

日本国債市場におけるウインブルドン化の可能性

宮崎 浩一

電気通信大学 電気通信学部 システム工学科

国債入札は、かつては国内大手証券会社を中心であったが、今日外資系証券のプレゼンスが大きい。本研究では、国債入札参加者を大きく、国内証券会社、外資系証券会社、機関投資家の3つに分けて、今後のウインブルドン化の見通しを数理モデルに基づいて分析することを目的とする。分析方法は、まず、3社間のシェア競争を連立線形微分方程式により記述する。次に、拡散近似の手法を用いて、将来のシェアの確率分布を表し、この分布に基づいて3者間における将来の国債懇談会参加可能メンバーの数を判断する。モデルによると、過去のデータに基づけば、先行き3年間でウインブルドン化が起きる可能性は、限定的であるという結論が得られた。

THE PROBABILITY OF THE WIMBLEDON PHENOMENON OCCURRING IN THE JAPANESE GOVERNMENT BOND AUCTION

KOICHI MIYAZAKI

The University of Electro-Communications, Department of Systems Communications

This article analyzes the probability of the Wimbledon phenomenon occurring in the Japanese Government bond auction, based on the historical auction shares of domestic dealers, foreign dealers, and other financial institutions. The analysis involves three steps. First, a set of linear differential equations is constructed to model share competition among the three groups. Second, the future share distribution of the three groups is determined by transforming the differential equations into stochastic ones by the diffusion approximation technique. The last step derives the probability of the Wimbledon phenomenon occurring from the future share distribution. The model indicates that the probability of the Wimbledon phenomenon within three years is quite limited.

1. はじめに

国債発行が年間100兆円に迫る状況のなかで、財務省は、市場参加者と適宜懇談会を開くことにして市場の状況をより深く把握する方針を打ち出した。2001年4月現在この懇談会メンバーは、日系証券会社が6社、外資系証券会社が3社、日興ソロモンスミスバーニーのような日系と外資系の合併の証券会社が1社、日系銀行が2社となっている。財務省によると、懇談会メンバーは、国債入札において落札額が上位に位置する金融機関を選択しているとのことである。日系金融機関のプレゼンスが低下するなか、外資系証券会社の活躍が目覚しく、英国で起きたような自国の証券会社が衰退し外資系証券会社で全て占められてしまうウインブルドン現象が日本国債

市場でも起きるのだろうか？本論文では，懇談会メンバーの 12 座席が，先行き外資系証券会社が過半数以上を占めるようになる可能性がどの程度あるかを，過去の国債入札における，日系証券会社，外資系証券会社，その他金融機関のシェアの推移から考察することを目的とする．

本論文の構成は，以下の通り．次章では，日本国債市場におけるウインブルドン化の可能性を探るためのモデルを提案する．3 章では，モデルのパラメータ推定法を示す．4 章では，実証分析結果を紹介し，5 章では，まとめと結語を与える．

2. ウインブルドン化計量のための単純な確率モデル

第一に，国債入札における，日系証券会社，外資系証券会社，その他金融機関のシェアを，線形連立微分方程式を採用して記述する．第二に，線形連立微分方程式を出生死滅過程として捉える拡散近似により OU プロセスを導く．第 3 に，各年限におけるシェアのプロセスを国債入札の残存期間別発行高で加重平均して，懇談会メンバーの 12 座席の割り当てを決定するモデル化を行う．

2.1 国債入札シェアの推移を記述する線形連立微分方程式

線形連立微分方程式

$$\frac{d}{dt}X(t) = -aX(t) + bY(t) + eZ(t), \quad \frac{d}{dt}Y(t) = cX(t) - dY(t) + fZ(t), \quad \frac{d}{dt}Z(t) = -(e + f)Z(t) \quad (1)$$

ここで， $X(t)$ ， $Y(t)$ ， $Z(t)$ は，それぞれ日系証券会社，外資系証券会社，その他の金融機関の時刻 t 時点における入札でのシェアを表す．また， a, b, c, d, e, f は正の定数である．

2.2 線形連立微分方程式の OU プロセスへの変換

ここでは，Andersson, H and T. Britton[1]における手法に従って，線形連立微分方程式の OU プロセスによる近似を行う．今， X_n ， Y_n ， Z_n をそれぞれ，時刻 t の国債入札における日系証券会社，外資系証券会社，その他金融機関の実際の落札額とする．ここで，サフィックスの n は，時刻 t の国債入札における国債発行総額を表すとする，

$$n \geq 1 \text{ に対し, } A_n = \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \\ Z_n \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} X_n(t) \\ Y_n(t) \\ Z_n(t) \end{pmatrix} ; t \geq 0 \right\} \text{ は, 三次元ラティス } u^3 \text{ 上の連続なマルコフ過程で}$$

あり，ジャンプ率を， $q_{k,k+l}^{(n)} = n\beta_l(n^{-1}u)$ ， $k, l \in u^3$ とする． $B_l = \{B_l(t); t \geq 0\}$ を推移可能な各

l に対して定義される独立な標準ポアソン過程とすると，

$$(A_n(t)) = (A_n(0)) + \sum_l l B_l \left(n \int_0^t \beta_l(n^{-1}(A_n(s))) ds \right) \quad (2)$$

となる． $\hat{B}_l = B_l(t) - t$ を中心ポアソンプロセス，更に，

$$\bar{A}_n = \begin{pmatrix} \bar{X}_n & \bar{Y}_n & \bar{Z}_n \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \frac{X_n}{n} & \frac{Y_n}{n} & \frac{Z_n}{n} \end{pmatrix}^T \text{ とし, ドリフト関数を } F(x) = \sum_l l \beta_l, \quad x \in u^3 \text{ で定義す}$$

ると，落札額を記述する(2)式は，シェアを記述する次式に変換できる．

$$(\bar{A}_n(t)) = (\bar{A}_n(0)) + n^{-1} \sum_l \hat{B}_l \left(n \int_0^t \beta_l(\bar{A}_n(s)) ds \right) + \int_0^t F(\bar{A}_n(s)) ds \quad (3)$$

主張 1 $(x(t), y(t), z(t))^T$ を線形連立微分方程式(1)の解であるとする、適切にジャンプ率を定めれば、 $\limsup_{n \rightarrow \infty} \sup_{s \leq t} |(\bar{X}_n(t), \bar{Y}_n(t), \bar{Z}_n(t))^T - (x(t), y(t), z(t))^T| = 0$ が殆ど至る所で成り立つ。

次に、 $(\bar{X}_n(t), \bar{Y}_n(t), \bar{Z}_n(t))^T$ と $(x(t), y(t), z(t))^T$ との乖離を表すプロセス $V_n(t) = \sqrt{n} \begin{pmatrix} \bar{X}_n(t) - x(t) \\ \bar{Y}_n(t) - y(t) \\ \bar{Z}_n(t) - z(t) \end{pmatrix}$ を

導く。 $W_l^{(n)}(t) = \sqrt{n}(n^{-1}B_l(nt) - t) = n^{-\frac{1}{2}}\hat{B}_l(nt)$ と定義すると、 $W_l^{(n)}$ は、標準ブラウン運動 W_l に収束し、 V_n は、(4)で定義される $V(t)$ に収束する。

$$V(t) = v_0 + \sum_l l W_l \left(\int_0^t B_l(u(s)) ds \right) + \int_0^t \partial F(u(s)) V(s) ds \quad (4)$$

主張 2 国債入札シェアモデルにおける(4)式の確率微分方程式とその解は、
確率微分方程式

$$\begin{pmatrix} dV^{(1)}(t) \\ dV^{(2)}(t) \\ dV^{(3)}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -aV^{(1)}(t) + bV^{(2)}(t) + eV^{(3)}(t) \\ cV^{(1)}(t) - dV^{(2)}(t) + fV^{(3)}(t) \\ -(e+f)V^{(3)}(t) \end{pmatrix} dt + \begin{pmatrix} \sqrt{by(s) + ez(s) + ax(s)} dW^{(1)}(t) \\ \sqrt{cx(s) + fz(s) + dy(s)} dW^{(2)}(t) \\ \sqrt{(e+f)z(s)} dW^{(3)}(t) \end{pmatrix} \quad (5)$$

確率微分方程式(5)の解

$$V(t) = \begin{pmatrix} V^{(1)}(t) \\ V^{(2)}(t) \\ V^{(3)}(t) \end{pmatrix} = \exp(tA)v(0) + \int_0^t \exp\{(t-s)A\} M dW(s) \quad (6)$$

で与えられる。ここで、

$$v(0) = \begin{pmatrix} v_0^{(1)} \\ v_0^{(2)} \\ v_0^{(3)} \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} \sqrt{by(s) + ez(s) + ax(s)} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{cx(s) + fz(s) + dy(s)} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{(e+f)z(s)} \end{pmatrix}.$$

主張 3 $\{V(t), t \geq 0\}$ の各成分が従う分布は、(6)式から明らか。

2.3 懇談会メンバーの座席配分に関する確率モデル

日系証券会社、外資系証券会社、その他金融機関に関して、各年限の国債入札シェアを加重平均したトータルシェアの将来のパスを記述する。3 者に関する時刻 t^* の入札における、5 年債、10 年債、20 年債 + 30 年債の入札シェアをそれぞれ確率変数 $\tilde{X}_i(t^*)$, $\tilde{Y}_i(t^*)$, $\tilde{Z}_i(t^*)$ で表すと、時

刻 t^* の入札におけるトータルシェアを表す確率変数 $(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z})$ は、各年限のウエートを w_i とすると、

$$(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}) = \left(\sum_{i=1}^3 w_i \tilde{X}_i, \sum_{i=1}^3 w_i \tilde{Y}_i, \sum_{i=1}^3 w_i \tilde{Z}_i \right) \text{ となり、外資系証券の懇談会座席数が日系証券の懇談会}$$

座席数を上回る確率は、 $\text{Prob}(\tilde{X} - \tilde{Y} < 0)$ を求めれば良い。

3. モデルのパラメータ推定法

モデルの確率的挙動も考慮したパラメータ推定が重要になるため、1 次のモーメントだけでなく、2 次のモーメントもフィットさせるようなモデルのパラメータ推定法が必要となる。このため、確率微分方程式 (5) 式を離散化したうえでモーメント法を適用した。

4. 実証分析

4.1 データ

日本国債入札シェアに関するデータは、非上場 4 年債：1993 年 11 月 10 日～、非上場 6 年債：1994 年 2 月 15 日～、10 年債：1992 年 1 月 9 日～、20 年債：1992 年 7 月 2 日～、2001 年 5 月末までに行われた国債入札における個社別の落札額のデータから構成した。

4.2 国債懇談会メンバー座席数の逆転可能性は？

線形連立微分方程式の解曲線からは、緩やかにウインブルドン化が進行しているのであるが、現在、日系証券会社 6.5 席、外資系証券会社 3.5 席（国債懇談会メンバーに日興ソロモンスミスバーニー証券が入っているため、日系証券会社と外資系証券会社にそれぞれ 0.5 席ずつ割振った）となっている国債懇談会メンバーの座席数が逆転する可能性は、先行き 3 年以内であれば議席数が 1 席逆転する可能性ですら 5% 程度であることを示しており、また、3 席以上逆転する可能性は 1% 程度であることから英国のような極端なウインブルドン化が起こる可能性は極めて小さいといえる。

5. まとめと結語

本論文では、Andersson, H and T. Britton[1]の方法を国債入札シェア競争に応用し、1992 年以降 2001 年前半にかけての国債入札における日系証券会社、外資系証券会社、その他金融機関のシェアの推移から、先行きのウインブルドン化を予測した。モデルによると、先行き 3 年以内であれば国債懇談会メンバーの議席数が日系、外資系証券会社間で大きく逆転する可能性は極めて低く、英国のようなスピードでウインブルドン化が起きる可能性はまずないといえる。ただし、本論文における分析は、過去のデータに基づいた数理モデルに基づく分析であり、構造改革等の要因分析は行っていない。しかしながら、本論文が、日本国債市場におけるウインブルドン現象を説明するための 1 つの数理モデルを提案できたと考えている。

参考文献

- [1] Andersson H, Britton T.: Stochastic Epidemic Models and Their Statistical Analysis. Springer-Verlag, New York, (2000) その他