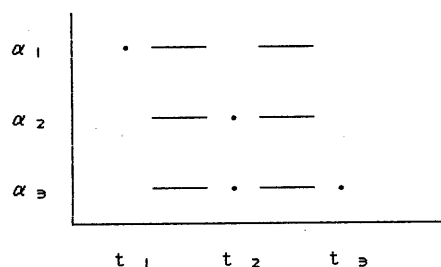


図 2. $G \Diamond \alpha \times A$ の例

4. 処制論理とその様相化の試論

E.J.Lemon の時間の様相論理に対示しつつ有限地域上に存在する情報について以下展開する。

尚それらのAXは公理・DFは定義・THは定理とする。それらの前のP,TPは地域・地域と時間に関する事を示す。

(公理・定義・定理) 混乱がなければ命題Aは略することあがある。

P-AX① $\Box \alpha \times \supset \Box \sim \alpha \times$ ($x = \max$)

地域分割の最下層では情報の存在の有無が明確とし、階層は有限とする。

P-AX② $\Box \alpha \times \supset \Box \Sigma \Box \alpha_{xi}$ 、 $\Box \sim \alpha \times \supset \Box \Sigma \Box \sim \alpha_{xi}$

ある部分集合の総てに情報があれば、分割した部分集合の総てに情報がある。その逆になければ無い。

P-AX③ $\Diamond \alpha \times \supset \Diamond \Sigma$ ($\Box \alpha_{xi} \vee \Diamond \alpha_{xi}$)

ある部分集合の何処かに情報があるなら、分割した部分集合のどれかに、その部分集合の総てに情報があるか何処かに情報があるかである。

P-TH① $\Box \alpha \times$ なら分割を止め、 $\Diamond \alpha \times$ なら分割する(上記公理より)。

但し、 Σ は部分集合を再分割して出来た部分集合について、総ての場合は $\Box \Sigma$ どれかにの場合は $\Diamond \Sigma$ と記す。

同じ階層総てについての場合は $\Sigma\Sigma$ とする。並列処理を巾優先の場合は $\Sigma\Sigma$ を必要とし、分割した部分集合のみに着目する場合の準巾優先の場合は Σ のみでたりる。並列処理が同時ではなく条件の整い次第行う場合は偶然の優先性で時間順序が異なる。

時間の様相演算子を加味すると、並列処理か直列処理の別が明らかになる。選択のブランチがある場合時間様相論理の表現は

$$F\alpha \times_1 \wedge F\alpha \times_2 \supset F(\alpha \times_1 \wedge \alpha \times_2) \vee (F(\alpha \times_1 \wedge F\alpha \times_2) \vee F(F\alpha \times_1 \wedge \alpha \times_2))$$

となっているが、右辺第1項は並列性、第2項は直列性を意味している。

これを地域選択として地域・時間の様相演算子で直列・並列にわけて表すと
PT-AX ① $F\alpha \times_1 A \wedge F\alpha \times_2 A \supset F(\alpha \times_1 A \wedge \alpha \times_2 A)$

PT-AX ② $F\alpha \times_1 A \wedge F\alpha \times_2 A \supset F(\alpha \times_1 A \wedge F\alpha \times_2 A) \vee F(F\alpha \times_1 A \wedge \alpha \times_2 A)$

実数時間での微分概念は離散化された空間では差分となり、さらに制限をとり除いた位相的空間では「情報量の変化が時間の変化(部分集合内)で、有る・無い・激しい」等と記述する。社会の諸現象は時間変化に対する、変化・変化の変化に必ずしも応じて命題Iが変化・発生する、 $\diamond \Delta I / \Delta T$ は時間変化に必ずしも発生する可能性がある事を示す。場所についても $\square \Delta I / \Delta S$ 、 $\diamond \Delta I / \Delta S$ を用いる。更に $\square \Delta I / \Delta S \Delta T$ 、 $\square \Delta T / \Delta I \Delta S$ 、 $\square \Delta S / \Delta I \Delta T$ とその逆も考えられる。3節に示した事により、

PT-DF ① 加工機能FS $\equiv \square \sim (\Delta S \Delta T / \square \Delta I)$

加工素子FE $\equiv \diamond \sim (\Delta S \Delta T / \square \Delta I)$

他の機能・システムの素子も同様定義できる。

「情報加工に無駄時間がかかるならば、情報システムに総合時間がかかる」は、 $\Delta T / \square \Delta I \supset \Delta S \Delta T$ と微分方程式に相当する述語論理表現となる。ただし、 $\Delta S \Delta T$ は総合時間の変化の存在を意味する。

微分方程式の解の軌跡の位相力学的接近は、時間に関して数値的解析ではなく定性的な時制的様相論理である。軌道の未来の極限集合Lが存在し、それが不変集合Mに含まれるなら、アトラクターMに吸引されたという。微分方程式に相当する様相論理式の解の軌道がMに至り、不変で安定すれば停止してよからうから前記の停止性をみだす。論理式は公理系のみで実世界を表現できないという。そこでフレームをかけて制限する。微分方程式でも初期条件と外乱で実状を表現する。位相力学であつかうものは外乱のない自由系なので実情にフィットしない。様相論理式にかけけるフレームは必ずしも単純ではなく泥臭いものとなる事は否めない。なお、軌道は力学の場では場所×時間だが、抽象化して情報×時間の軌道もそして場所×情報×時間の軌道も考えられる。

何れにしても実数の諸性質を捨像することで定性的となり単純な位相の性質のみの空間になる事は様相化の方向に他ならない。位相用語をここでの適用に便利になるよう解釈しなおすと次のようになる。分割の階層での時間については、ある時点で $\square$ ならその後は $\square$ 、 $\diamond$ ならその前は $\diamond$ となる。線型の時間でFF $\square \alpha \supset F\square \alpha$ は現在も含めると $\diamond \square \supset \diamond \square$ (以下 α 略)となる。場所でも $\alpha \times \supset \square \alpha_{x1}$ となる。分割の深さを有限としたがこれを無限とするとそれはちやうど蜜性で位相概念である。それが成り立つなら、同値類の位相を作るとする

と位相の粗密は同値とみるか否の分割の程度であり、そこに於ける開・閉集合は到達可能性を意味し、近傍・閉包も同様である。コンパクトは無限のものも有限で分割しうる可能性を意味し、フィルターは逐次分割にすぎぬ。位相の代数構造は様相の束に通じる。

6. むすび

人は数量化を思慕するがその行動は非数値的思考をして却って融通性がある。例えば探索の場合、漠然と右の方にあるとして右に進み、適当の所でチェックして方向修正して接近する。このように処制・時制の方向性のみで逐次思考錯誤して到達する事は研究開発でも行うアルゴリズムである。その意味では数量に近づく次の時間(○印で示す場合もある⁽⁴⁾⁽⁵⁾)・隣接点を考えた様相は逆行と思われるかもしれないが、人間のするような逐次分割するアルゴリズムとしては次に何処を見るかは重要なのでこの程度は取り入れた。紙面の関係で様相論理の位相数学的表現、更に動的の微分方程式に相当する処相時相で示す様相述語論理でのモデル化をなし、定性的解析といわれる微分方程式の解の軌跡に相当する時相处相の軌跡・アトラクター等の位相力学の様相述語論理化を示す事ができなかった。また、機能の文法のプロダクションに三段論法の様相化の利用・システム評価問題への認識・認知・確信の様相論理の適用を含め、それらは今後の展望とする。この応用として文献(7)を著者は試み、災害対策の一環の火災時の極限ロボットの人工知能部のシステム設計研究中であり、そこに時相处相の様相化を試みつつある。

参考文献

- (1) 三重の & 溝口 ; コンピュータシステム論、オーム社 (1973)
- (2) R.P.McCarthy ; Tense Logic, D.Reidel (1976)
- (3) N.Rescher & A.Urquhart ; Temporal Logic, Springer-Verlag (1971)
- (4) N.Yonezaki & T.Katayama ; Functional Specification of Synchronized Processes Based on Modal Logic, Computer Science & Technologies, Ohm vol.12 (1984)
- (5) M.Fujita, H.Tanaka & T.Motooka ; Specifying Hardware in Temporal & Efficient Synthesis of State-Diagrams Using Prolog, Proceedings of