

DoG 関数によるボリューム近似とその視覚化

村木 茂

電子技術総合研究所

〒305 つくば市梅園1-1-4

DoG 関数を基本関数（マザー・ウェーブレット）とした非直交ウェーブレットを用いて、ボリュームデータを展開し、物体構造を階層的に記述する方法を提案する。DoG 関数は、2 個のガウス関数を重ね合わせることにより生成され、その表現は Blinn の Blobby Object に一致する。DoG 関数はエッジフィルターとして働くことが知られているので、この表現法は多重スケールの三次元エッジ表現とも考えることができる。本稿では、提案した DoG 関数表現の近似精度を評価するとともに、その視覚化法について検討する。

Representation and Visualization of Volume Data by a DoG Function

Shigeru MURAKI

ELECTROTECHNICAL LABORATORY

1-1-4 UMEZONO, TSUKUBA, 305 JAPAN

This paper presents a method to obtain a hierarchical shape description of an object by using a non-orthogonal wavelet transform, which uses a DoG function as the *mother wavelet*. The DoG function is defined as the difference of two *Gaussian* functions and the representation is equivalent to the Blinn's *Blobby object*. Since the DoG function is known as an edge filter, our representation can be considered to be the multi-scale 3D edge representation. In this paper, we evaluate the volume approximation ability of our DoG representation and discuss the visualization methods.

1 はじめに

濃度関数の融合による物体表現法は、ポリゴン表現では難しい微妙な曲面をわずかなパラメータで表現できる。このような形状表現法は、Blinn[1]、西村[2]、Wyvillら[3]によって独立に研究され、関数型のわずかな違いから、それぞれ、Blobs、メタボール、Soft objectなどの名前で呼ばれている。日本国内では、これらの形状表現法をまとめてメタボールと呼ぶことが多いが、著者は、Foleyらの教科書[4]の記述に従って Blobby Object と呼び、その自動生成法の研究を行なっている。初期の研究ではこの問題を、複数の三次元ガウス関数が作る等値曲面を距離画像に当てはめる非線形最小化問題として定式化し、数値計算により解を求めたが、その計算時間と非線形最小化法の不安定さが大きな問題となつた[5]。そこで、信号処理の分野で注目されていた、ウェーブレット変換[6]を三次元化し、ボリュームデータを展開することによって、線形演算で、比較的短時間に、濃度関数による物体形状表現を生成した[7]。しかし、この濃度関数はガウス関数に比べて形が複雑で、球対称性のない8種類の三次元関数が必要であった。本稿では、これらの問題を解決するために、DoG (Difference of Gaussians) 関数を基本関数(マザー・ウェーブレット)とした非直交ウェーブレット変換[8]を用いて、三次元画像が Blinn の Blobby モデル(ガウス関数表現)に展開できることを示す。さらに、ボリュームレンダリングを用いて、視覚的に近似精度を評価とともに、本表現法に適した視覚化法について議論する。

2 非直交ウェーブレットと DoG 関数

ウェーブレット変換は、

$$\psi_{a,b} = a^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (a, b \in \mathbf{R}),$$

の型で表される基本関数(マザー・ウェーブレット)を使って、任意の $L^2(\mathbf{R})$ 関数を展開する手法である。ここで、 \mathbf{R} は実数の集合で、 a はスケールパラメタ、 b はシフトパラメタである。ウェーブレットが正規直交性を持つ特別な場合を除いて、ウェーブレット展開は、

$$f \approx \lambda \sum_{a,b} \langle f, \psi_{a,b} \rangle \psi_{a,b},$$

のような定数 λ を伴った $L^2(\mathbf{R})$ 関数 f の近似を与える。近似の良否はマザー・ウェーブレットの選び方に依存する。本稿では、三次元 DoG 関数

$$\psi(\vec{x}) = e^{-|\vec{x}|^2/\sigma_1^2} - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^3 e^{-|\vec{x}|^2/\sigma_2^2}, \quad (1)$$

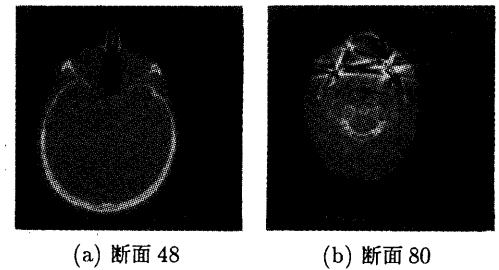


図1: 実験に用いたボリュームデータ (CThead).

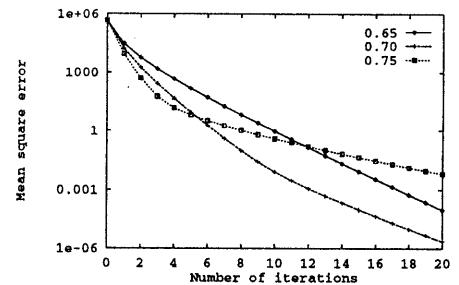


図2: 反復による近似誤差の減少 ($\sigma_1 = 0.65, 0.70, 0.75$).

をマザー・ウェーブレットに選び、

$$V(\vec{x}) \approx \lambda \sum_{i,j,k,l} \langle V, \psi_i(\vec{x} - \vec{b}_{i,j,k,l}) \rangle \psi_i(\vec{x} - \vec{b}_{i,j,k,l}). \quad (2)$$

によって、ボリュームデータ V を近似する。ここで ψ_i は、解像度 i の情報を近似する関数で、

$$\psi_i(\vec{x}) = 2^{-\frac{3}{2}i} \psi(2^{-i}\vec{x}).$$

\vec{b} は、多重解像度格子、

$$\vec{b}_{i,j,k,l} = (2^l i, 2^l j, 2^l k), \quad (i, j, k, l \in \mathbf{Z})$$

であり、 \mathbf{Z} は整数の集合とする。本稿では、スケールパラメタ i の範囲を $0 \leq i \leq 7$ とし、式(1)の σ_2 は、我々の DoG 関数が、エッジフィルタとして知られる $\nabla^2 G$ (Laplacian of Gaussian) 関数を最も良く近似するように、 $\sigma_2 = 1.6\sigma_1$ と定めた[9]。これによって本表現法は多重解像度のエッジ表現と考えることができる。また、 σ_1 の値は、次に述べる反復法の収束の速さから $\sigma_1 = 0.7$ とした。

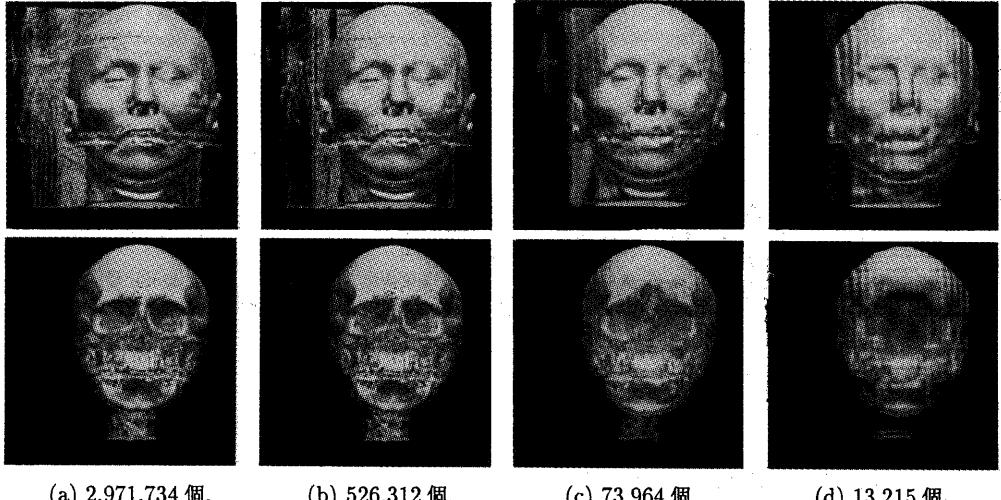


図 3: 再構成されたボクセルのボリュームレンダリング

DoG 関数が非直交ウェーブレットであるため、式(2)は、ボリューム V の近似にすぎず、未定の定数入を含んでいる。しかし、 λ は元のボリュームデータと式(2)との誤差を最小にする最小自乗法によって容易に求められる。また、 σ_1, σ_2 を上記のようにとった場合、式(2)の近似はかなり正確であるため、その近似誤差を式(2)で展開し、その展開係数を先に求めた係数と足し合わせる操作を反復することで、近似精度を十分に高くできる [10]。

図 1は、ノースカロライナ大学が配布している、Chapel Hill Volume Rendering Test Dataset に収められている、連続した 115 枚の X 線 CT 画像の一部である。これらの画像から 128^3 ボクセルのボリュームデータを生成し、実際に DoG 関数表現を行なった。図 2は、反復に伴う平均自乗誤差の変化を示している。10 回から 20 回の反復で、十分精度良く元のボリュームデータが近似できることがわかる。

3 DoG 関数表現の視覚化

3.1 ボリュームレンダリング

DoG 関数表現を視覚化する方法は、二通り考えられる。一つは、DoG 関数表現からボクセル表現を再構成し、従来のボリュームレンダリング法を使う方法であり、もう一つは、DoG 関数の直接レンダリングである。ここではまず、従来のボリュームレンダリング法を用いて、DoG 関数表現の近似精度を調べることにする。

Levoy のボリュームレンダリング法 [11] では、各ボクセルに、色 $c(\vec{x})$ と、不透明度 $\alpha(\vec{x})$ を定義して、

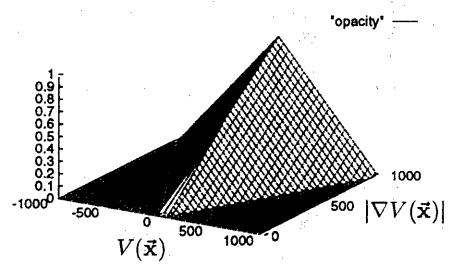


図 4: 零交差表示のための不透明度の設定法

視線に沿って、

$$C_{out} = C_{in}(1 - \alpha(\vec{x})) + c(\vec{x})\alpha(\vec{x}). \quad (3)$$

で示されるように、順番にボクセル色を加算していくことで、画像を生成する。図 3は、20 回の反復の後に得られた展開係数を使って再構成したボクセル表現を、ボリュームレンダリングで視覚化した画像である。図 3(a)は、すべての零でない係数を用いて再構成したボクセル表現を視覚化した例である。上が皮膚表面、下が頭蓋骨表面で、それぞれ Levoy の境界面表示法 [11] に、Westover の splatting [12] を組合させて、並行投影で表示した。図 3(b)は、図 3(a)で用いた展開係数の中から、絶対値の大きい 526,312 個を使って再構成した例である。使用するプリミティブの数が $1/6$ 近くに減っているにもかかわらず、画質はさほど劣化しない。図 3(c)では、図 3(b)で用いた展開係数の中から、最も解像度の高いスケール ($l = 0$) の展開係数

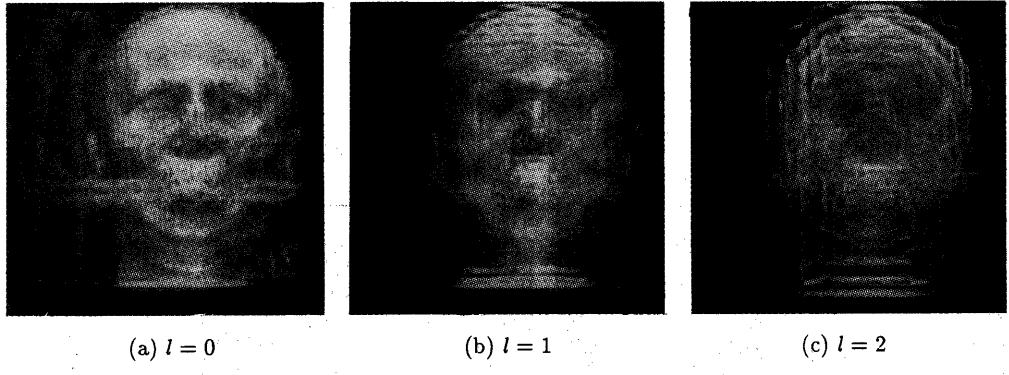


図 5: 零交差曲面表示

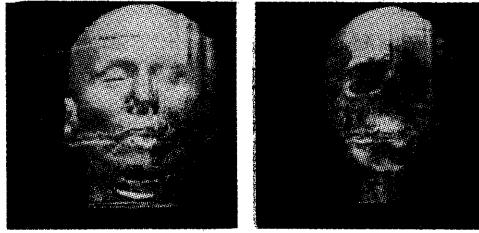


図 6: 122,216 個のプリミティブを使った部分強調表示

を取り除いた場合、図 3(d) は、さらに $l = 1$ の展開係数を取り除いた場合の例である。

ここで、DoG 関数表現の各スケールを別々に表現する方法を考えてみる。我々の DoG 関数は、 $\nabla^2 G$ 関数を良く近似しているので、一つのスケールの展開係数だけを用いて再構成したボクセル表現から、零交差曲面を抽出することで、各スケールでの三次元エッジが表示できると考えられる [9]。零交差曲面の表示には、Levoy の等値面表示法 [11] を、勾配の絶対値が大きい程、不透明度が高くなるように改造して、

$$\alpha(\vec{x}) = \begin{cases} |\nabla V(\vec{x})| - |V(\vec{x})| & \text{if } |V(\vec{x})| \leq |\nabla V(\vec{x})| \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

によって式(3)の $\alpha(\vec{x})$ を定めた。ここで、 $|\nabla V(\vec{x})|$ は、近傍の 6 ボクセルから計算した、各ボクセルでの濃度値の勾配の絶対値である。図 4 は、不透明度 $\alpha(\vec{x})$ と、 $V(\vec{x})$ 、 $|\nabla V(\vec{x})|$ の関係を示している。図 5 は、その不透明度を用いた零交差曲面表示である。解像度の高い順に三つのスケールを表示した。DoG 関数表現が、多重解像度の三次元エッジ表現に近いことがわかる。

ウェーブレットが局所的な関数であることから、特定の部分に解像度の高いプリミティブを配置することによって、その部分だけを強調表示することができ

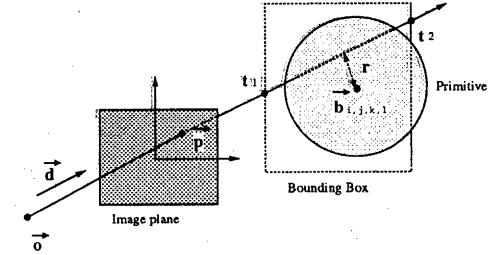


図 7: 濃度値再投影法。

る。図 6 は顔の右前だけに高解像度のプリミティブを使って再構成した例である。122,216 個のプリミティブで、顔の右前だけが完全に再現されている。

3.2 濃度値再投影表示

ここでは、DoG 関数を直接視覚化する方法を説明する。DoG 関数は、二つのガウス関数の重ね合わせとして表現されるので、Kalra らによって提案された保証付き交点計算アルゴリズム [13] を使って等濃度値曲面を表示することができる。しかし、この方法は計算コストが膨大であるので、その代わりとしてレントゲン写真のような画像を生成する濃度値再投影法 [14] を提案する。濃度値再投影法は、図 7 のような視線に沿った濃度値の線積分を画素値とするレイ・キャスティングと考えられ、

$$\int_{t_1}^{t_2} V(\vec{x}) dt = \sum_{l=0}^7 \sum_{i,j,k} c_{i,j,k,l} \int_{t_1}^{t_2} \psi_l(\vec{x} - \vec{b}_{i,j,k,l}) dt, \quad (4)$$

のように定式化される。ここで、

$$\vec{x} = \vec{d}t + \vec{o},$$

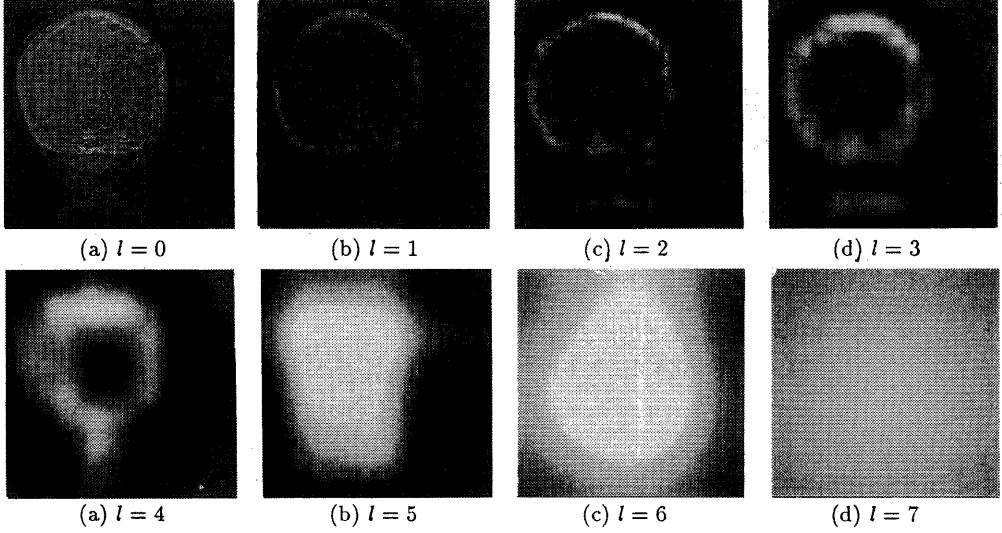


図 8: スケールごとに表示した濃度値再投影表示.

は、視線上の点、

$$\vec{d} = \frac{\vec{p} - \vec{o}}{|\vec{p} - \vec{o}|}$$

は、視線方向の単位ベクトルである。式(4)は、

$$I(\vec{x}, \vec{b}_{i,j,k,l}, l, \sigma) = \int_{t_1}^{t_2} e^{-|\vec{x} - \vec{b}_{i,j,k,l}|^2 / 4^l \sigma^2} dt. \quad (5)$$

として、

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} V(\vec{x}) dt \\ &= \sum_{l=0}^7 \sum_{i,j,k} 2^{-\frac{3}{2}l} c_{i,j,k,l} \{ I(\vec{x}, \vec{b}_{i,j,k,l}, l, 0.70) \\ & \quad - \left(\frac{1}{1.6} \right)^3 I(\vec{x}, \vec{b}_{i,j,k,l}, l, 1.12) \}, \end{aligned}$$

と表される。式(5)は、ガウス関数が球対称で、かつ、

$$e^{-|\vec{x}|^2 / \sigma^2} = e^{-x^2 / \sigma^2} e^{-y^2 / \sigma^2} e^{-z^2 / \sigma^2}$$

のように各空間軸方向の三つの一次元ガウス関数の積に分割できることから、

$$I(\vec{x}, \vec{b}_{i,j,k,l}, l, \sigma) = e^{-r^2 / 4^l \sigma^2} \int_{t_1-s}^{t_2-s} e^{-x'^2 / 4^l \sigma^2} dx'$$

と表現でき、右辺の積分は、

$$\begin{aligned} & \int_{t_1-s}^{t_2-s} e^{-x'^2 / 4^l \sigma^2} dx' \\ &= 2^l \sigma \cdot \begin{cases} \{ \text{Erf}(\frac{t_2-s}{2^l \sigma}) - \text{Erf}(\frac{t_1-s}{2^l \sigma}) \}, & s \leq t_1 \leq t_2 \\ \{ \text{Erf}(\frac{s-t_1}{2^l \sigma}) + \text{Erf}(\frac{t_2-s}{2^l \sigma}) \}, & t_1 \leq s \leq t_2 \\ \{ \text{Erf}(\frac{s-t_1}{2^l \sigma}) - \text{Erf}(\frac{s-t_2}{2^l \sigma}) \}, & t_1 \leq t_2 \leq s \end{cases} \end{aligned}$$

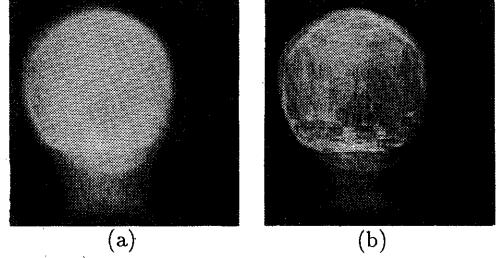


図 9: 濃度値再投影表示

のように、書き直される。ここで、

$$\begin{aligned} s &= (\vec{b}_{i,j,k,l} - \vec{o}) \cdot \vec{d} \\ r^2 &= |s\vec{d} - (\vec{b}_{i,j,k,l} - \vec{o})|^2 \end{aligned}$$

であり、

$$\text{Erf}(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$$

は、誤差関数である。誤差関数は、汎用ワークステーションの数学ライブラリに標準的に含まれているため、この濃度値再投影法を使えば、ボクセルデータを再構成することなく、DoG 関数表現を視覚化できる。

図 8は、濃度値再投影法を用いて、各スケールごとに別々に生成した画像である。この8個の画像を単純に足し合わせれば、図 9(a)のような、レントゲン写真のような画像が得られる。また、これらを異なる比率で足し合わせれば、三次元エッジ強調画像が得られると考えられる。図 9(b)は、 $l = 0$ のスケールだけを5倍に強調した画像である。細部が詳細に表示

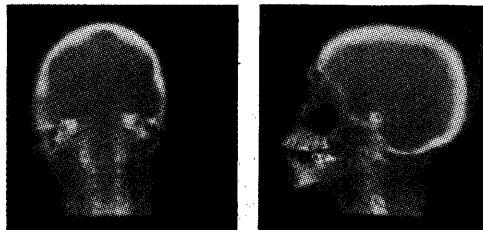


図 10: 部分レンダリング

されている。さらに、積分範囲を変えることにより、図 10 のような、狭い範囲だけを視覚化することも可能である。

4 おわりに

本稿では、DoG 関数をマザー・ウェーブレットとした、三次元非直交ウェーブレット変換を用いて、ボリュームデータを DoG 関数表現に変換した。生成された DoG 関数は、Blinn の Blobby Object と同じ構造を持つとともに、多重スケールの三次元エッジ表現とみなすことができた。また、この表現の視覚化法として、ボクセル表現を再構成してボリュームレンダリングを適用する方法と、DoG 関数の直接レンダリングによる方法を提案した。

計算には SGI 製 *Indigo² Extreme* を使用し、変換要した時間は、 128^3 ボクセルのボリュームデータに対して 1.5 ~ 3 時間であり、レンダリングに要する時間は、ボリュームレンダリングの場合で数秒、濃度値再投影法で 10 ~ 20 分であった。ただし、ボリュームレンダリングの場合は、ボクセルデータの再構成に 10 分程度、色、不透明度の計算にそれぞれ 1 分程度を余分に要し、並行投影でしか表示できない。

本手法で、人間の頭部を内部構造まで含めて正確に近似するには、数十万プリミティブが必要であった。ボリューム表現とサーフェイス表現の違いがあるものの、メタボールなどの形状モデリング法が、複雑な物体形状を数百個のプリミティブで記述していることを考えると、DoG 関数表現のプリミティブ数を少なくすることは、今後の重要な課題となるだろう。また、濃度値再投影法も splatting を使うなどの高速化が必要であろう。

参考文献

- [1] J.F.Blinn:"A Generalization of Algebraic Surface Drawing", *ACM Trans. on Graphics*, Vol. 1, No.3, pp.235-256, 1982.
- [2] 西村仁志, 平井誠, 河合利幸, 河田亨, 白川功, 大村浩一:"分布関数による物体モデリングと画像生成の一手法", 信学論(D), Vol.J68-D, No.4, pp.718-725, 1985.
- [3] G.Wyvill, C.McPheevers and B.Wyvill:"Data Structure for Soft Objects", *The Visual Computer*, Vol.2, pp.227-234, 1986.
- [4] J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner and J. F. Hughes :"Computer Graphics: principles and practice", Addison-Wesley, Menlo Park, 1990.
- [5] S. Muraki : " Volumetric Shape Description of Range Data using "Blobby Model", *Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '91)*, Vol.25, No.4, pp. 227-235, 1991.
- [6] S. G. Mallat : " A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation", *IEEE Trans. PAMI*, Vol.11, No.7, pp.674-693, 1989.
- [7] S. Muraki:"Volume Data and Wavelet Transforms", *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol.13, No.4, pp.50-56, 1993.
- [8] I. Daubechies : Ten Lectures on Wavelets, SIAM CBMS-61, 1992.
- [9] D. Marr and E. Hildreth:"Theory of edge detection", Proc. R. Soc. London, B 207, pp.187-217, 1980.
- [10] 村木茂:"球対称非直交ウェーブレットによるボリューム表現", *Medical Imaging Technology*, Vol.12, No.1, pp.28-36, 1994.
- [11] M. Levoy : " Display of Surface from Volume Data", *IEEE CG&A*, Vol.8, No.5, pp. 29-37, 1988.
- [12] L. Westover:"Footprint Evaluation for Volume Rendering", *Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '90)*, Vol.24, No.4, pp. 367-376, 1990.
- [13] D. Kalra and A. H. Barr : " Guaranteed Ray Intersections with Implicit Surfaces", *Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '89)*, Vol. 23, No.3, pp. 297-306, 1989
- [14] 金秀一, 木村満秀, 横井茂樹, 烏賀純一郎, 松尾導昌 : "濃度再投影表示に基づく医用三次元画像診断支援システムの開発", 医用電子と生体工学, Vol. 27, No.3, pp.127-133, 1989.