

## Radiance Grid Pyramid: ファイナルギャザリングに適した高速なフォトンマップ法

Yong-Hao Yue<sup>†</sup>

岩崎 慶<sup>††</sup>

西田 友是<sup>†</sup>

本稿では、大域照明の計算において使用されるファイナルギャザリングに適した、高速なフォトンマップ法を提案する。我々は、フォトンのエネルギーの格納に、階層的グリッド構造（Radiance Grid Pyramid）を用いる。Radiance Grid Pyramid を用いることにより、計算コストの高いフォトンの近傍探索を行なうことなく、放射輝度を推定できる。出射放射輝度の方向に基づいて、エネルギーの格納を行なうため、本手法は光沢面 BRDF を扱うことができる。

本手法を用いることにより、従来のフォトンマップ法とファイナルギャザリングを利用する手法に比べて、計算精度をほとんど犠牲にすることなく、間接照明の計算時間を一桁以上短縮することができる。また、本手法は、フォトンのデータをフォトンごとに記憶せず、かつグリッドをジオメトリプリミティブが存在する範囲にのみ生成するため、メモリ使用量は実用的である。

## Radiance Grid Pyramid: A Fast Photon Mapping Suited for Final Gathering

YONG-HAO YUE,<sup>†</sup> KEI IWASAKI<sup>††</sup> and TOMOYUKI NISHITA<sup>†</sup>

In this paper, we present a fast photon mapping method well suited for final gathering in a global illumination algorithm. We generate a hierarchical grid (called a grid pyramid) to store photon energies. Using a grid pyramid, we can estimate radiance without the nearest neighbor search, whose computational cost is high. Our method can handle low-frequent glossy BRDFs by adding photon energy directly into the grid pyramid, according to the photon's outgoing direction.

Using our method, the computational speed for indirect illumination is an order of magnitude faster than the traditional photon mapping method. Additionally, our method is efficient in memory since we do not store photon data for individual photons and grids are generated only where geometry primitives exist.

### 1. はじめに

近年、写実的レンダリングにおける大域照明計算の役割は、コンピュータグラフィックスの進歩とともにますます重要となっている。しかしながら、大域照明を考慮した高画質な画像をレンダリングすることは非常に時間がかかる。したがって、実用的な時間で高画質な画像をレンダリングすることはCGにおけるもっとも重要な研究課題のひとつとなっている。大域照明の個々の要素を計算するのに特殊化された方法は多く存在する。しかし、すべての大域照明効果を計算する高速なアルゴリズムは、開発することが難しいことが

知られている。

Jensen らによって提案されたフォトンマップ法<sup>6,7)</sup>は、すべての大域照明を統一的に解く手法である。この手法は、光源から放射されたフォトンを可視化することで、大域照明の計算時間を大きく低減した。しかし、光源から放射されたフォトン数が少ない場合には、レンダリングされた画像にはしばしばフォトンの分布の不均一さに由来する低周波のノイズが生じる。このノイズを除去するためには、大量のフォトンを放射するか、ファイナルギャザリング<sup>3),10)~12)</sup>を行う。前者は大量にメモリを消費するため、後者のほうが実用的である。

ファイナルギャザリングは、大域照明を考慮した高画質な画像を生成するときに広く用いられている手法であり、粗い大域照明の解（本稿ではフォトンマップ法により計算する）をもとに計算を行う。与えられた点における射出方向の放射輝度は、その点から多くのサンプリングレイ（ファイナルギャザリングレイ）を

<sup>†</sup> 東京大学大学院情報理工学系研究科コンピュータ科学専攻  
Department of Computer Science, Graduate School of Information Science and Technology, The University of Tokyo

<sup>††</sup> 和歌山大学システム工学部情報通信システム学科  
Department of Computer and Communication Sciences, Wakayama University

放射し、入射する放射輝度を積分することによって求められる。ファイナルギャザリングの計算におけるボトルネックは、フォトンマップによって入射する輝度を推定する、いわゆる密度推定である。密度推定においては、フォトンの近傍探索が必要であり、kd-木を用いたフォトンマップの実装を用いても、この部分は計算コストが高い。

この問題を解決するため、我々は階層的なグリッド構造にフォトンのエネルギーを格納する。我々は、この階層的なグリッド構造を *Radiance Grid Pyramid* と呼ぶ。*Radiance Grid Pyramid* を用いることにより、フォトンの近傍探索を行うことなく放射輝度を推定することができるようになる。このため、本手法は従来のフォトンマップ法に比べて一桁以上高速である。また、従来のフォトンマップ法は、個々のフォトンごとに、そのフォトンの方向、エネルギー、面との衝突位置といった情報を記憶するが、提案法はこれらのデータをフォトンごとに記憶せず、かわりにグリッドに累積されたフォトンのエネルギーのみを保持するようとするため、従来のフォトンマップ法に比べてメモリ効率がよい。本手法は近似的手法であるが、計算誤差はごくわずかである。

本稿は以下のように構成される。第2節で関連研究を簡単に紹介し、第3節に本手法の基本となるアイデアを説明する。第4節では、本手法のレンダリングスキームを述べ、第5節に提案法の詳細を述べる。計算結果や精度に関する議論は第6節で述べられ、第7節において、結論および今後の課題を示す。

## 2. 関連研究

第1節で述べたように、ファイナルギャザリングはフォトンマップによる密度推定における低周波のノイズを除去するのに用いられる。ファイナルギャザリングでは、各ファイナルギャザリングレイについて、密度推定が行われるため、密度推定が計算コストの大部分を占める。

Christensen ら<sup>2)</sup>は、フォトン数個おきに事前に放射照度を計算し、それを再利用することで密度推定を高速化した。Lavignotte ら<sup>3)</sup>は、GPU を用いてフォトンをスプラッティングすることで放射照度を求めた。しかしこれらの手法は光沢面には適用できない。

Havran ら<sup>5)</sup>は、リバースフォトンマッピング法を提案し、逆順にファイナルギャザリングを行うことによってメモリアクセスの効率化を図り、レンダリング速度を3倍程度高速化した。これに対して、我々の手法はレンダリング速度を18倍以上高速化する。

Arikant ら<sup>1)</sup>は、放射照度分解法を提案し、計算点からみて近くからの放射輝度分布と遠くからの放射輝度分布を別々に計算することで、レンダリングを高速化した。しかし、光沢面における手法の妥当性は検証されていない。

Hannson ら<sup>4)</sup>は、シーン全体を覆う一様グリッド（階層構造でない等間隔グリッド）の各ボクセル（以下グリッドセルと呼ぶ）にそのグリッドへ入射したエネルギーの合計と、フォトン数の合計を保存するデータ構造を提案した。密度推定は、フォトン数の合計が十分となるまで探索領域を拡張することで行う。探索領域の拡張は、近傍グリッドの探索によって行われるため、kd-木を用いるフォトンマップ法よりも一般にはるかに高速に実行できる。しかし、探索の拡張に伴うグリッド数の増加は  $O(n^3)$  ( $n$  は探索領域の拡張回数) である点が難点であり、改善の余地が残る。またこの手法では、フォトンの方向は無視されるため、拡散面にしか適用できない。メモリの使用効率については、フォトンの情報を個々のフォトンについては記憶しないので、従来のフォトンマップ法よりも効率的であるが、シーン全体を覆う一様グリッドを考慮するため、ジオメトリのない空間にもメモリが消費される。

## 3. 基本アイデア

ファイナルギャザリングでは、ある点  $\mathbf{x}$  における方向  $\omega$  に射出する放射輝度  $L$  は以下のように与えられる。

$$L(\mathbf{x}, \omega) = \int_{\Omega} f_r(\mathbf{x}, \omega', \omega) L_i(\mathbf{x}, \omega') (\mathbf{n}_x \cdot \omega') d\omega' \quad (1)$$

ここで、 $\Omega$  は入射の半球方向であり、 $f_r$  は  $\mathbf{x}$  におけるBRDF(双方向反射率分布関数)であり、 $L_i$  は入射輝度、 $\omega'$  は入射方向、 $\mathbf{n}_x$  は  $\mathbf{x}$  における法線方向である。式1はモンテカルロ積分により次のように計算される。

$$L(\mathbf{x}, \omega) \simeq \frac{2\pi}{N} \sum_{k=1}^N f_r(\mathbf{x}, \omega_k, \omega) L_i(\mathbf{x}, \omega_k) (\mathbf{n}_x \cdot \omega_k) \quad (2)$$

ここで、 $\omega_k$  は  $k$  番目のサンプリング方向をあらわし、 $N$  は、サンプリングの方向数を表す。

式(2)は次のように計算する。まず、各ファイナルギャザリングレイにつき、点  $\mathbf{x}$  の法線を極とする半球上に方向をひとつ選び、その方向にファイナルギャザリングレイ  $R_k$  を放射し、 $R_k$  が面と交差する点  $\mathbf{y}_k$  を計算する(図1参照)。次に、 $\mathbf{y}_k$  から  $\mathbf{x}$  に向かう放射輝

度を推定する。

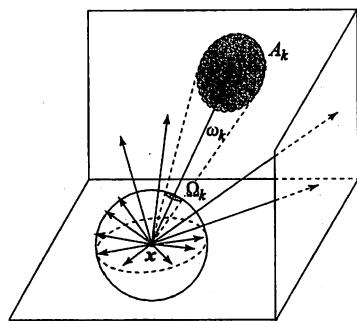


図1 ファイナルギャザリング

ここで、各ファイナルギャザリングレイの役割を考察する。各方向  $\omega_k$  には、立体角  $\Omega_k$  が関連付けられており、次の条件を満たす。

$$\Omega = \prod_{k \in S} \Omega_k$$

$$\Omega_i \oplus \Omega_j = 0, \text{ if and only if } (i \neq j) \quad (3)$$

ここで、 $S$  は  $\Omega$  の直和分割であり、 $\Omega_k$  からの入射エネルギーは、方向  $\omega_k$  からの入射エネルギーによって推定される。そして、この入射エネルギーは、 $y_k$  における密度推定によって求められる。つまり、 $y_k$  から  $x$  に向かう放射輝度は、立体角  $\Omega_k$  を投影した領域  $A_k$  から  $x$  に向かう放射輝度を代表している。

従来のフォトンマップ法では、 $y_k$  から  $x$  に向かう放射輝度は、 $y_k$  付近のフォトンの近傍探索によって計算され、近傍探索のフォトン数が固定されていることにより、近傍探索の範囲は  $\Omega_k$  を投影した領域  $A_k$  には無関係であった。これは、 $A_k$  の面積が大きくて、近傍探索の範囲が狭かったり、逆に  $A_k$  の面積が小さくても、近傍探索の範囲が広かったりといった可能性があることを意味している。

我々の手法の基本的なアイデアは、 $y_k$  から  $x$  に向かう放射輝度を推定するのに、 $\Omega_k$  を投影した領域  $A_k$  から  $x$  に向かう放射輝度を計算することである。我々は、フォトンのエネルギーを階層的なグリッド構造 (Radiance Grid Pyramid) に保存し、 $A_k$  の面積に基づいて適切なレベルのグリッドを選択し、放射輝度を計算する。このため、我々の手法には近傍探索は必要なく、計算時間が劇的に向上される。Radiance Grid Pyramid の詳細は第5節で述べる。

#### 4. レンダリングスキーム

本手法は、従来のフォトンマップ法と同様に、直接光と間接光を別々に計算する。ここでいう直接光とは、光源からの光が直接反射される場合と、完全鏡面や屈折面を通して見えるこれらの光である。直接光は、レイトレーシングによって計算される。

間接光は、光源からフォトンを放射し、追跡することによって計算されるが、コースティクスは別に扱う。すなわち、フォトンが鏡面や屈折面を通った後に拡散面や光沢面に到達する場合には、そのフォトンをコースティクスフォトンマップに保存する。そうでないときには、フォトンのエネルギーを Radiance Grid Pyramid に保存する。したがって、本稿の扱う範囲は、コースティクス以外の間接光である。

Radiance Grid Pyramid に保存されたフォトンのエネルギーは、ファイナルギャザリングにおいて使用され、拡散面や光沢面を経て視点にいたる輝度の計算に用いられる。次節では、フォトンのエネルギーを Radiance Grid Pyramid に格納する方法と、それをもとにファイナルギャザリングを行う方法について述べる。

#### 5. Radiance Grid Pyramid

提案法では、シーンを覆うグリッドを考える。グリッドセル内の面に衝突したフォトンのエネルギーはそのグリッドセル内に保存される。フォトンは、従来法<sup>4)</sup>と同様に衝突した面の法線方向を離散化して類別する。これは、グリッドセル内に複数の面がある場合や、曲面がある場合に対応するためである。フォトンのエネルギーはこの類別にしたがって各グループごとに加算される。

低周波のBRDF（方向に応じた変化が比較的緩やかなBRDF、Phongのモデルの場合にはnが比較的小さいBRDFを指す）を扱うため、フォトンの射出方向に関しても離散化を行う。射出方向の離散化は、法線方向によって離散化した各グループのフォトンについて、その法線方向の半球方向を一様に分割することで行う。

方向に関する離散化数とレンダリングの精度は第6節で述べる。我々の実験では、128方向（仰角に関して8方向、方位角に関して16方向）の分割で、十分な精度を得られることができた。

本手法は、グリッド構造をシーン全体に明示的に生成しない。そのかわり、フォトンが衝突した位置に対してのみグリッドセルを生成する。これはmap構造を用いて実装される。これによって、グリッドセルは

面が存在しているところにのみ生成され、メモリの使用効率が向上する。

### 5.1 Radiance Grid Pyramid へのフォトンのエネルギーの保存

フォトンのエネルギーは、まず、最も解像度の高いグリッド（レベル  $M$  のグリッド）に保存される。それをもとに、より解像度の低いグリッド（レベル  $M-1, M-2, \dots, 0$  のグリッド）を逐次的に構築していく。

レベル  $M$  のグリッドへフォトンを保存する手順は以下のようである。

- (1) フォトンが衝突した位置をもとに、フォトンのエネルギーを保存するグリッドセルのインデックスを計算する。
- (2) フォトンが衝突した面の法線をもとにフォトンを類別する。
- (3) 離散化される各射出方向への放射輝度を、フォトンの入射エネルギーと面の BRDF とを乗算することにより求める。

レベル  $M$  のグリッドを構築した後、レベル  $M-1$  のグリッドを構築するには、8 分木の要領でレベル  $M$  のグリッドの隣接する 8 つのグリッドセルをひとつに統合することで行う。この手順を繰り返すことにより、次々にレベルの低いグリッドを構築していく。

### 5.2 レンダリング

各ファイナルギャザリングレイ  $R_k$  に対して、投影された領域  $A_k$ （図 1 参照）の面積  $S_k$  をもとに、適切なレベルのグリッドを選択する方法は以下の通りである。各ファイナルギャザリングレイ  $R_k$  には、立体角  $\Omega_k$  が関連付けられているので、レイが衝突するまでの長さ  $r_k$  を用いて、 $S_k = \Omega_k r_k^2$  とあらわせる。ここで、立体角  $\Omega_k$  は、一様なサンプリングであれば  $\Omega_k = \frac{2\pi}{N}$  ( $N$  はサンプリング方向数) で与えられ、BRDF に基づいてインポータンスサンプリング（反射率が高いところに、サンプリングを集中させるようなサンプリング）するのであれば、それに従う。

最も解像度の高いグリッドのレベルを  $M$  とすると、レベル  $j$  のグリッドのグリッドセルの一辺の長さ  $l_j$  は、 $l_M$  をレベル  $M$  のグリッドのグリッドセルの一辺の長さとすれば、

$$l_j = l_M \cdot 2^{M-j} \quad (4)$$

で与えられる。グリッドセルのひとつの面の面積が  $S_k$  に近くなるように、すなわち  $((l_M \cdot 2^{M-j})^2 \approx S_k)$  となるようにレベル  $j$  を決定すれば、

$$j = M - \log_2 \frac{\sqrt{S_k}}{l_M} \quad (5)$$

を得る。

なお、最も解像度の高いグリッドは、一辺の格子数が 2 のべき乗である必要はない。2 のべき乗となっていないときは、ひとつの格子の大きさが同じであり、一辺の格子数が 2 のべき乗であるような、シーンを包むより大きな領域を考えればよい。本手法はプリミティブがない空間にはグリッドセルを生成しないので、そのような領域とともに領域とは、扱いが同等である。

グリッドセルのインデックスは、ファイナルギャザリングレイの交差位置  $y_k$  により求められ、レイの方向に従って離散化された方向のエネルギーが取り出される。なお、エネルギーはファイナルギャザリングレイの交差位置  $y_k$  および、レイの方向を考慮して線形補間によって求められる。

上記の手順は、定数時間でかつ高速に行うことができる、我々の手法を用いることにより、ファイナルギャザリングを定数時間で行うことができるようになる。

## 6. 結 果

我々は、本手法をいくつかのシーンに対して適用し、レンダリングした。表 3 にシーンのポリゴン数や、レンダリングの解像度、所要時間、消費メモリ等の数値をまとめた。表 3 には既存法（すなわち Jensen らによるフォトンマップ法<sup>6,7)</sup> とファイナルギャザリングとの組み合わせ）によるレンダリングの所要時間と消費メモリを比較のため記載した。従来法では、フォトンごとにフォトンのデータを記録し、各フォトンにつき 28 バイト消費する。これに対し、提案法はフォトンごとにデータを記録しないため、メモリ消費量が少ない。高速化比は、ポリゴン数がの増大に応じて減少していくが、これは提案法の場合には、計算時間がほとんどレイトレーシングに使われるのに対し、従来法の場合はほとんど密度推定に使われるからである。従来法と提案法のレンダリング画像と、これらを比較した RMS による誤差評価は表 4 にまとめた。なお、この誤差評価では、最も輝度の高いピクセルの輝度を 1.0 にスケーリングして計算した。

各シーンのレンダリングにおいては、各ピクセルあたり 256 本のファイナルギャザリングレイを放射して間接光を計算した。最も解像度の高いグリッドの解像度はいずれも  $128^3$  であり、方向に関する離散化数には、 $8 \times 16$  を用いた。レンダリングには、PentiumD

表 1 離散方向数と RMS 誤差との関係

シーン	離散方向数	RMS 誤差
Sibenik	$2 \times 4$	0.658%
Sibenik	$4 \times 8$	0.610%
Sibenik	$8 \times 16$	0.581%
Sibenik	$16 \times 32$	0.562%
Table	$2 \times 4$	0.768%
Table	$4 \times 8$	0.652%
Table	$8 \times 16$	0.577%
Table	$16 \times 32$	0.533%
Cornell box	$2 \times 4$	1.210%
Cornell box	$4 \times 8$	1.095%
Cornell box	$8 \times 16$	0.971%
Cornell box	$16 \times 32$	0.913%

表 2 グリッド解像度と RMS 誤差との関係 (離散方向数は  $8 \times 16$  に固定)

シーン	グリッド解像度	RMS 誤差
Sibenik	$16^3$	0.625%
Sibenik	$32^3$	0.598%
Sibenik	$64^3$	0.581%
Sibenik	$128^3$	0.581%
Sibenik	$256^3$	0.595%
Table	$16^3$	0.732%
Table	$32^3$	0.652%
Table	$64^3$	0.587%
Table	$128^3$	0.577%
Table	$256^3$	0.602%
Cornell box	$16^3$	1.130%
Cornell box	$32^3$	1.010%
Cornell box	$64^3$	0.975%
Cornell box	$128^3$	0.971%
Cornell box	$256^3$	0.983%

3.0GHz (シングル CPU) を搭載した、メインメモリ 1GB の PC を用いた。

第 5 節で述べたように、エネルギーは射出方向に関して離散化されて保存される。この離散化による誤差を評価するため、離散方向数を変えた場合の誤差を測定し、表 1 にまとめた。離散方向数が少ない場合には、光沢面にファイナルギャザリングレイが衝突したときに推定される輝度に誤差が生じるので、RMS 誤差は大きくなる。ただし、離散方向数をあげた場合でも、角やエッジでの計算誤差が残り、RMS 誤差はさほど小さくならなくなる。また、消費メモリは離散方向数を大きくした場合に増大する。この誤差評価をもとに、我々は 128 方向の離散化が妥当であると結論付ける。

最も解像度の高いグリッドの解像度を変えた場合の誤差の変化は表 2 にまとめた。なお、離散方向数を  $8 \times 16$  に固定して実験を行った。解像度が変化したときの誤差の変化は、離散方向数を変えたときの変化よりも少ない。しかし、誤差はほとんど角やエッジに集中しているため、解像度が低いと、アーティファクト

としてあらわれる。また、解像度を高くしすぎると、各グリッドセルにフォトンが十分にいきわらなくななるため、かえって誤差が増大した。実験したシーンについては、解像度が  $128^3$  のときに、最もよい精度を得た。

レンダリング速度をさらに向上するには、拡散面に対しては放射照度キャッシュ法<sup>13)</sup>を、低周波の BRDF に対しては放射輝度キャッシュ法<sup>8)</sup>を適用できる。先ほど各ピクセル 256 本のファイナルギャザリングレイを放射して、間接光を計算したと述べたが、これをいくつかのピクセルだけで行うようにし、残りのピクセルの輝度はそれらから補間するようにすれば、さらに一桁以上の高速化を図ることができる。

## 7. ま と め

本稿では、ファイナルギャザリングに適した高速なフォトンマップ法を提案した。本手法を用いることにより、ファイナルギャザリングレイの立体角を投影した領域についての密度推定を行うことができ、近傍探索を行う必要がない。従来法に比べて、わずかな精度の犠牲だけで、一桁以上の高速化を図ることができる。また、低周波の光沢面を扱うこともでき、メモリ消費も実用的である。

今後の課題としては、角やエッジに生ずる誤差を解決するため、これらの領域ではグリッドの解像度をアダプティブに高くする方法を検討していきたい。

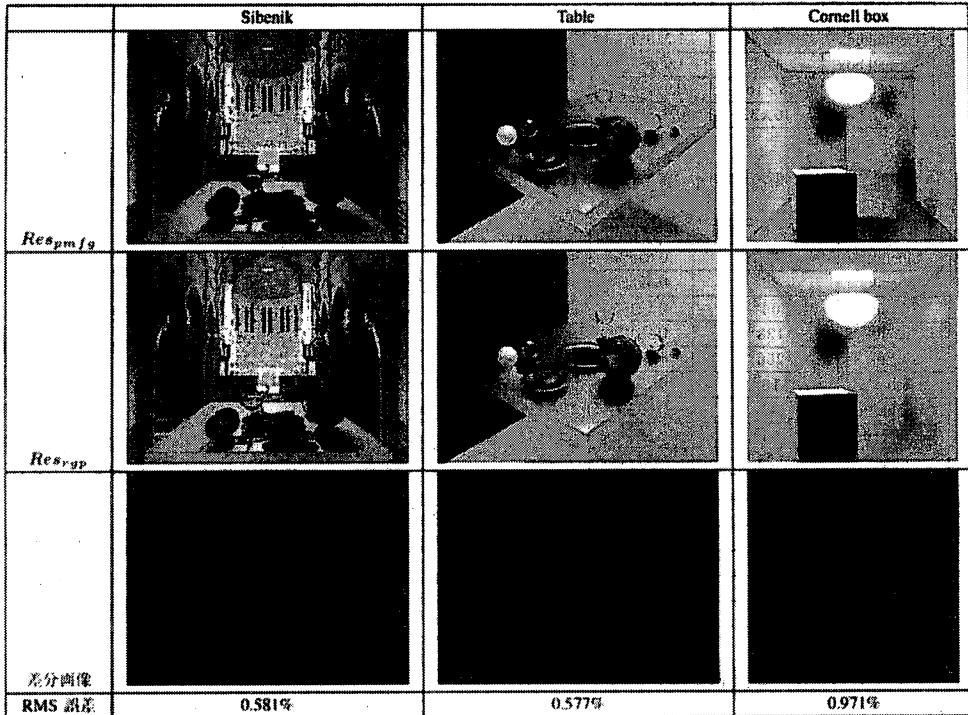
## 参 考 文 献

- Okan Arikan, David A. Forsyth, and James F. O'Brien. Fast and detailed approximate global illumination by irradiance decomposition. In *Proc. SIGGRAPH '05*, pages 1108–1114. ACM Press, july 2005.
- Per H. Christensen. Faster photon map global illumination. *Graphics Tools*, 4(3):1–10, 1999.
- Cyrille Damez, Kirill Dmitriev, and Karol Myszkowski. State of the art in global illumination for interactive applications and high-quality animations. *Computer Graphics Forum*, 22(1):55–78, 2003.
- Donald Hansson and Niklas Harrysson. Fast photon mapping using grids. Master's thesis, Chalmers University of Technology, 2002.
- Vlastimil Havran, Robert Herzog, and Hans-Peter Seidel. Fast final gathering via reverse photon mapping. *Computer Graphics Forum*, 24(3):323–333, August 2005.
- Henrik W. Jensen. Global illumination using photon maps. In *Proc. EGRW '96*, pages 21–30. Springer-Verlag, 1996.

表 3 パフォーマンス:  $T_{pmfg}$  及び  $T_{rgp}$  はそれぞれ従来法と提案法によるレンダリング時間を表す。 $M_{pmfg}$  及び  $M_{rgp}$  はそれぞれ従来法と提案法によるメモリ消費を表す。

シーン	解像度	#三角形	$T_{pmfg}$	$T_{rgp}$	高速化比	$M_{pmfg}$	$M_{rgp}$
Sibenik	640 × 480	138,334	5,531s	292.2s	18.9	450.8MB	57MB
Table	640 × 480	58,278	5,213s	179.1s	29.1	453.4MB	66MB
Cornell box	512 × 512	30	4,728s	74.5s	63.5	257.1MB	62MB

表 4 従来法と提案法の精度の比較。 $Res_{pmfg}$  及び  $Res_{rgp}$  はそれぞれ、従来法と提案法を用いたレンダリング結果を表す。



- 7) Henrik W. Jensen. Rendering caustics on non-lambertian surfaces. In *Proc. GI '96*, pages 116–121. Canadian Information Processing Society, 1996.
- 8) Jaroslav Krivanek and Pascal Gautron. Radiance caching for efficient global illumination computation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 11(5):550–561, 2005.
- 9) Fabien Lavignotte and Mathias Paulin. Scalable photon splatting for global illumination. In *Proc. GRAPHITE '03*, pages 203–210. ACM Press, 2003.
- 10) Dani Lischinski, Filippo Tampieri, and Donald P. Greenberg. Combining hierarchical radiosity and discontinuity meshing. In *Proc. SIGGRAPH '93*, pages 199–208. ACM Press, 1993.
- 11) Mark C. Reichert. A two-pass radiosity method to transmitting and specularly reflection surfaces. Master's thesis, Cornell University, 1992.
- 12) Brian Smits. *Efficient Hierarchical Radiosity in Complex Environments*. PhD thesis, Cornell University, 1994.
- 13) Gregory Ward and Paul Heckbert. Irradiance gradients. *Proc. EGRW '92*, pages 85–98, 1992.