

FSCIにおけるファジネス生成モデル概形と 推論ルールの同時学習

小熊 基朗

佐賀 聰人

室蘭工業大学 情報工学科

抄録

手書き曲線認識法 FSCI はファジネス生成モデルによって手書き描画をあいまいな曲線のモデルとして表現し、その中からなるべく単純な幾何曲線を見出そうとするファジィ推論ルールを用いて書き手の意図する曲線クラスを同定する。ファジネス生成モデル及び推論ルールのパラメータの設定の適否が FSCI の同定性能に重大な影響を与えることから、遺伝的アルゴリズムによるファジネス生成モデル学習法、及びニューラルネットワークによる推論ルール学習法が別々に提案されている。本稿ではファジネス生成モデルの概形成分と推論ルールをニューラルネットワークによって同時に学習する方法を新たに提案し、その有効性を実験によって示す。

Simultaneous Training of General Shape of Fuzziness Generator and Estimation Rules in FSCI

Motoaki OGUMA Sato SAGA

Department of Computer Science and Systems Engineering,
Muroran Institute of Technology

Abstract

A freehand curve identification technique, FSCI, expresses a stroke of freehand drawing as a vague curve model by using a fuzziness generator, and then identifies the curve class of drawer's intention using fuzzy estimation rules that try to fined the simplest geometric curve in the model. Because the rightness of the parameter setting for the fuzziness generator and the estimation rules affect the identification performance of FSCI in a large way, a training technique for the fuzziness generator based on genetic algorithms and a training technique for the estimation rules based on neural networks have been disjointly proposed. This paper proposes a new method which realizes simultaneous training of the general shape of the fuzziness generator and the estimation rules, and experimental results demonstrate effectiveness of the method.

1 まえがき

我々は手書き曲線を認識する手法としてファジィスプライン曲線同定法(FSCI)を提案している[2]。これは手書き曲線をCADで必須となる7つのプリミティブ曲線、線分(L), 円(C), 円弧(CA), 楕円(E), 楕円弧(EA), 閉じた自由曲線(FC), 開いた自由曲線(FO)のいずれかとして同定するシステムである。これらのプリミティブ曲線間では図1に示すように円は円弧に含まれ円弧は椭円弧に含まれるといった包含関係が存在する。そのため手書き曲線の形状のみから書き手の意図とする曲線を同定することは困難である。この問題をFSCIは手書き曲線の動特性を利用することにより解決している。

つまり、FSCIは図2に示すように、まず、手書き曲線の動特性からファジネス生成モデルを用いて描画のあいまいさ(ファジネス)を見積もり、あいまいさを含むモデルであるファジィスプライン曲線を生成する。次に、このファジィスプライン曲線の中からできるだけ単純なプリミティブ曲線を見出そうとする推論ルールによるファジー推論を行って書き手の意図する曲線クラスを同定する。

したがって、書き手が意図した曲線が認識されるようにFSCIの認識特性を調節するためにはファジネス生成モデルのパラメータと推論ルールのパラメータを適切にチューニングすることが肝要である。このうちファジネス生成モデルに関しては遺伝的アルゴリズム(GA)を用いて学習によりチューニングする方法を文献[3]で提案した。一方、ファジー推論ルールに関してもファジイニューラルネットワーク(FNN)[6]で表現することでBP学習によりチューニングする方法を文献[4],[5]で提案した。ここで、両学習は本来同時に行われることが望ましいが、ファジネス生成モデルの学習はGAを用いているためもともと比較的高い計算コストを必要としており、同時学習を行うことは計算コストをさらに増やすことになり現実的ではない。

そこで、本報告ではファジネス生成モデルの概形に大きな影響を与える比例定数成分に着目することによりファジネス生成モデルの概形とファジー推論ルールと共にニューラルネットワーク(NN)で表現しこれらを比較的高速に同時学習する方法を提案する。

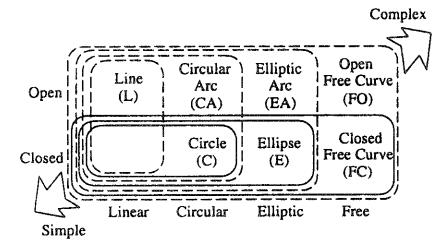


図1: 曲線クラス間の包含関係

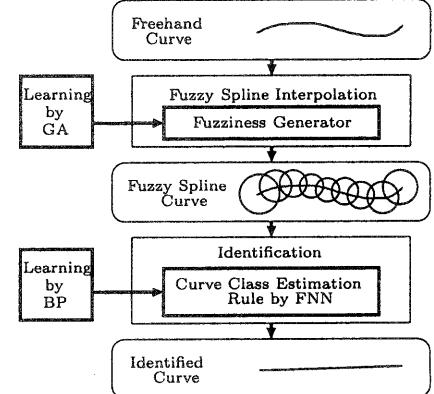


図2: FSCIの概要

2 従来のFSCIの概要

ここではまず、従来のFSCIの曲線同定アルゴリズム[1],[2](図3参照)について概説し、ファジネス生成モデルと推論ルールのパラメータの調整がFSCIの認識特性にどのように影響するか概説する。

2.1 ファジィスプライン補間処理

ファジィスプライン補間処理は手書き曲線からファジィスプライン曲線を生成する処理である。ファジィスプライン曲線のファジネスは描画の丁寧さの程度に応じて、書き手がじっくり丁寧に書けばファジネスは小さく、書き手が素早く雑に書けばファジネスが大きくなるように以下のように生成する。

手書き曲線はサンプル点列 $p_k (k = 1, 2, \dots, n)$ とタイムスタンプ列 $t_k (k = 1, 2, \dots, n)$ として入力される。次にファジネス生成モデルが各サンプル点 p_k をもとに図4(a)に示す円錐型メンバシップ関数

$$\mu_{\tilde{p}_k}(v) = \left(1 - \frac{\|v - p_k\|}{r_{p_k}} \right) \vee 0 \quad (1)$$

を持つファジイ点 $\tilde{p}_k (= \langle p_k, r_{p_k} \rangle)$ を生成する。このと

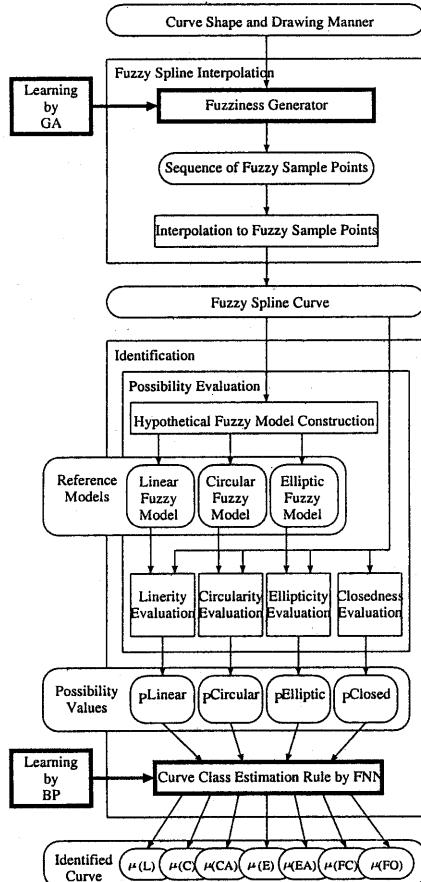


図 3: FSCI による手書き曲線同定の流れ

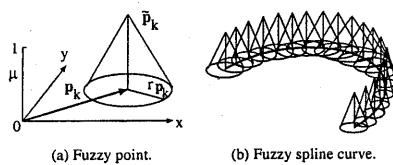


図 4: ファジイ点モデル

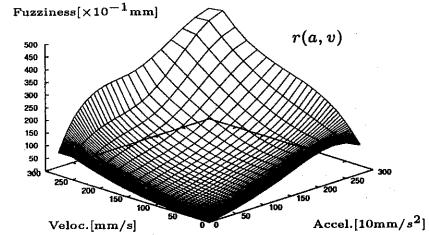


図 5: ファジネス生成モデル

きファジネス生成モデルは各ファジイ点のファジネス r_{p_k} をその点での加速度の絶対値 a_{p_k} と速度の絶対値 v_{p_k} から

$$r_{p_k} = r(a_{p_k}, v_{p_k}) \quad (2)$$

と見積もる。式(2)の具体的な形状は文献[3]により、例えば図5のような傾斜面として与えられる。これらのファジイ点列 $\tilde{p}_k (k=1, 2, \dots, n)$ をファジスプライン補間することで図4(b)に示されるファジスプライン曲線が構成される。ファジースプライン曲線はあいまいさを変化させながら移動するファジー一点の軌跡とみなすことができる。

FSCIは2.2の同定処理でこのファジスプライン曲線の中から見出せる限り単純なプリミティブ曲線として手書き曲線を同定する。そのためファジネス生成モデルがファジネスを適当な値より大きく見積った場合、書き手の意図に比べ単純な曲線クラスが同定され、逆に、適当な値より小さなファジネスを見積った場合、書き手の意図に比べ複雑な曲線として同定される。例えば図6は書き手が楕円弧を意図して曲線を書いたものとする。このときファジネスが適当に生成されれば、この曲線は楕円弧として同定される(図6(a))。しかし、ファジネスが大き過ぎるとより単純な円弧として同定され(図6(b))、ファジネスが小さすぎると、より複雑な開いた自由曲線として同定される(図6(c))。

このことから式(2)の具体的な形状を定めるパラメータの調整はFSCIの認識特性に直接的な影響を与え、特に概形を左右する傾斜角度(比例定数)の適切な設定が重大な課題である。

2.2 同定処理

同定処理ではファジスプライン補間処理で生成されたファジスプライン曲線をできる限り単純な曲線

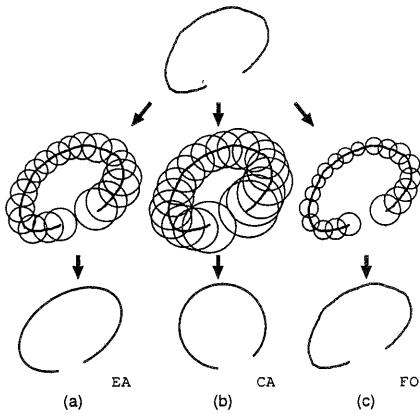


図 6: ファジネスの違いによる同定の違い

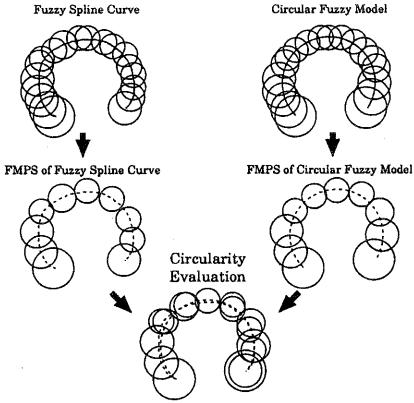


図 7: 円形性の評価

として同定する。同定処理は可能性評価処理と曲線クラス推定処理に分けられる。

2.2.1 可能性評価処理

可能性評価処理ではファジィスプライン曲線の「線形性」、「円形性」、「楕円形性」を可能性値 P^{Linear} , $P^{Circular}$, $P^{Elliptic}$ として評価し、また、その閉曲線性を P^{Closed} として評価する。ここではまず、ファジィスプライン曲線に可能な限り一致するように調節された三つの仮説ファジィモデル、「線形ファジィモデル」、「円形ファジィモデル」、「楕円形ファジィモデル」を構成する。次に、各仮説ファジィモデルと元のファジィスプライン曲線との適合度を可能性測度 [7]に基づいて求める。例えば図 7 は円形ファジィモデル(右)とファジィスプライン曲線(左)の適合度を評価して

いる様子を表している。まずファジィスプライン曲線の中からファジィマッチングポイントセット (FMPS) $\tilde{s}_k (k = 1, 2, \dots, n)$ を取り出す。ここで、FMPS はファジィモデルに沿って等間隔に並んだ n 個 (10 個程度) のファジイ点列である。同様に円形ファジィモデルからも FMPS $\tilde{r}_k (k = 1, 2, \dots, n)$ を取り出す。このとき、円形性の可能性値 $P^{Circular}$ を対応するファジィマッチングポイント \tilde{s}_k, \tilde{r}_k 間の適合度の論理積として

$$P^{Circular} = \min_k \left(\sup_v (\mu_{\tilde{s}_k}(v) \wedge \mu_{\tilde{r}_k}(v)) \right) \quad (3)$$

と評価する。線形ファジィモデル、楕円形ファジィモデルについても同様の手法で可能性値 P^{Linear} , $P^{Elliptic}$ を評価する。

一方、ファジィスプライン曲線の閉曲線性はファジィスプライン曲線のファジイ始点 \tilde{s}_s とファジイ終点 \tilde{s}_e の適合度として

$$P^{Closed} = \sup_v (\mu_{\tilde{s}_s}(v) \wedge \mu_{\tilde{s}_e}(v)) \quad (4)$$

と評価する。

2.2.2 曲線クラス推定処理

曲線クラス推定処理では可能性評価処理で求まつた四つの可能性値 P^{Linear} , $P^{Circular}$, $P^{Elliptic}$, P^{Closed} から、単純な曲線クラスを推論するように定義されたファジィ推論ルール(図 8)を用いて七つのプリミティブ曲線のグレード値 $\mu(L), \mu(C), \mu(CA), \mu(E), \mu(EA), \mu(FC), \mu(FO)$ を算出する。

図 8 の T_S, F_S はシグモイド関数により表されるメンバシップ関数を持つ言語的真理値 [8] である。 T_S は True を表し F_S は False を表す。また \wedge は論理積を表す。例として第 5 番目のファジィ論理式を取り上げると、これは「線分の可能性がなく、円形の可能性がなく、楕円形の可能性があり、閉じている可能性がなければ楕円弧である」というファジィ推論ルールとして解釈できる。ここで、文献 [4], [5] によれば図 8 は図 9 のような FNN として等価的に表すことができる。

2.3 ファジネス生成モデルの学習とファジィ推論ルールの学習の相互関係

2.1 でも述べたように、式 (2) のファジネス生成モデルの具体的な形状の調節が FSCI の全体的な認識特性に大きな影響を与えるため、その適切な値を学習によって定めることが重要である。しかし、ファジネス

$$\begin{aligned}
\mu(L) &= (P^{\text{Linear}} \text{ is } T_S) \\
\mu(C) &= (P^{\text{Linear}} \text{ is } F_S) \wedge (P^{\text{Circular}} \text{ is } T_S) \\
\mu(CA) &= (P^{\text{Linear}} \text{ is } F_S) \wedge (P^{\text{Circular}} \text{ is } F_S) \\
\mu(E) &= (P^{\text{Linear}} \text{ is } T_S) \wedge (P^{\text{Circular}} \text{ is } F_S) \\
\mu(EA) &= (P^{\text{Linear}} \text{ is } T_S) \wedge (P^{\text{Circular}} \text{ is } F_S) \wedge (P^{\text{Elliptic}} \text{ is } T_S) \\
\mu(FC) &= (P^{\text{Linear}} \text{ is } F_S) \wedge (P^{\text{Circular}} \text{ is } F_S) \wedge (P^{\text{Elliptic}} \text{ is } F_S) \\
\mu(FO) &= (P^{\text{Linear}} \text{ is } F_S) \wedge (P^{\text{Circular}} \text{ is } F_S) \wedge (P^{\text{Elliptic}} \text{ is } F_S) \wedge (P^{\text{Closed}} \text{ is } T_S) \\
&\quad \wedge (P^{\text{Closed}} \text{ is } F_S) \\
&\quad \wedge (P^{\text{Closed}} \text{ is } T_S) \\
&\quad \wedge (P^{\text{Closed}} \text{ is } F_S) \\
&\quad \wedge (P^{\text{Closed}} \text{ is } T_S) \\
&\quad \wedge (P^{\text{Closed}} \text{ is } F_S)
\end{aligned}$$

図 8: ファジィ推論ルール

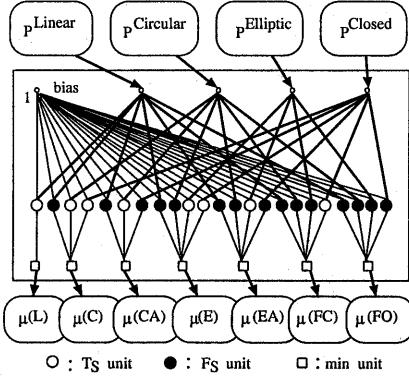


図 9: FNN によるファジィ推論ルール

生成モデルは図 3 に示すように FSCI の前段部分に位置するため、文献 [3] で議論したとおり、GA による高コストの学習を行う必要がある。

一方、ファジィ推論ルールの言語的真理値のメンバシップ関数の形状を調節することは各プリミティブ曲線毎の認識特性の細やかな調整に有効である。この推論ルールは図 9 に示すように FSCI の最終段階に位置し、しかも、図 9 の FNN で構成されるため、文献 [4], [5] で示したとおり BP による比較的低コストな学習が可能である。

このように二つの学習法は互いに異なる影響を与えるが、そこには相互関係が存在するため、それぞれを独立に学習することにより良い結果を得られるとは限らない。なぜなら、最適な推論ルールの形はファジネス生成モデルの形状によって異なるためである。そのため、両方の学習を同時に実行することが必要である。しかし、ファジネス生成モデルの学習法自体の計算コストが高く、これに、さらに推論ルールの学習法を組み合わせると計算コストが極端に増大し現実的な

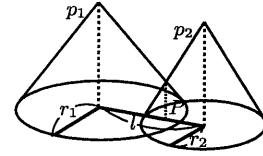


図 10: ファジィ点の適合度

学習法として用いることが困難となる¹。

3 ファジネス生成モデル概形とファジィ推論ルールの同時学習可能な FSCI の提案

従来の FSCI ではファジネス生成モデルとファジィ推論ルールの同時学習が現実的には困難であった。そこで、ファジネス生成モデルの概形である傾き成分を左右する比例定数に着目し、この比例定数とファジィ推論ルールの同時学習を可能にする FSCI を新たに提案する。

3.1 ファジネスの定数倍化とファジィ点間の適合度の関係

2 点のファジィ点から求まる適合度とファジィ点のファジネスの関係について考察する。

二つのファジィ点を

$$\tilde{p}_1 = \langle p_1, r_1 \rangle, \tilde{p}_2 = \langle p_2, r_2 \rangle$$

とおくと、これらの適合度 P は可能性測度により次の

¹文献 [4], [5] の推論ルールの学習時間が数分であるのに対し、文献 [3] のファジネス生成モデルの学習時間は数時間である。したがって、両学習方を組み合わせて同時学習を行うと数日単位の学習時間を必要とすることになる。

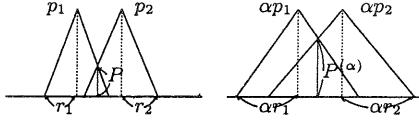


図 11: ファジネスの変化に伴う適合度の変化

様に求まる。

$$\begin{aligned} P &= \sup_v (\mu_{\tilde{p}_1}(v) \wedge \mu_{\tilde{p}_2}(v)) \\ &= \left(1 - \frac{\|p_1 - p_2\|}{r_1 + r_2}\right) \vee 0 \\ &= P_+ \vee 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、

$$P_+ = 1 - \frac{\|p_1 - p_2\|}{r_1 + r_2} \quad (6)$$

である。

次に、 \tilde{p}_1, \tilde{p}_2 のファジネスが α 倍されたと仮定したときの適合度を考える。ファジネスが α 倍されたファジイ点を

$$\tilde{p}_1^{(\alpha)} = \langle p_1, \alpha r_1 \rangle, \tilde{p}_2^{(\alpha)} = \langle p_2, \alpha r_2 \rangle$$

とおくと、これらの適合度 $P^{(\alpha)}$ は

$$\begin{aligned} P^{(\alpha)} &= \left(1 - \frac{\|\tilde{p}_1^{(\alpha)} - \tilde{p}_2^{(\alpha)}\|}{\alpha r_1 + \alpha r_2}\right) \vee 0 \\ &= \frac{1}{\alpha} (\alpha - 1 + P_+) \vee 0 \end{aligned} \quad (7)$$

となる。

このように 2 点のファジイ点間の距離に関係なく P_+ と α によりこれらのファジネスが α 倍されたときの適合度 $P^{(\alpha)}$ が求まることがわかる。

3.2 ファジネス生成モデルの比例定数と可能性値の関係

ここで、ファジネスの定数倍化と 2.2.1 の可能性評価処理で求まる可能性値 $P^{\text{Linear}}, P^{\text{Circular}}, P^{\text{Elliptic}}, P^{\text{Closed}}$ の関係について考察する。

ファジネス生成モデルの式 (2) を

$$r_{p_k} = Q \times r'(a_{p_k}, v_{p_k}) \quad (8)$$

とおく。まずここで $Q = 1$ としたとき生成される、ファジーステップ曲線の中から FMPS $\tilde{s}_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 及び、ファジー始点 \tilde{s}_s 、ファジー終点 \tilde{s}_e を取り出し、また円形ファジイモデルから FMPS $\tilde{r}_k (k = 1, 2, \dots, n)$) を取り出しうる。

$$P_+^{\text{Circular}} = \min_k \left(1 - \frac{\|s_k - r_k\|}{r_{s_k} + r_{r_k}} \right) \quad (9)$$

$$P_+^{\text{Closed}} = 1 - \frac{\|s_s - s_e\|}{r_{s_s} + r_{s_e}} \quad (10)$$

を求める。

さて、 Q を 1 以外の値にした場合を考えると、このときファジネス生成モデルはファジネスを Q 倍したファジイステップ曲線を生成し、そこから得られる線分、円、楕円の仮説ファジイモデルも全て Q 倍されたファジネスを持つことになるため、 $\tilde{s}_k (k = 1, 2, \dots, n), \tilde{r}_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 、 \tilde{s}_s, \tilde{s}_e のファジネスは全て Q 倍になる。したがってこのとき、3.1 の議論から

$$P^{\text{Circular}} = \frac{1}{Q} (Q - 1 + P_+^{\text{Circular}}) \vee 0 \quad (11)$$

$$P^{\text{Closed}} = \frac{1}{Q} (Q - 1 + P_+^{\text{Closed}}) \vee 0 \quad (12)$$

となることが分かる。さらに、 $P^{\text{Linear}}, P^{\text{Elliptic}}$ についても同様の結果が得られる。

結局、 Q を変化させたときの四つの可能性値 $P^{\text{Linear}}, P^{\text{Circular}}, P^{\text{Elliptic}}, P^{\text{Closed}}$ は Q と $Q = 1$ のときを求めた $P_+^{\text{Linear}}, P_+^{\text{Circular}}, P_+^{\text{Elliptic}}, P_+^{\text{Closed}}$ とから直接的に求まることになる。

3.3 ファジネス生成モデル概形とファジイ推論ルールの同時学習を可能とする FSCI

3.2 の結果を用いてファジネス生成モデルの比例定数と推論ルールの同時学習を行う方法を提案する。すなわち、従来の FSCI の曲線クラス推定処理で用いられた図 9 の FNN を図 12 のように式 (11)、式 (12) を内部関数とするニューロンを入力層に附加した NN に置き換える。このニューロンのパラメータ Q を変化させることは、ファジネス生成モデルの比例定数を変化させることと同様な働きを持つ。よって、この Q の適切な値を見つけることは、ファジネス生成モデルの比例定数の適切な値を見つけることになる。したがって、各プリミティブの自乗誤差を最小にするよう BP により学習を行うことで、推論ルールである FNN のパラメータと共にファジネス生成モデルの比例定数 Q の値を学習することができる。

4 実験

提案した同時学習法の効果を従来の推論ルールのみの学習法との比較実験により示す。

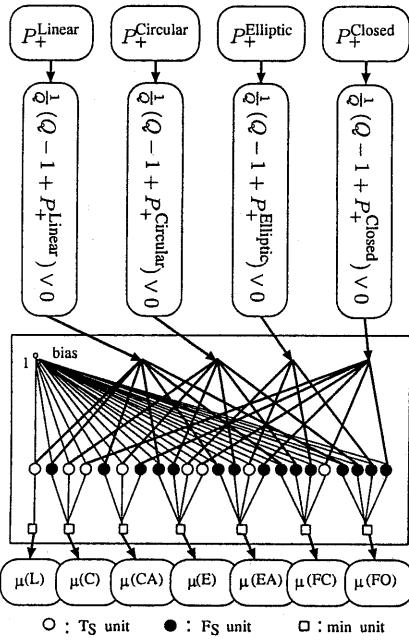


図 12: ファジネス生成モデル概形の学習可能な NN

4.1 実験条件

式 (8)において $r'(a_{p_k}, v_{p_k})$ の値は既知ではないために経験的に値を定めなければいけない。そこで、式 (8) の $r'(a_{p_k}, v_{p_k})$ を

$$r'(a_{p_k}, v_{p_k}) = R \times r''(a_{p_k}, v_{p_k}) \quad (13)$$

として、 R の値を意図的に与え、 Q の学習がどの程度追従できるかを実験する。即ち、ファジネス生成モデルの概形を表す傾き成分を任意に与えたときに学習によって認識率が回復できるかをモデル実験で検証する。実験の比較対象として $Q = 1$ に固定した推論ルールのみの学習を同様に行う。

実験用のデータは 1 被験者から 504 曲線 (7 種類の曲線クラス \times 3 段階の大きさ \times 8 種類の形状パターンセット \times 3 セット) の描画を採取した。ファジネスの傾き変数 R は 0.1, 0.2, ..., 10.0 の 100 個の場合において学習を行う。NN の BP による学習回数は 5000 回までとした。

4.2 実験結果

図 13 は $Q = 1$ に固定したときの実験結果を表している。横軸が R を表し、縦軸がそのときの認識率を表

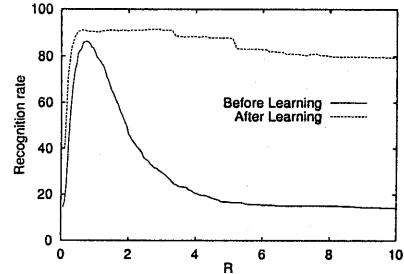


図 13: 推論ルールのみの学習による認識率の復元 ($Q = 1$)

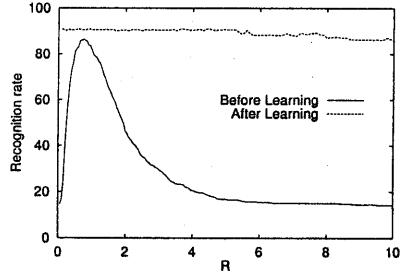


図 14: Q と推論ルールの同時学習による認識率の復元

している。学習前の認識率は R が適切な値を取ったときを頂点とするグラフとして現れている。

学習後のグラフから $Q = 1$ に固定されていてもある程度は推論ルールの学習によって認識率が追従可能であることが確認された。しかし、認識率が最大値まで回復するのは R が約 0.5 ~ 3.3 の間であり、特に最適値より R の値が小さいときは、認識率の低下が激しい。

図 14 は本手法である Q と推論ルールの同時学習後の認識率を表したグラフである。 Q 固定である図 13 では認識率が著しく低下した R の小さいときも、認識率が回復していることが確認される。また、認識率は R が約 0.1 ~ 5.5 の間で最大値まで回復し、全般的にも従来法に比べ高い認識率の復元が確認された。このことから、本手法の有効性が確認されたと考えられる。

ここで、 Q を学習によって求めた効果を検証するために学習後の推論ルールの状態について考察する。図 15 は Q が固定の時の学習後の推論ルールを表し、図 16 は本手法の学習後の推論ルールを表している。ここでは回復率に著しく差のある R の値が 0.1 の時の推論ルールを示した。

推論ルールの初期状態 (図 8) と比較して検証すると、 Q 固定下 (図 15) では激しい変化が見られるのに対し、

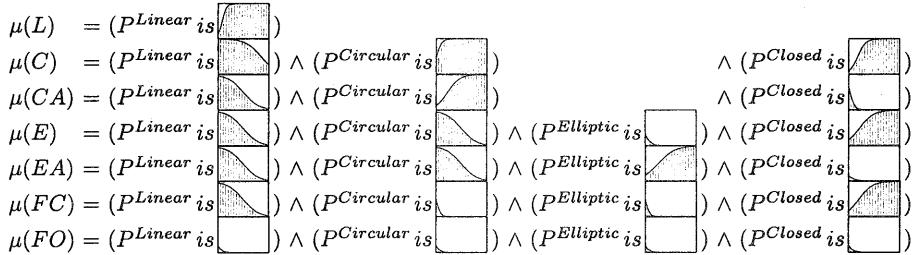


図 15: Q を固定したときの学習後の FNN によるファジィ推論ルール

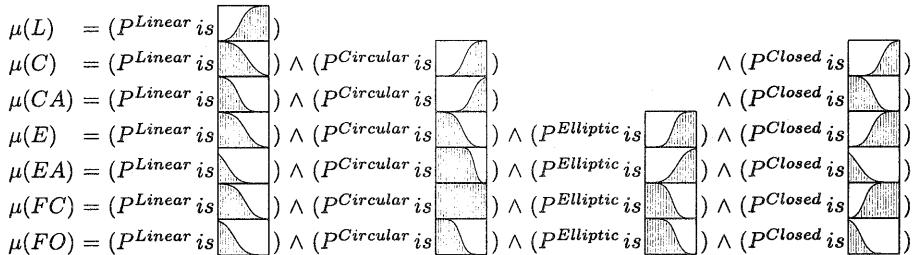


図 16: 本手法による学習後の FNN によるファジィ推論ルール

本手法(図 16)は小さな変化に留まっている。

ファジネス生成モデルの比例定数 R が 0.1 のときファジネスは小さく見積もられ、描画曲線は複雑な曲線として認識されやすいデータとして扱われる。そのため、FNN は比較的単純な曲線として認識するように変化する。従来法の結果(図 15)を見ると、 $\mu(FC)$, $\mu(FO)$ を求める推論ルールが著しく変化しており、言語的真理値として意味のある形状を保持しているとは言い難い。また、 $\mu(E)$ の推論ルールでは $PElliptic$ に対する言語的真理値が逆転しており推論式として正しく表現できていないことが分かる。

これに対し、本手法の結果(図 16)では、ファジネス生成モデルの傾き成分の値を修正しながら学習を行うため、初期値の論理性をあまり崩さないで推論ルールを表現することができている。そのために、十分に余裕を持った学習ができたと考えられる。

5 むすび

本稿は FSCI のファジネス生成モデル概形に大きな影響を与える比例定数と等価な働きを持つニューロンを推論ルールである FNN に付加することにより、ファジネス生成モデルの概形成分と推論ルールを同時に学習する方法を提案した。

また、実験の結果からファジネス生成モデルの概形

成分と推論ルールの同時学習が有効に働き、推論ルールのみの学習を行う従来法と比較して高い学習が効果が確認された。

参考文献

- [1] 佐賀聰人, 牧野宏美, 佐々木淳一, “手書き曲線モデルの一構成法—ファジースライイン補間法—”, 信学論(D-II), vol.J77-D-II,no.8,pp.1610-1619, Aug.1994.
- [2] 佐賀聰人, 牧野宏美, 佐々木淳一, “ファジースライイン曲線同定法”, 信学論(D-II), vol.J77-D-II,no.8,pp.1620-1629, Agu.1994.
- [3] 大川哲也, 佐賀聰人, “手書き曲線同定法 FSCI におけるファジネス生成モデルの精密化”, 信学論(D-I), vol.J82-D-I,no.5,pp.634-643, May.1999.
- [4] Sato SAGA and Saori MORI, “Trainable Freehand Curve Identifier with a Fuzzy Neural Network”, Proc. of 5th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing, Aachen, Germany, pp.127-131, 1997.
- [5] 森さおり, 佐賀聰人, “ファジーニューラルネットワークを用いた学習型手書き曲線同定法”, 信学論(D-I), vol.J83-D-I,no.3,pp.375-383, Mar. 2000.
- [6] 堀川慎一, 古橋武, 大熊繁, 内川嘉樹, “ニューラルネットワークによる学習型ファジィ制御器”, 計測制御, vol.27,no.2,pp.208-215, Feb. 1991.
- [7] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility,” Fuzzy Sets & Systems, vol.1,no.1,pp.3-28, 1978.
- [8] L. A. Zadeh, “The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning — II,” Information Sciences, 8,pp.301-357, 1975.