

## ファジイ推論における If-Then rule の導出

下田 瞳 石川 知雄 宮内 新

武藏工業大学電子通信工学科

ファジイ推論における規則の作成の逐次的な作業を、教師データを基に統計的手法を用いて一挙に行い、知識表現としてのルールを獲得する手法を提案する。ファジイ推論（直接法）は人の知識を推論に用いていくので、一般的にはルールのチューニングを行い、この作業によって入力空間における出力（推論結果）の調節を行う。またファジイ推論は、各出力の確信度を得ることが出来るが、その確信度の根拠は薄いものである。そこで数個の離散値を出力するようにファジイ推論を限定する事によって統計的手法を用いて教師データからルールを得、教師データに裏づけられた出力と、各出力の確信度が得られる手法を考案した。また母音識別への例も示す。

### Extraction of Fuzzy If-Then rule

Mutsumi Shimoda Tomo Ishikawa Arata Miyauchi

Department of Electronics and Communication Engineering,  
Musashi Institute of Technology

In this paper, a method to obtain Fuzzy If-Then rules from guidance data by statistical means, is proposed. This method allows to obtain knowledge from guidance data and reduces number of iterations in the process of determination of fuzzy rules.

This method allows to obtain a set of rules, from which resoning results and their certainly factor supported by guidance data, are obtained.

An example of application of this method to vowel identification, is also presented.

## 1. はじめに

ファジィ推論（直接法）におけるルールを教師データから統計的手法を用いて作成し知識表現としてのルールを獲得する手法について述べる。

ファジィ推論は、人の経験的な知識を If - Then rule に整え、推論規則として用いてるので、知識の記述性に優れている反面、人の定性的な表現を定量的な表現に直して推論規則として用いても良好な推論結果が得られるとは限らない。推論によって数種の出力（推論結果）を得る場合、チューニングによって入力空間における出力の境界の調節を行わなくてはならない。またファジィ推論から各出力の確信度を得ることが出来るが、それは必ずしも確かなものとは限らない。

そこでファジィ推論において用いられるファジィ関係に着目し、ファジィ推論を限定することによって教師データからルールを作成する事を考えた。これは教師データから入力空間中における各出力ごとの出現する確率をファジィ推論に用いるファジィ関係に対応させてルールを作成するものである。このようにして得られたルールから推論によって求められた出力と、各出力の確信度は、教師データに裏づけられたものとなる。

ここではファジィ推論に用いられるファジィ関係の生成過程に着目して教師データからファジィ推論に用いるルールを作成する手順を示す。また母音認識への適用例についても報告する。

## 2. ファジィ推論（直接法）に用いられるファジィ関係

### 2. 1 ファジィ推論に用いられるルールの例（車の車間保持）

ファジィ推論（直接法）の例を示す。車の車間保持を行なう場合を考えてみる。これ以降この例を説明に用いていく。入力は観測した一つの値で「速度」と「車間距離」とし（入力は一般にはファジィ集合）出力は加速度の値とする。推論規則は以下の4つとする。

rule1 もし 車間距離 が 狹く 速度 が 速い ならば 加速度は 減速  
rule2 もし 車間距離 が 広く 速度 が 遅い ならば 加速度は 加速  
rule3 もし 車間距離 が 狹く 速度 が 遅い ならば 加速度は 保持  
rule4 もし 車間距離 が 広く 速度 が 速い ならば 加速度は 保持

#### リスト1 推論規則

これを記号化し（リスト2）、それぞれの記号の定義を以下の図1のように決める。

#### 推論規則

rule1 IF x is A<sub>1</sub> and y is B<sub>1</sub> THEN z is C<sub>1</sub>  
rule1 IF x is A<sub>2</sub> and y is B<sub>1</sub> THEN z is C<sub>2</sub>  
rule3 IF x is A<sub>1</sub> and y is B<sub>2</sub> THEN z is C<sub>3</sub>  
rule4 IF x is A<sub>2</sub> and y is B<sub>2</sub> THEN z is C<sub>4</sub>

#### リスト2 記号化した推論規則

### ファジィ推論例（車の車間保持）

言語変数 車間 の値  $A_1$ : 狹い を表すファジィ集合  
 $A_2$ : 広い を表すファジィ集合  
 $\times$ : 車間距離を表す言語変数

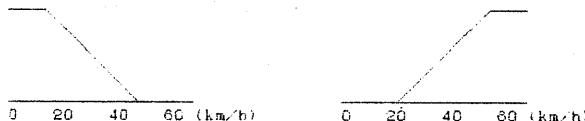
言語変数 速度 の値  $B_1$ : 遅い を表すファジィ集合  
 $B_2$ : 速い を表すファジィ集合  
 $\gamma$ : 速度 を表す言語変数

言語変数 加速度 の値  $C_1$ : 減速 を表す値  
 $C_2$ : 加速 を表す値  
 $C_3$ : 保持 を表す値  
 $\zeta$ : 加速度 を表す言語変数

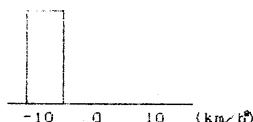
$A_1$ : 狹い を表すファジィ集合       $A_2$ : 広い を表すファジィ集合



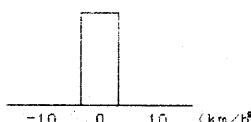
$B_1$ : 遅い を表すファジィ集合       $B_2$ : 速い を表すファジィ集合



$C_1$ : 減速 を表す値



$C_2$ : 加速 を表す値



$C_3$ : 保持 を表す値

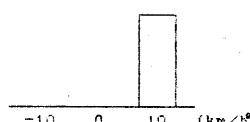


図1 リスト2の記号の定義

## 2. 2 ここでのファジィ関係の表記法

これ以降、説明に用いるファジィ関係の表記法を示す。

ファジィ関係は、離散的には2項ファジィ関係の場合行列で表されその数値は、クレードの値となる。

→車間距離

↓

速  
度

1.	1.	.8	.6	.4	.2	0	0	0	0
1.	1.	.8	.6	.4	.2	0	0	0	0
.8	.8	.8	.6	.4	.2	0	0	0	0
.6	.6	.6	.6	.4	.2	0	0	0	0
.4	.4	.4	.4	.4	.2	0	0	0	0
.2	.2	.2	.2	.2	.2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

図2 行列で表わされた2項ファジィ関係

それを等高線のように以下のように表す

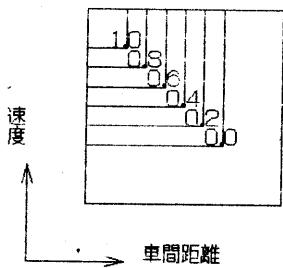


図3 等高線で表わされた2項ファジィ関係

また3項ファジィ関係は、2項ファジィ関係を表す図を並べて表す。

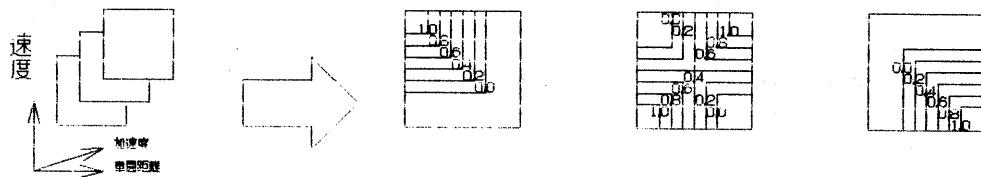


図4 3項ファジィ関係

## 2.3 ファジィ推論に用いるファジィ関係生成の過程

さきに述べた事柄をもとにファジィ関係の生成の過程を式と図とで辿っていく。

以下のような形式のファジィ推論を考える。

規則

IF  $x$  is  $A_1$  and  $y$  is  $B_1$  THEN  $z$  is  $C_1$  else

IF  $x$  is  $A_n$  and  $y$  is  $B_n$  THEN  $z$  is  $C_n$  else

事実  $x$  is  $A'$

-----  
結論  $y$  is  $B'$

このとき規則からファジィ関係  $R$  を得て  $x$  is  $A'$  (入力) が与えられたとき

$$B' = A' \circ R$$

によって  $y$  is  $B'$  (出力) を推論することを「推論の合成規則」によるファジィ推論(直接法)という。

このようにファジィ推論(直接法)はファジィ関係を使った推論の合成規則によって行なわれ、man and an i の方法でのファジィ関係の作成は式で示すと以下のような手順になる。

規則 IF  $x$  is  $A$  and  $y$  is  $B$  THEN  $z$  is  $C$

ただし  $A, B, C$  は

$$A = \int_U \mu_A(u) / u, \quad B = \int_V \mu_B(v) / v, \quad C = \int_W \mu_C(w) / w$$

で表されるファジィ集合で  $A \subseteq U, B \subseteq V, C \subseteq W$   $UVW$  はクリスプ集合

について

含意  $(AxV) \cap (BxU) \rightarrow C$  略して  $A \cap B \rightarrow C$

はファジィ関係  $R_1$  で表される ( $R_1 = A \cap B \rightarrow C$ )。

推論則の前件部から生成されるファジィ関係  $r_1$  は

$$r_1 = A \cap B = AxB = \int_{U \times V} \mu_A(u) \mu_B(v) / (u, v) \text{ なので } \quad (\text{図5中①})$$

ファジィ関係  $R_1 = A \cap B \rightarrow C = AxB \rightarrow C$

$$= \int_{U \times V} \mu_A(u) \mu_B(v) / (u, v) \rightarrow C$$

mandani の方法では  $AxB \rightarrow C = AxByC$  なので

$$= \int_{U \times V \times W} \mu_A(u) \mu_B(v) \mu_C(w) / (u, v, w) \quad (\text{図5中③})$$

となる。

$n$  個の規則の含意を表わすファジィ関係  $R_1 \sim R_n$  は、mandani の方法では

$$R = \bigcup_{i=1, n} R_i \quad (\text{OR}) \quad (\text{図5中④})$$

として 1 つにまとめられる。

最終的なファジィ関係は、一般にルールの前件部が  $n$  個の命題から成るとき、 $n + 1$  項ファジィ関係となる。

最終的なファジィ関係  $R$  は mandani の方法では

$$R = \bigcup_{i=1, n} R_i$$

として得られるので

同じ後件部を持つ推論則の前件部から生成されるファジィ関係  $r_1 = AxB$  はあらかじめ

$$r = \bigcup_{i=1, m} r_i \quad (\text{図5中②の } r) \quad (\text{図5中②の } r)$$

とまとめておいても良い。

最終的なファジィ関係  $R$  が得られれば推論の合成規則によるファジィ推論

$$B' = A' \circ R \quad (A' \text{ は入力で } A' \subseteq U)$$

を行なって非ファジィ化して結果が得られる。

また非ファジィ化の前に各出力ごとの確信度も得られる。

(図6)

このファジィ関係Rの生成の過程を図で示すと下図5の様になる。

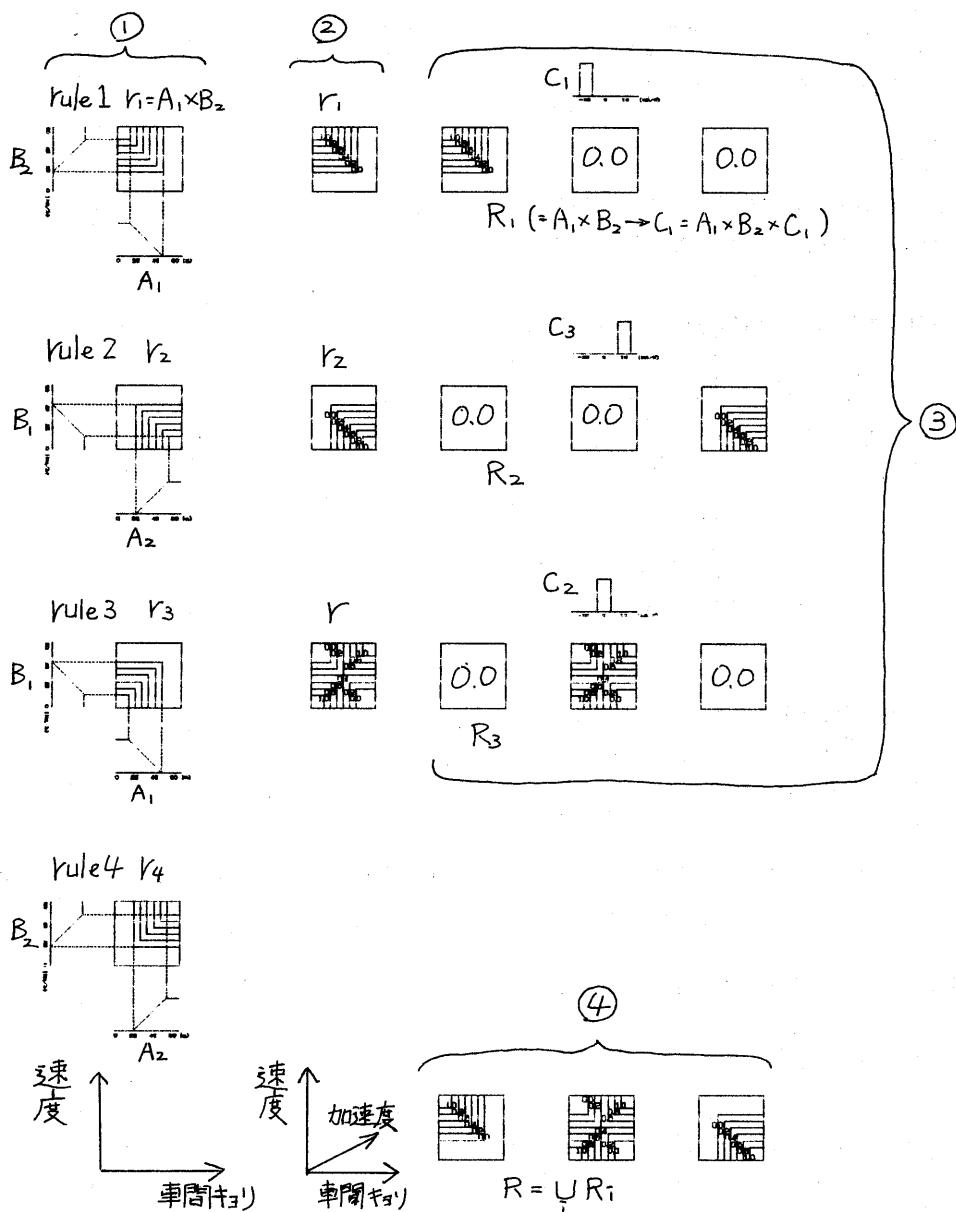


図5 ファジィ関係生成の過程

このように作成された最終的なファジィ関係から推論が行われる。

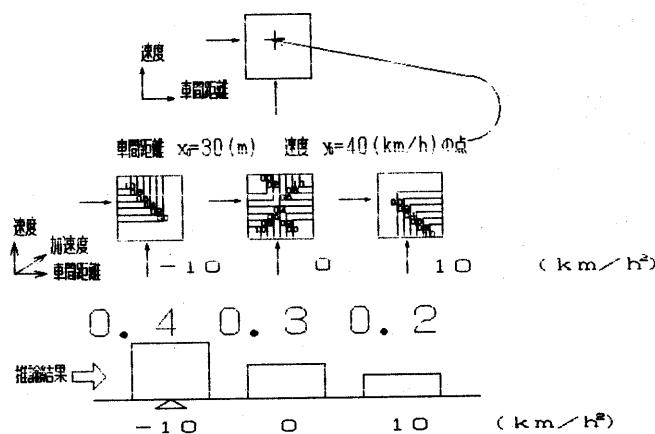


図6 ファジィ関係からのファジィ推論

### 3. If-Then rule の作成の方法

#### 3.1 If-Then rule の作成の概要

##### 3.1.1 ファジィ推論の限定

まずファジィ推論の方法を以下のように限定する。

- ファジィ推論（直接法）においてmandaniの方法を用いる
- ルールの後件部のファジィ集合が、1つの要素しかとらない（1つの要素のみがグレードが1.0で、あとは全て0.0）
- 非ファジィ化の手法がグレードの最大の要素を採用し、数個の離散的な値を出力する

このようにファジィ推論を限定する事で、ルールの後件部の種類は出力の数と一致出来る。

##### 3.1.2 ファジィ関係からのルール前件部の決定

また入力空間中における各出力の出現する確率の分布を推論に用いられるファジィ関係に対応させる事が出来るが、ファジィ推論を限定上記のように限定する事で、ファジィ関係のルールからの生成の過程を図5中の④→③→②と逆に辿る事が出来るので統計的な手法を用いて②→①とファジィ関係からルールに分解できればよい。その様子を以下に示す。

1) 入力空間ごとに各出の存在率の分布を教師データから求め各出力ごとに見てみると次のようになったとする。それらは以下のようにしてルールが作られる。

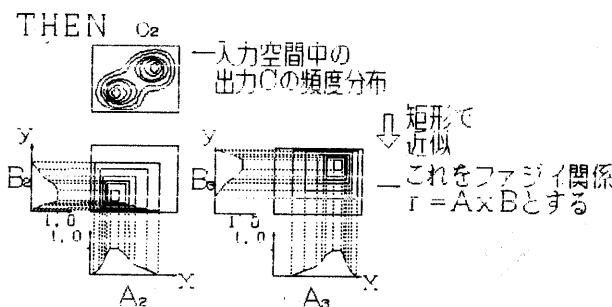


図7 ルールの生成

• IF  $x$  is  $A_1$  and  $y$  is  $B_1$ , THEN  $z$  is  $C_1$

リスト3 図7から得られるルール

2) もし出力の存在率の分布が複雑ならばいくつかのルールを用いることになる。

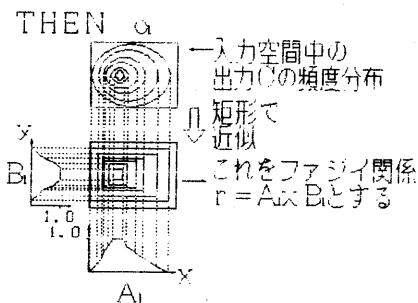


図8 ルールの生成

• IF  $x$  is  $A_2$  and  $y$  is  $B_2$ , THEN  $z$  is  $C_2$

• IF  $x$  is  $A_3$  and  $y$  is  $B_3$ , THEN  $z$  is  $C_3$

リスト4 図8から得られるルール

3) もし出力の存在率の分布が以下のようなならば一方の軸の入力について考慮する必要がなくなる。

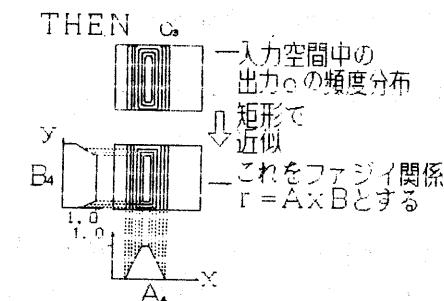


図9 ルールの生成

• IF  $x$  is  $A_4$  and  $y$  is  $B_4$  THEN  $z$  is  $C_4$

↓

• IF  $x$  is  $A_4$  THEN  $z$  is  $C_4$

リスト5 図9から得られるルール

### 3.2 If-Then rule の作成

1), 2) で示したようにルールを作成するために以下の過程で処理を行う

- ①教師データをサンプリングし入力空間内でヒストグラムを作成する。
- ②入力空間内の各出力の割合を求め、各出力ごとに分離する。
- ③得られた各出力ごとの入力空間での存在率の分布をクラスター分析をセントロイド法で行う。
- ④各クラスターの分散を算出し、許せる範囲ならばまた更にクラスターを融合していく
- ⑤各クラスターを重心から各軸方向に片側分散を算出し正規分布で近似する。(矩形で近似)

### 4 母音識別での適用例

この手法は、数個の離散値を出力するようにファジィ推論を限定しており、母音識別に適用してみた。その手順は、母音の音声データを収集し、LPC(線形予測)ケプストラム分析を行い、ケプストラム係数を得る(12次程度)。そして各母音ごとのケプストラム係数の分布から、ファジィ If-Then rule を導き出し識別に用いるものである。  
得られた結果は会場にて報告する。

### 5. まとめ 謝辞

ファジィ推論(直接法)におけるルールを教師データから統計的手法を用いて作成し知識表現としてのルールを獲得する手法について述べた。

この手法はファジィ推論において用いられるファジィ関係に着目し、数個の離散値を出力するようにファジィ推論を限定することによって、教師データからルールを作成するものである。これは教師データから入力空間中における各出力ごとの出現する確率をファジィ推論に用いるファジィ関係に対応させてルールを作成するものである。このようにして得られたルールから推論によって求められた出力と、各出力の確信度は、教師データに裏づけられたものとなる。

この研究を進めるにあたって数々の助言を下さった(株)日立製作所 システム開発研究所 船橋主幹研究員に感謝致します。

## 6 参考文献

- 1) ファジィ理論とその応用 水本雅晴 著 サイエンス社
- 2) ファジィシステム入門 菅野道夫  
浅居喜代治  
寺野寿郎 共著 オーム社
- 3) C言語による実用ファジィブック  
三矢直城  
田中一男 共著 ラッセル社
- 4) 多変量解析入門Ⅱ 川口至商 著 森北出版
- 5) デジタル信号処理 古井貞 著 東北大学出版会