

自然な紅葉のフラクタルレンダリング

望月茂徳† 蔡東生‡

本研究では、葉自身・枝葉の紅葉進度の差であるエイジングを考慮することが、季節感を持つ紅葉のモデリングにおいて重要な問題であると考え、そこで、葉脈や枝のフラクタル構造に着目し、紅葉を Iterated Function System (IFS) のアトラクタとして捉える。IFS において Chaos Game Algorithm, あるいは、IFS アドレス定理を用い、エイジングを考慮した葉レベル、枝レベルの紅葉のフラクタルモデルを提案する。また、これらを再帰的 IFS モデルとして用い、樹木個体・森林・山全体レベルの紅葉化モデルに拡張・汎用化できることを議論する。

Fractal Rendering of Autumn Coloring

Shigenori Mochizuki† DongSheng Cai‡

In this paper, we consider the aging which indicates the difference of progress of autumn coloring in a leaf or in leaves on a branch as the important factor to model the seasonal autumn coloring. Therefore, we focus on the fractal structures of vein or branching, and we consider the autumn coloring as the attractor in the Iterated Function System (IFS). We model the aging in a leaf-level or branch-level with Chaos Game Algorithm and IFS addressing theorem. We discuss that it is possible to universally model all level of autumn coloring (leaf-level, branch-level, forest-level, etc) using recurrent IFS.

1 はじめに

日本をはじめ、四季の見られる地域では、色とりどりに変化する紅葉現象は非常に身近で、生活感・季節感をもたらすものとして重要な存在である。

このような季節感のある景観の経時変化の表現は、公園設計・都市計画などの景観シミュレーションや、映像産業の場面において欠くことができないものである。

様々な樹木形態のモデリング/レンダリングの研究としては A. Lindenmayer, P. Prusinkiewicz[1] などが有名であるが、紅葉の色彩変化においては、次のような研究が知られている。

早乙女ら [2] は、紅葉のモデリングにおいて、Biological Based Modeling (BBM) という言葉を提唱し、生物学者の植物色素の変遷データを用いてモデル化を行った。

望月ら [3] は、エイジングにしたがった紅葉の様子を表現するために Iterated Function System (IFS) の概念を導入し、カオスゲームアルゴリズムによって葉をレンダリングする方法を提案している。

千葉ら [4] は、太陽による葉の屈光性を表現し、自然らしい紅葉樹木の形状を表現することに主軸を置いている。ここでは紅葉の色彩変化の表現については、概算的なモデルによって行われている。

Monro ら [5] は IFS によるアトラクタの様々なレンダリング方法を紹介し、Minimal Plotting Algorithm という高速レンダリング方法をあげ、一例としてカエデの葉のレンダリングを行っている。

村岡ら [6] は、山岳の緯度・高度と地形に応じて植生を定め、樹種に応じた色彩変化の系列を与えた。また、3次元モデルに基づく CG 画像の生成方法についてシミュレーション例を示した。

本研究では、2.2 節で説明する紅葉のエイジングに着目する。ここで見られるような葉上、あるいは枝、樹木上における紅葉の進度の差の表現こそが、紅葉の季節感を与える大事な要素と考える。そこで、そのような紅葉のエイジングを考慮するため、IFS における Chaos Game Algorithm [7]、あるいは IFS アドレス定理 [7] 紅葉をモデル化することを試みる。

また、葉レベル・枝レベル・樹木レベルといった各レベルの紅葉進度のゆらぎを統一的に再帰的 IFS モデルで説明する。自然な紅葉のフラクタルレンダリングを目指す。

2 紅葉のメカニズム

2.1 植物色素の配合変化

紅葉の色発現・色彩変化は主に葉中のクロロフィル (緑)、カロチノイド (黄)、アントシアニン (赤) の色素の配合変化によってもたらされる。

夏の間の熟緑葉では、葉中には赤色を表すアントシアンはほとんど合成されず、クロロフィルとカロチノイドが配合比 5:1~8:1 で存在し、緑色が優位に立つ [8]。

秋には、葉のつけ根に離層というコルク層の組織が

† 筑波大学システム情報工学研究科
Graduate School of Systems and Information Engineering,
University of Tsukuba
‡ 筑波大学 電子情報工学系
Institute of Information Sciences and Electronics, Uni-
versity of Tsukuba

作られることによって、光合成によって作られた糖が葉から茎へと流出するのが妨げられ、葉中に糖が蓄えられる。この時色素が不安定な状態になり、クロロフィルの分解が始まることで徐々に緑色が消失する。その一方で残留したカロチノイドの黄色が次第に優位に立つ。

その後、葉中に蓄積された糖がアントシアンを合成し、これによって葉が赤色に変化していく [9]。

2.2 エイジング

エイジングとは生物学では加齢と訳され、葉の成長度合を示す指標である。図 1 左に見られるように、紅葉は主要な葉脈から最も離れた位置である輪郭部、先端部から始まり、葉の内側や枝に近い部位へ進んでいく事がわかる。

これは日射によって生成・蓄積された糖が植物色素に影響することが原因であり、また、図 1 右に見られるように、葉の一部が他の葉などの影になり、日光・紫外線が当たりにくくなったため葉の一部が赤く変化しない現象も多く見られる。このように、日射によって紅葉は一様に変化しないといえる。

またこのような色彩変化は葉レベルのみではなく、図 2 のように枝ごと、あるいは樹木レベルでの紅葉進度の差異も見られる。日光がよく当たり十分な日射量を受ける位置にある葉は、アントシアンの合成を促し、紅葉は促進される。しかしながら、他の葉の影にあり、十分な日光が当たらない位置にある葉は紅葉進度が遅い。これらの葉は、主に光の当たりにくい樹木の内側に多く、紅葉進度が速いのは外側の葉である。この現象は、一枚の葉レベルで内側と外側で紅葉進度が違ふことと似ており、非常に興味深い。



図 1: 葉のエイジング (写真)

3 本研究での紅葉モデル

2 節で説明されたように、紅葉を主なプロセスは、クロロフィル、カロチノイド、アントシアンといった植物色素の配合変化である。その植物色素の分布の変化が、紅葉のうつろいとして現れるわけだが、それらは葉上に一様に分布されるわけではなく、葉脈から距離によ



図 2: 同一樹木上の異なる紅葉進度の紅葉 (写真)

るエイジングの違いによって葉の中で紅葉進度の違いがもたらされる。

本研究では、紅葉をビジュアルモデル化するにあたっての主問題を、植物色素の分布・変遷が様でなく、複雑な葉脈の形状と関係するエイジングに見られるような自然らしく複雑な紅葉色彩変化をどのようにモデル化するかという問題として考える。

加えて、2.2 節や図 1, 図 2 に見られるような葉上、あるいは樹木上の紅葉進度の差異をコントロールしながら表現するための手法を検討する。

本研究では、紅葉をある IFS のアトラクタと捉える。紅葉のエイジングを決定付ける緑、黄、赤の成分比を Borel 測度に写像し、IFS アドレス定理により測度分布を一次元実数空間に上への写像を行う。これにより紅葉を一次元の Borel 測度問題に帰結させ、一般的な Borel 測度を用いたフラクタルレンダリング問題とする。これは植物学的紅葉現象とは自己矛盾フラクタルモデル化できる。

葉自身や枝葉の紅葉進度の差異は 2.2 節から明らかのように、葉の葉脈構造や枝のつき方の構造に大きく関係している。よく知られているように葉脈はフラクタル構造をしており、それを考慮することはエイジングをモデル化する上で避けることができない。このことから、本研究では紅葉のモデル化において IFS を取り上げる。

4 本研究で用いる数学モデルについて

4.1 IFS について

IFS は、完備な距離空間 (X, d) と、 $n = 1, 2, \dots, N$ においてそれぞれ縮小係数 s_n を持つ縮小写像 $\omega_n: X \rightarrow X$ の有限集合とからなる。この IFS を $\{X: \omega_n, n = 1, 2, \dots, N\}$ と表記し、その縮小係数は $s = \max\{s_n:$

$n = 1, 2, \dots, N$ である。

$\{X_n, n = 1, 2, \dots, N\}$ を、縮小係数 s をもつ IFS とすると、全ての $B \in \mathcal{H}(X)$ においての変換 $W : \mathcal{H}(X) \rightarrow \mathcal{H}(X)$ は、

$$W(B) = \bigcup_{n=1}^N \omega_n(B) \quad (1)$$

で定義される。これは完備な距離空間 $(\mathcal{H}(X), h(d))$ 上の縮小係数 s の縮小写像である。この縮小写像の一意の不動点 $A \in \mathcal{H}(X)$ を持ち、以下の式を満たす。

$$A = W(A) = \bigcup_{n=1}^N \omega_n(A) \quad (2)$$

ここで $A \in \mathcal{H}(X)$ を IFS のアトラクタと呼ぶ。

4.2 IFS アドレス定理

記号空間 Σ の点 $\sigma \in \Sigma$ は一般的に次のように記述される。

$$\sigma = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \sigma_5 \sigma_6 \sigma_7 \sigma_8 \dots, \quad (3)$$

ここで $\sigma_i \in \{1, 2, \dots, N\}$ である。ここで IFS の縮小写像 ω_i にある整数からなるシンボル σ_i を割り当てれば、IFS のアトラクタ A に対し次式が成り立つ。

$$A = \bigcup \omega_{\sigma_1}(\omega_{\sigma_2}(\dots(\omega_{\sigma_M}(A)))) \quad (4)$$

この時、

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \omega_{\sigma_1}(\omega_{\sigma_2}(\dots(\omega_{\sigma_M}(A)))) = a \in A \quad (5)$$

となるようなアドレス $\sigma = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4 \sigma_5 \sigma_6 \sigma_7 \sigma_8 \dots$ が点 $a \in A$ のアドレスになっている。このようなアドレスは符号化して 1 次元数直線上にマッピングすることが出来る。図 3 は Sierpinski の三角形を 1 次元数直線上の $[0, 1]$ 区間に各点をアドレスから対応づけた例である。

5 本研究での紅葉モデルについて

5.1 葉レベルでのモデル

ここではまず、一枚の葉レベルにおける紅葉モデルについて説明する。

葉の形状を表すような縮小写像 $\{\omega_i\}$ を用意する。この縮小写像 ω_i それぞれに $\sum p_i = 1$ となるような確率 p_i を与え、Chaos Game Algorithm によってその確率で振り分けながら描点する。

この時、 ω_i に対応する点の色を黄色から赤色のような色を決めて、対応する確率 p_i の値を返ることによって様々な紅葉の葉の画像を得ることができる。この時、割り当てる確率によって、エイジングに即したように端の方に偏りながら先に紅葉を進めていくことができる。

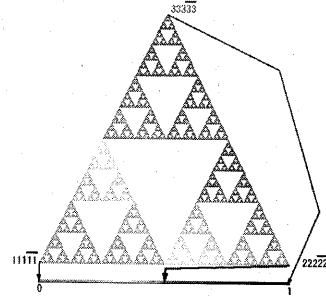


図 3: アドレスから数直線上に割り当てられた Sierpinski の三角形

る。しかも Chaos Game Algorithm を使うことによってアトラクタが均一に収束することが、Elton の定理 [7] によって保証されている。

また、別のやり方としては、アドレスを持つアトラクタ上の点を、4.2 節で示したように一次元数直線上にマッピングし、その数直線上に、紅葉の進度を表す関数を設定することによって、偏った紅葉進度を持つ任意の紅葉画像をコントロールしながら作成することもできる。この例を Sierpinski の三角形で示すと図のようになる。

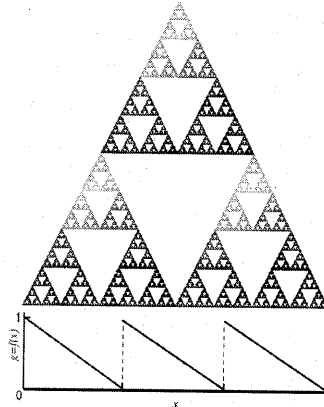


図 4: カラー測度

5.2 枝レベルでのモデル

ここではある枝についたいくつかの葉が、異なった紅葉進度をもって紅葉していく過程について検討する。このような枝葉の生成については、L-System から IFS に変換されたモデルを利用する。P. Prusinkiewicz [1] によれば、L-system の書き換え規則は、いくつかの縮小写像をもつ IFS に変換することができる。

これを利用して、前節の葉レベルにおける紅葉モデルと同様に、Chaos Game Alrithm の確率を変えることによって、枝に付く葉の紅葉進度のゆらぎを与えることができる。例えば、根本に遠い葉から紅葉が先に進むという枝のエージングに即して縮小写像に割り当てる確率を変化させる事によって、偏りを持たせながら一様に紅葉をさせていくことができる。

また、同様に IFS のアドレスにより、任意にコントロールすることができる。この場合、葉レベルのモデルでは、一枚の葉上における点のアドレスだったが、枝レベルのモデルでは、枝上にある葉を点と見たアドレスを持つことになる。

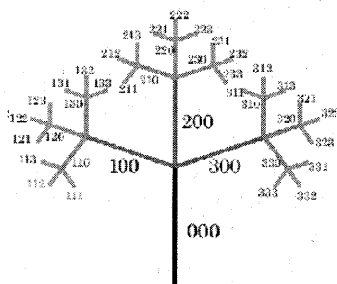


図 5: アドレスが振られた枝

6 実行結果

ここで実行結果を示す。図 6 において、エイジングを考慮した葉レベルの紅葉の実行結果を示す。図は一例として、日射が遮られるなどにより葉の一部の紅葉進度が偏って遅れた紅葉の様子を表現している。

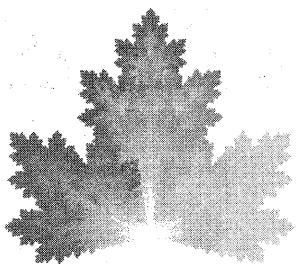


図 6: 片側だけ紅葉した葉

図 7 は、枝レベルの紅葉モデルの実行結果を示している。ある枝についた葉々が異なる紅葉進度をもって紅葉していく枝レベルのエージングを IFS のアドレスを用いてモデル化した画像である。

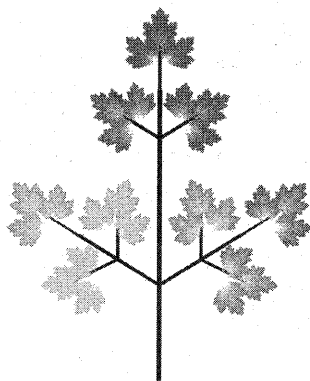
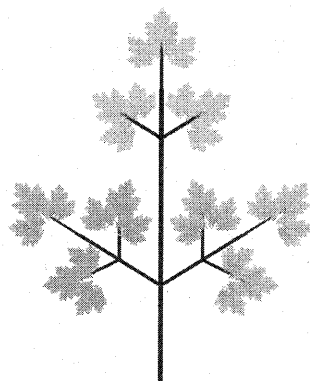


図 7: アドレスを用いた偏りのある紅葉枝

7 まとめと展望

本研究では紅葉を IFS のアトラクタとして考える。それはなぜか。紅葉の色彩変化は植物色素の変化・変遷をはじめとした物理的・化学的变化の相互作用に基因しており、それらを厳密にシミュレートすることは困難である。しかしながら、枝の生長や葉の葉脈の形状に関係したエイジングの様子などから、フラクタル的な規則の存在が容易に観測される。

IFS を導入することによって Chaos Game Algorithm を使うことができる。これにより非紅葉状態から、任意のターゲットとする紅葉状態へ均一に収束させられることが Elton の定理 [7] によって保証されている。

また、アドレス定理を用いることの利点として、紅葉の色彩変化を 1 次元実数空間に上への写像をして議論することができる。このことは紅葉現象の理解や表現意図上のコントロール性などの考察をすることができる。

さらに本研究では、葉レベル・枝レベルにおいて IFS によるモデルを求めた。コラージュの定理 [7] によれば、任意のアトラクタ A は

$$\forall A \leq \frac{H(Collage, Target)}{1-s} \quad (6)$$

で表現可能である。このことから任意のレベルの紅葉をコラージュの定理で上界をもってアトラクタとして再構成することが出来る。つまり、葉レベル・枝レベル・樹木固体レベル・森林レベルといったことなる detail を統一的な IFS モデルによって扱うことができる。その統一的扱いは本報告では割愛する。

参考文献

- [1] Przemyslaw Prusinkiewicz and Aristid Lindenmayer. *The Algorithmic Beauty of Plants*. Springer-Verlag, 1990.
- [2] 早乙女良江, 藤代一成, 池辺八洲彦. Biologically-based modeling に基づく紅葉の再現-樹木個体レベルにおける色変化-. 情報処理学会研究会報告 93-CG-65, pp. 45-52, 1993.
- [3] S. Mochizuki, D. Cai, T. Komori, H. Kimura, and R. Hori. Virtual autumn coloring system based on biological and fractal model. *Pacific Graphics '01 Computer Graphics and Applications*, pp. 348-354, 2001.
- [4] N. Chiba, K. Ohshida, K. Muraoka, and N. Saito. Visual simulation of leaf arrangement and autumn colours. *The Journal of Visualization and Computer Animation*, Vol. 7, pp. 79-93, 1996.
- [5] Donald M. Monro and Frank Dudbridge. Rendering algorithms for deterministic fractals. *IEEE Computer Graphics and Application*, pp. 32-41, 1995.
- [6] 村岡一信, 千葉則茂, 高橋匡, 斎藤伸自. 季節変化に基づく山岳景観画像生成法の検討. 画像電子学会, Vol. 22, No. 5, pp. 466-474, 1993.
- [7] M. Barnsley. *Fractals everywhere*. Academic Press, 1988.
- [8] 大谷俊二. 紅葉の化学. 化学と生物, Vol. 23, No. 11, pp. 701-708, 1985.
- [9] 武田幸作. 紅葉のしくみ. 植物と自然, Vol. 17, No. 11, pp. 2-6, 1983.