

確率的スキーマ貪欲法の実数値問題への拡張

丸 山 崇[†] 北 米 輔[†]

進化的計算手法の一つに、相澤らが提案した確率的スキーマ貪欲法 (Stochastic Schemata Exploiter: SSE) というアルゴリズムがある。SSE は、0/1 組合せ最適化問題を対象に提案された探索手法である。本研究では、SSE に SPX, UNDX-m を適用した実数値 SSE (Real-coded SSE) を提案する。更に、いくつかの実数値テスト問題を用いて、実数値 GA (Real-coded Genetic Algorithms: RGA) と RSSE の探索性能を比較する。その結果、RSSE は優れた収束速度と RGA と同程度の探索性能を実現していることがわかった。

Extension of Stochastic Schemata Exploiter to real-valued problem

TAKASHI MARUYAMA[†] and EISUKE KITA[†]

The Stochastic Schemata Exploiter(SSE) is one of the evolutionary optimization algorithms for solving the combinatorial optimization problems. SSE enables enhancing to the real-valued problem by applying the real-value crossover that uses a lot of individuals. In this paper, we present the Real-coded SSE(RSSE) that uses SPX crossover and UNDX-m crossover. The RSSE are compared with the Real-coded Genetic algorithm(RGA) in real-valued problem As a result, we indicate that RSSE has an excellent convergence property and the global search ability.

1. はじめに

進化的計算手法の一つに、相澤らが提案した確率的スキーマ貪欲法 (Stochastic Schemata Exploiter: SSE) [1] がある。0/1 組合せ最適化問題において、SSE は、GA よりもいくつかの点で優れた探索性能を有していることを複数のテスト問題を通して確かめた [2]。そこで、本研究では、SSE の実数値問題への拡張について述べる。

実数値問題において、効率よく解探索を行う GA を実数値 GA (Real-coded Genetic Algorithms: RGA) と呼ぶ。RGA では、実数値ベクトルを扱う交叉手法が必要であり、これまでの研究において、多くの交叉手法が提案されてきた。その中に、SPX [3], UNDX-m [4] という多数の親個体を用いる交叉手法がある。そこで、本研究では、SSE に SPX, UNDX-m を適用することで、SSE を実数値問題へ拡張した実数値 SSE (Real-coded SSE) を提案する。更に、いくつかの実数値テスト問題を用いて、実数値 GA と実数値 SSE の探索性能を比較する。

本論文の構成は以下のようにになっている。第 2 章において、研究背景として、SSE の概要、RGA と実数値交叉について簡単に述べる。第 3 章では、本研究で提案する実数値 SSE の概要とアルゴリズムを説明する。更に、第 4 章において、いくつかの実数値テスト問題を用いて実数値 GA、実数値 SSE の探索性能を比較する。最後に、第 5 章において、本論文全体のまとめを述べる。

2. 研究の背景

2.1 SSE の概要

SSE は、GA と同様に個体集団を用いた多点探索であるが、局所的探索処理を重視しており、優れた初期収束特性を持つ。SSE では、良いスキーマの選出問題を優れた個体部分集合の選出問題に置き換えている。そして、良い個体部分集合から抽出したスキーマから次世代の個体を生成していく。0/1 組合せ最適化問題において、SSE は、GA よりも優れた探索性能を実現している。

2.2 RGA と実数値交叉

RGA で用いる実数値交叉手法の中に、SPX [3], UNDX-m [4] という多数の親個体を用いる交叉手法があり、優れた探索性能を示している。

[†] 名古屋大学大学院 情報科学研究科 複雑系科学専攻
Graduate School of Information Science, Nagoya University

- SPX 交叉

SPX によって生成される子個体は、 $m+1$ 個体の親個体が張る m 次元のシンプレクスの重心を中心に ϵ 倍に相似変換した図形の内部に一様分布に生成される。 $m+1$ 個の親個体の重心の位置座標を $\mathbf{G}$ と置く。子個体の基になる $\mathbf{x}_k$, $\mathbf{C}_k$ を次式で求める。

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{G} + \epsilon(\mathbf{p}_k - \mathbf{G}) \quad (k = 1, \dots, m+1)$$

$$\mathbf{C}_k = r_{k-1}(\mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{x}_k + \mathbf{C}_{k-1}) \quad (2)$$

$$(k = 2, \dots, m+1, \mathbf{C}_1 = \mathbf{0})$$

$$r_k = (u(0, 1))^{\frac{1}{k}} \quad (k = 1, \dots, m) \quad (3)$$

そして、子個体 $\mathbf{x}^c$ は次式で求める。

$$\mathbf{x}^c = \mathbf{x}_{m+1} + \mathbf{C}_{m+1} \quad (4)$$

ここで、拡張率 ϵ は正のパラメータであり、本研究では、樋口らの研究 [3] において推奨されている $\epsilon = \sqrt{m+2}$ を用いる。

- UNDX-m 交叉

UNDX-m によって生成される子個体は、 $m+1$ 個の親個体の重心の中心に $m+1$ 個の親が張る m 次元の部分空間内に正規分布に生成される。 $m+1$ 個の親個体の重心の位置座標を $\mathbf{G}$ 、親個体と重心の差ベクトルを $\mathbf{d}_i$ と置き、 $m+2$ 個目の親個体と重心の差ベクトル $\mathbf{d}_{m+2}$ の $\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_m$ に直交する成分の大きさを D とする。 $\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_m$ に直交する部分空間の正規直交基底を $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_{n-m}$ と置く。子個体 $\mathbf{x}^c$ は次式で求める。

$$\mathbf{x}^c = \mathbf{G} + \sum_{i=1}^m w_i \mathbf{d}_i + \sum_{i=1}^{n-m} v_i D \mathbf{e}_i \quad (5)$$

ここで、 w_i , v_i はそれぞれ $N(0, \sigma_\xi^2)$, $N(0, \sigma_\eta^2)$ に従う正規乱数であり、 σ_ξ , σ_η は次式で定義される。

$$\sigma_\xi = \frac{\alpha}{\sqrt{m}} \quad (6)$$

$$\sigma_\eta = \frac{1}{\sqrt{n-m}} \frac{\sqrt{m+1}}{\sqrt{m+2}} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \beta \quad (7)$$

本研究では、喜多らの研究 [4] において推奨されている $\alpha = 1$, $\beta = 0.35$ を用いる。

3. RSSE の概要とアルゴリズム

本節では、SSE に SPX, UNDX-m 交叉を適用して実数値 SSE (Real-coded SSE) を構成する。

SPX, UNDX-m 交叉を用いた実数値 SSE のアルゴリズムを以下に述べる。

- (1) 初期集団の生成

初期個体 M 個をランダムに生成する。

- (2) 個体の評価計算

各個体の適合度を評価する。

- (3) 個体部分集合の生成

個体を適合度の降順に並べて、高い適合度の個体を要素に持つ平均評価値の高い個体部分集合を生成する。そこから、平均評価値の高い上位 M 個の個体部分集合を選択する。

- (4) 親個体の選択と子個体の生成

- SPX 交叉

M 個の個体部分集合に、それぞれ SPX 交叉を実行して、 M 個の子個体を生成する。また、突然変異操作を施す。

- UNDX-m 交叉

M 個の個体部分集合に、それぞれ UNDX-m 交叉を実行して、 M 個の子個体を生成する。また、突然変異操作を施す。

- (5) 世代交代

生成された M 個の子個体を次世代の母集団とする。

- (6) 終了条件

停止条件が満たされるまで、2 から 6 を繰り返す。

4. 性能比較

本章では、いくつかの実数値問題を用いて RGA, RSSE の探索性能を比較する。

4.1 実数値テスト問題

本節では、実数値問題として用いる Sphere 関数、Rastrigin 関数、Ridge 関数、Griewank 関数を説明する。これらの関数は、最小値に 0 をとる最小化問題である。

- (1) Sphere 関数

最もシンプルな単峰性の関数であり、設計変数間に依存関係はない。

$$F_{sp}(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (8)$$

$$-5.12 < x_i < 5.12$$

n は設計変数の数であり、本研究では $n = 10$ とする。

- (2) Rastrigin 関数

大域的最適解の周辺に格子状に多数の局所解を持つ多峰性の関数であり、設計変数間に依存関係はない。

$$F_{ra}(x) = 10n + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)) \quad (9)$$

$$(-5.12 \leq x_i \leq 5.12)$$

表 1 各試行 (30 回) における最終到達解
Table 1 The final solution in each execution(30 times)

	RGA / RSSE			
	sp	ra	ri	gr
~, 1.0e + 2]	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0
(1.0e + 2, 1.0e 0]	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0
(1.0e - 0, 1.0e - 2]	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 22
(1.0e - 2, 1.0e - 4]	0 / 0	0 / 0	0 / 0	11 / 3
(1.0e - 4, 1.0e - 6]	0 / 0	0 / 0	0 / 0	4 / 0
(1.0e - 6, 1.0e - 8]	0 / 0	0 / 0	0 / 0	15 / 0
(1.0e - 8, ~	30 / 30	30 / 30	30 / 30	0 / 5

n は設計変数の数であり, 本研究では $n = 10$ とする.

(3) Ridge 関数

単峰性の関数であり, 設計変数間に強い依存関係が存在する.

$$F_{ri}(x) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^i x_j \right)^2 \quad (10)$$

$(-64 \leq x_i < 64)$

n は設計変数の数であり, 本研究では $n = 10$ とする.

(4) Griewank 関数

大域的には単峰性の形状であるが, 局所的には多数の局所解が存在する多峰性の関数であり, 設計変数間に依存関係がある.

$$F_{gr}(x) = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \left(\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) \right) \quad (11)$$

$(-512 \leq x_i < 512)$

n は設計変数の数であり, 本研究では $n = 10$ とする.

4.2 実験結果

本節では, 実数値テスト問題 (最小値に 0 をとる最小化問題) を用いて RSSE の探索性能を検討する.

各アルゴリズムにおける個体数を 100 とし, 異なる初期個体集団から 30 回実行する. 各アルゴリズムにおける 30 回の試行の最終到達解を表 1 に示す. また, SPX, UNDX-2, UNDX-4 を適用した RGA と RSSE, 最も良い性能を示した RGA, RSSE の最良個体の到達解の平均値のグラフを図 1~図 12 に示す. なお, Sphere 関数は SP, Rastrigin 関数は RA, Ridge 関数は RI, Griewank 関数は GR と記述する.

図 5, 図 11 より, UNDX-4 を適用した RSSE は, 多峰性の関数では到達解が 0 へ収束せず, 探索性能が大きく低下していることがわかる. また, 図 2, 図 5 より, UNDX-2 を適用した RSSE に比べて SPX を適用した RSSE は, 単峰性の関数では収束速度が遅いことがわかる. 図 2, 図 11 より, SP, GR 関数では, SPX を適用した RSSE と UNDX-2 を適用した

RSSE は同等の探索性能を示していることがわかる. 図 5, 図 8 より, RA, RI 関数では, SPX を適用した RSSE に比べて UNDX-2 を適用した RSSE は, 収束速度が若干速いことがわかる. 以上より, 他の RSSE に比べて UNDX-2 を適用した RSSE が比較的良好な探索性能を実現していることがわかる.

表 1, 図 3, 図 6, 図 9 より, SP, RA, RI 関数では, RSSE は, RGA と同程度の最終到達解を安定して探索し, RGA と比べて収束速度が速く, 優れた探索性能を示していることがわかる.

図 12 より, GR 関数では, RSSE は, RGA よりも高い値に収束しており, 探索性能が悪いことがわかる. 表 1 より, RSSE は, $1.0e-8$ より低い値を 5 回示しているが, 全体的な試行においては RGA と比べて, 高い値を示していることがわかる. それにより, 平均探索性能が RGA よりも悪い結果となった. GR 関数は, 設計変数間に依存関係が存在し, 多数の局所解が存在する多峰性の関数である. このような問題において, RSSE は, 一旦局所解へ収束すると, そこから解を改善することが難しい可能性があることがわかる.

5. ま と め

本研究では, SSE に SPX, UNDX-m を適用した実数値 SSE (Real-coded SSE) を提案し, いくつかの実数値テスト問題を用いて探索性能を検討した. その結果, RSSE は, RGA と同程度の最終到達解を安定して探索し, 収束速度が速く, 優れた探索性能を示していることがわかった.

しかし, RSSE は, 設計変数間に依存関係がある多峰性関数においては, RGA よりも探索性能が低くなることがあり, 今後, 更なる検討が必要である.

参 考 文 献

- 1) 相澤彰子. スキーマ処理に基づく集団型探索アルゴリズム. 情報処理学会 研究報告「人工知能」, Vol. 1994, No. 093, pp. 1-8, 1994.
- 2) 丸山崇, 北英輔. 0/1 組合せ最適化問題における確率的スキーマ貪欲法の検討と拡張, 性能比較について. 情報処理学会 第 54 回 数理モデル化と問題解決, 2005. 採録決定 掲載号未定.
- 3) 樋口隆英, 筒井茂義, 山村雅幸. 実数値 GA におけるシンプレクス交叉の提案. 人工知能学会論文誌, Vol. 16, No. 1, pp. 146-155, 2001.
- 4) 喜多一, 小野功, 小林重信. 実数値 GA のための正規分布交叉の多数の親を用いた拡張法の提案. 計算自動制御学会論文集, Vol. 36, No. 10, pp. 875-883, 2000.

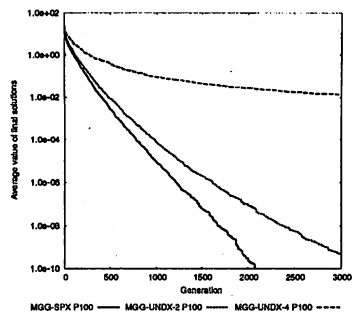


図 1 SP における RGA
Fig. 1 RGA on SP

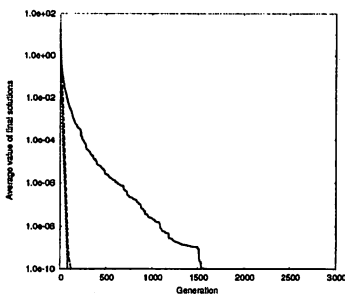


図 2 SP における RSSE
Fig. 2 RSSE on SP

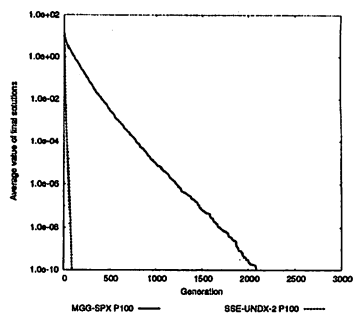


図 3 SP における最良の RGA と RSSE
Fig. 3 Best RGA and RSSE on SP

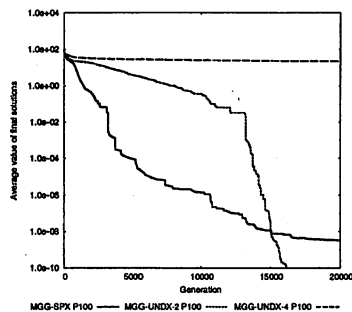


図 4 RA における RGA
Fig. 4 RGA on RA

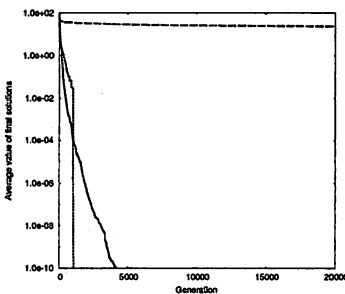


図 5 RA における RSSE
Fig. 5 RSSE on RA

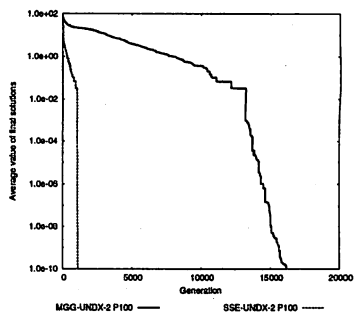


図 6 RA における最良の RGA と RSSE
Fig. 6 Best RGA and RSSE on RA

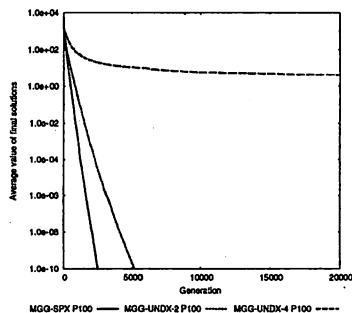


図 7 RI における RGA
Fig. 7 RGA on RI

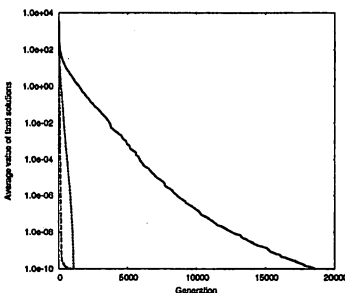


図 8 RI における RSSE
Fig. 8 RSSE on RI

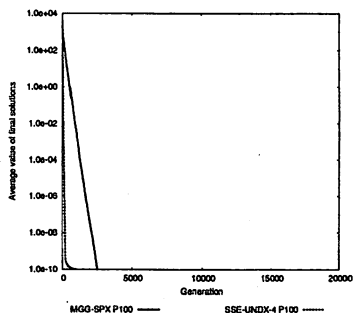


図 9 RI における最良の RGA と RSSE
Fig. 9 Best RGA and RSSE on RI

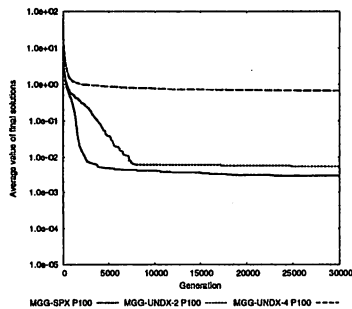


図 10 GR における RGA
Fig. 10 RGA on GR

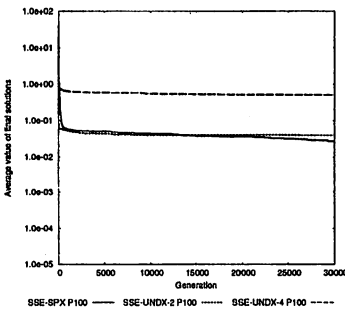


図 11 GR における RSSE
Fig. 11 RSSE on GR

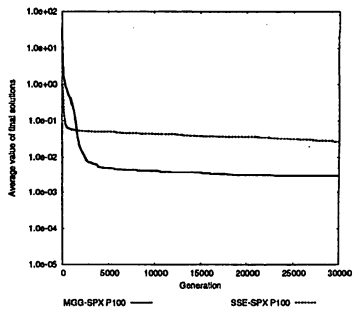


図 12 GR における最良の RGA と RSSE
Fig. 12 Best RGA and RSSE on GR