

## 群れの創発と結合グラフとの関係

青柳 優<sup>†</sup> 生天目 章<sup>†</sup>

群れ行動するエージェント同士は、局所的な情報参照により結合グラフとなっている必要がある。このようなエージェントに時間的にも空間的にもランダムな情報参照を加えると、離散した状態から群れ行動を創発する。本論文では、3次元の群れ行動の創発過程の相転移について、離散したエージェントどうしの凝集と速度の同期に注目し、各エージェントの近傍のエージェント数及び群れクラスタの成長との関係について調べ、その背景にある結合グラフの特性について考察する。

## Relationship between Emergence of Flocking and Connected Graph

MASARU AOYAGI<sup>†</sup> and AKIRA NAMATAME<sup>†</sup>

This paper examines the conjecture by describing the occurrence of flocking behavior and the underlying connection between agents. It is shown that the occurrence of flocking behavior in the coherent motion of networked agents is directly associated with the connectivity properties of the interconnection graph. The robustness of the system to arbitrary switching of the connected graph was also examined.

### 1. はじめに

生命体の情報交換のネットワークに関する研究の中から、Wattsらは、small-world ネットワーク<sup>1)</sup>を発見し、近年の複雑系の立場からのネットワークの研究の発展に大きな貢献をしている。

ほんどの複雑系システムのネットワークにおいて、ノードは自律的に活動し、それらを接続するリンクは、時間とともに生成消滅を繰り返す。現実世界のネットワークを動的なエージェントが相互に接続されたものととらえると、そのネットワーク特性は、時間とともに様々に変化する。

生物は、自然淘汰の過程で、生存に優位な性質を持つ個体が生き抜き、その性質を受け継いできたと考えられている。多くの生物で、観察される群れ行動もそのようして、受け継がれてきた性質の1つである。群れ行動は、それを構成するメンバーが群れ全体が生み出す効果を期待して、群れを形成するのではなく、個々のメンバーが、それぞれの判断で行動する結果として、ボトムアップ的に創発されるものである。

Reynolds の Boids モデル Reynolds<sup>2)</sup>では、近傍のエージェント同士がお互いの情報を参照して、行動

を決定し、局所的に相互作用することから群れ行動が創発する。情報の参照を近傍のエージェントに限定することは、情報量の局限や障害物の回避等外的環境からの刺激に対する群れ行動のロバストネスの確保に有効である。しかし、エージェント同士が遠く離れていると、お互いの情報を参照できず、群れ行動を創発しない。

そこで、本論文では、3次元マルチエージェントシミュレーションにより、近傍のエージェントの参照に加え、遠隔のエージェントを時間的にも空間的にもランダムに参照することにより、創発される群れ行動を解析する。その中で、群れ形成の過程におけるエージェント間の情報参照により結合されるグラフ構造を検証する。

### 2. 同期問題と small-world ネットワークの関係に関する研究

生物等にみられる同期現象では、隣接する振動子がパルス的な信号による相互作用により創発するものとして理解されている<sup>3)</sup>。その他、ネットワーク化された振動子の同期問題についていくつかの研究例がある<sup>2),4)</sup>。

Granovetter は、人どうしのつながりの中で、日常的に接觸している親しい人々との絆よりも、むしろ接觸頻度が低く、普段は疎遠にしている人々との絆のは

<sup>†</sup> 防衛大学校  
National Defense Academy of Japan

うが、情報収集や情報伝達に優れているという理論（弱い紐帯理論）<sup>5)</sup>を提唱している。

Watts らは、同期現象が生まれるネットワークの研究の中から、弱い紐帯理論に相当する small-world ネットワークモデル<sup>1)</sup>を考案し、同様のトポロジーの特性が、映画俳優の共演関係や、電力系統、線虫の神経細胞など、現実世界の様々なネットワークにも共通して存在することを示している<sup>6)</sup>。

Sepulchre らは、2次元平面状の群れ行動において、全体を参照する場合と局所的に参照する場合の群れ行動の創発の相転移過程について、報告している。<sup>7),8)</sup>

### 3. Boids モデルと群れ行動の創発

"Boids" モデル<sup>2)</sup>では、個々のエージェントは、自律的に行動し、近傍のエージェントの相対位置及び相対速度の情報に基づき、次の3つのルールに従った行動をとる。そして、個々のエージェントは、ある範囲内に位置する他のエージェント（以下、近傍のエージェントという。）と局所的に相互作用する。それらの相互作用が多重に連結されることで、群れ行動は創発される<sup>9)</sup>。

- (1) Cohesion(凝集ルール) は、近傍のエージェントの中心位置への引力として働く。これにより近傍のエージェント同士は凝集する。
- (2) Separation(分離ルール) は、近傍のエージェントからの斥力として働く。これにより、近傍のエージェントとの衝突を防止する。その大きさは、距離に反比例する。
- (3) Alignment(同期ルール) は、近傍のエージェントの平均速度に合わせるような力として働く。これにより、近傍のエージェント同士の速度が揃う。

### 4. Small-world ネットワーク的結合モデルの構成法

Boids モデル<sup>2)</sup>では、近傍のエージェント同士の局所的な相互作用により、群れ行動が創発される。この場合、エージェント同士の情報参照による結合されるグラフ構造は、各エージェントが他のエージェントを認識する距離（視程）を半径とする球体内（視界）で結合する片方向のリンク（以下、近傍リンク）で接続された、3次元の Unit Disk Graphs<sup>10)</sup>あるいは Random Geometric Graphs<sup>11)</sup>となる。ここで、相互参照するエージェント同士は双方向のリンクとなる。このようなネットワークにおいては、エージェント間の物理的距離が重要な要素となる。

近傍のエージェント同士は、お互いに近傍リンクを確立し、お互いの距離が  $r_v$  より離れた場合には近傍リンクを切断する。

このような近傍リンクに加えて、単位時間毎（ここでは、シミュレーションステップ毎）に、確率  $p$  で、時間的にも空間的にもランダムに、遠隔のエージェントの情報を参照することとする。この場合のグラフ構造では、各時点で、片方向の期待値  $k_e$  本の遠隔リンクが接続される。

今、 $N$  体のエージェント集団を考える。その中のエージェント  $i (= 1, \dots, N)$  の周囲の半径  $r_v$  の球の範囲内に、 $n_i (= [0, N])$  体の近傍のエージェントが存在し、それ以外の  $(N - n_i)$  体のエージェントを遠隔のエージェントとする。ここで、エージェント  $i$  は、すべての近傍のエージェントとの近傍リンクに加え、確率  $p$  で遠隔のエージェントとリンクを持つとする。すると、近傍リンクの平均値  $k_l$  及び遠隔リンクの平均値  $k_e$  は、それぞれ次式となる。

$$k_l = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i \quad (1)$$

$$k_e = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (N - n_i) p \quad (2)$$

遠隔リンク確率  $p = 1$  の場合は、すべてのエージェントがお互いにリンクし、完全結合グラフとなる。また、 $p = 0$  の場合は、近傍リンクのみとなり、Unit Disk Graph または Random Geometric Graph となる。更に、 $0 < p < 1$  の場合は、近傍リンクのみとなり、small-world ネットワーク的な結合グラフ構造となる。

### 5. シミュレーション

近傍リンクとランダムな遠隔リンクから成る small-world ネットワーク的グラフ構造をもつ群れ行動の状態の変化について、シミュレーションにて明らかにする。また、完全グラフ（遠隔リンク確率  $p = 1$ ）と small-world ネットワーク的結合グラフ ( $p = 10^{-3}$ ) の場合で、グラフ構造による群れ形成過程の違いを比較する。時刻（シミュレーションステップ） $t = 0$  で、100 体のエージェントがお互いに視程  $r_v$  より離れた状態になるように、球体状にランダムに配置する。また、各エージェントの速度ベクトルをランダムに与える。（ただし、その大きさの上限を 0.2 とする。）

エージェントの位置の標準偏差  $SD(x, y, z)$  は、エージェント集団全体の凝集の度合いを表し、速度の標準

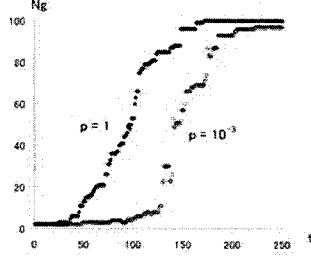


図 1 群れクラスタの成長過程.  $p = 1$  及び  $10^{-3}$  の場合の最大の群れクラスタを構成するエージェント数  $N_g'$  の推移.

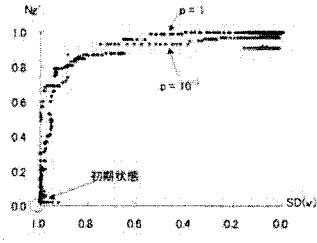


図 3 エージェントの速度の同調性 ( $SD(v)'$ ) に対する最大の群れクラスタの大きさ (値は最大値で規格化)

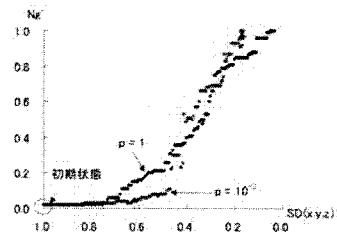


図 2 エージェントの凝集性 (位置の標準偏差  $SD(x, y, z)'$ ) に対する最大の群れのクラスタの大きさ (値は最大値で規格化)

偏差  $SD(\vec{v})$  は、エージェント集団全体の速度の同調の度合いを表す。更に、平均近傍リンク数  $k'_l$  は、近傍のエージェントに対する視界の範囲内のエージェント数の平均と同値であり、個々のエージェントの局所的な凝集性を表し、これら 3 つの指標から群れ行動の形成過程を定量的に評価する。

### 5.1 群れクラスタの成長過程

近傍リンクにより直接あるいは間接的に連結されたエージェントのグループ（以下、群れクラスタという。）は、凝集が進むにつれ、その規模（エージェント数）を拡大する。図 1 は、ある時刻  $t$  における群れクラスタのうち、最大のものを構成するエージェント数  $N_g'$  を指標として、群れの成長過程を示している。 $N_g'$  は、最初緩やかに増加するが、ある時刻から急激に増加している。 $p = 1$  に比べ、 $p = 10^{-3}$  は、 $N_g'$  の急激な増加の開始が遅れるが、増加の進行速度（グラフの傾き）に大きな違いはみられない。つまり、完全結合グラフ、small-world ネットワーク的結合グラフとともに群れの成長速度には変化はみられないことがわかる。また増加は、離散的、段階的であることから、群れクラスタ同士が段階的に結合を繰り返して成長していることがわかる。

### 5.2 群れの成長過程における凝集性と同期性

次に、群れクラスタの成長過程において、エージェ

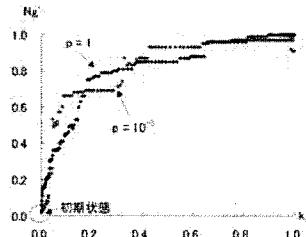


図 4 平均近傍リンク数  $k'_l$  に対する最大の群れクラスタの大きさ (値は最大値で規格化)

ント全体の凝集性、同期性及び各エージェントの近傍の凝集性の応答性を、それぞれ図 2、図 3 及び図 4 に示す。各値は、それぞれの最大値で規格化し、縦軸に、最大の群れクラスタの大きさ  $N_g'$  をとり、それぞれの横軸に、位置の標準偏差  $SD(x, y, z)'$ 、速度の標準偏差  $SD(\vec{v})'$ 、及びエージェントの平均近傍リンク数  $k'_l$  をとっている。

図 2 に示す、 $SD(x, y, z)'$  に対する  $N_g'$  の変化は、ある程度凝集が進んでから、 $N_g'$  の急激な増加が始まっている。これは、ある程度凝集してから、群れクラスタの成長が始まる事を示している。 $p = 10^{-3}$  の場合は、 $p = 1$  の場合と比較して、凝集度に対する群れクラスタの成長開始の応答が鈍い。また、群れクラスタの成長はある程度凝集したところ ( $SD(x, y, z) = 0.15$ ) で、群れの成長を完了している。

これに対し、図 3 と図 4 に示すように、 $k'_l$ 、 $SD(\vec{v})'$  どちらも、初期値に近い段階から、 $N_g'$  は急激に増加する。そして、 $N_g' = 0.7$  附近に到達すると、 $N_g'$  の増加は緩やかになる。逆に、これを  $N_g'$  に対する  $k'_l$  及び  $SD(\vec{v})'$  の変化と捉えると、ある程度、群れクラスタ ( $N_g'$ ) が成長してから、各エージェントの近傍の凝集性 ( $k'_l$ ) と速度の同期性 ( $SD(\vec{v})'$ ) が急激に増加することを示している。

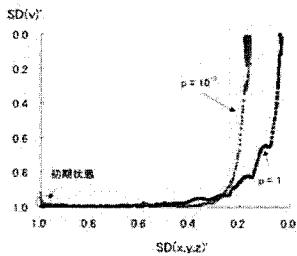


図 5 エージェントの位置の標準偏差  $SD(x, y, z)$  に対する速度の標準偏差  $SD(v)$  の推移

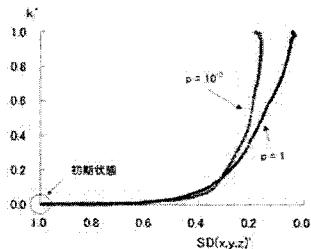


図 6 エージェントの平均近傍リンク数  $SD(x, y, z)$  に対する平均近傍リンク数  $k_l$

### 5.3 凝集度からみた速度の同調と平均近傍リンク数

最後に、エージェント全体の凝集度に対する、速度の同期性及び各エージェントの近傍の凝集性の応答性を、それぞれ図 5 及び図 6 に示す。どちらグラフも同様に推移しており、 $p = 1, 10^{-3}$  どちらの場合も、初期状態からほとんど変化しないが、 $SD(x, y, z)'$  = 0.3 付近まで凝集すると、急激に増加することがわかる。ただし、図 2 と同様に、 $p = 10^{-3}$  の場合は、 $SD(x, y, z) = 0.15$  付近で成長を終えている。

以上の結果から、離散状態にあるエージェントにおける群れの成長過程は、完全結合グラフ及び small-world ネットワーク的結合グラフとともに、まずエージェント全体の凝集の段階から始まり、ある程度凝集したところで、群れクラスタの成長の段階となる。更に全体の凝集が進むと、近傍のエージェント同士の局所的な凝集と速度の同期の段階へと多重の相転移を経て群れが形成されることがわかる。また、small-world ネットワーク的結合グラフは、完全結合グラフに比べて、密度の小さい疎な構造の群れとなることがわかる。

## 6. おわりに

本論文では、Boids モデルの近傍のエージェント同士の局所相互作用による群れ行動形成モデルに、Granovetter のいう弱い紐帯に対応する遠隔のエージェン

トへの時間的にも空間的にもランダムな参照を加えることで、近傍と遠隔のネットワーク特性を併せ持つ small-world ネットワーク的な結合グラフを群れ行動に適応した。このモデルにより、情報量の局限や障害物の回避等外的の刺激に対する群れ行動のロバストネスの確保という、局所相互作用の利点を生かしつつ、従来の Boids モデルでは、群れ形成ができない離散状態からの群れ形成を実現した。

このような small-world ネットワーク的グラフの群れ行動は、完全結合グラフに比べ、エージェントの行動の意思決定に対する処理量を大幅に削減可能である。

そのようなネットワーク構造をもつエージェントの 3 次元の群れ行動の創発過程の相転移について、離散したエージェントどうしの凝集と速度の同期に注目し、各エージェントの近傍のエージェント数及び群れクラスタの成長との関係について調べた。

## 参考文献

- 1) D. J. Watts and S. H. Strogatz. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 393(6684):440–442, June 1998.
- 2) C. W. Reynolds. Steering behaviors for autonomous characters. In *Proceedings of Game Developers Conference*, 1999.
- 3) Y. Kuramoto. *Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence*. Springer-Verlag.
- 4) Renato E. Mirollo and Steven H. Strogatz. Synchronization of pulse-coupled biological oscillators. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 50(6):1645–1662, 1990.
- 5) M. S. Granovetter. The Strength of Weak Ties. *The American Journal of Sociology*, 78(6):1360–1380, 1973.
- 6) D.J. Watts. *スモールワールド*. 東京電機大学出版局, 2006. 栗原聰, 佐藤進也, 福田健介 訳.
- 7) R. Sepulchre, D. Paley, and N. Leonard. Stabilization of planar collective motion with limited communication. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 52(5):811–824, 2007.
- 8) Rodolphe Sepulchre, Derek Paley, and Naomi Ehrich Leonard. Stabilization of planar collective motion with limited communication.
- 9) 青柳優 and 生天目章. 群れ行動の力学的解析と自律的制御. *電子情報通信学会論文誌*, 2007.
- 10) B. N. Clark, C. J. Colbourn, and D. S. Johnson. Unit disk graphs. *Discrete Mathematics*, 86(1–3):165–177, 1990.
- 11) Jesper Dall and Michael Christensen. Random geometric graphs. *Physical Review E*, 66:016121, 2002.