

エージェントによる人工株式市場とウェーブレット変換による マルチフラクタル時系列補間を用いた株価時系列生成モデルの判別

池田 鈴一[†] 時永 祥三^{††}

本報告ではエージェントによる人工株式市場とウェーブレット変換によるマルチフラクタル時系列補間を用いた株価時系列生成モデルの判別について述べる。株価などのマルチフラクタル性に基づく識別問題が考察されているが、Hausdorff 次元 $D(h)$ を用いてマルチフラクタル性を分析するには、極めて多数のサンプルを要するため短期的なケースには適していない。これを解決する方法として、時系列を補間してサンプル数を増加させる方法が考えられるが、一般的な線形補間やスプライン補間などは、時系列の性質を損なう可能性がある。このような問題を回避するため、理論的な方法論として示されているウェーブレット変換を基本としたマルチフラクタル時系列生成モデルを拡張し、補間を行う方法を提案する。応用例として、遺伝的プログラミング (Genetic Programming:GP) により学習するエージェントからなる人工株式市場の人工株価に対して、本論文で提案する時系列補完法の性能を判別問題に適用し、性能を評価する。

Discriminant Analysis of Time Series Models generating Artificial Stock Prices based on Multi-agents Systems by using the Interpolation of Multi-fractal Time Series described by the Wavelet Transforms

YOSHIKAZU IKEDA[†] and SHOZO TOKINAGA^{††}

This paper deals with the discriminant analysis of time series models generating artificial stock prices based on multi-agents systems by using the interpolation of multi-fractal time series described by the Wavelet Transforms. Even though many conventional works proposed recognition of multi-fractal time series such as stock prices, but we need sufficient samples to estimate the Hausdorff dimension $D(h)$ which is the key indicator of multi-fractality, and direct application is not available for short-term analysis. To overcome these difficulties, we extend the method to generate multi-fractal times series based on the Wavelet Transform. As applications, we apply the interpolation method of the paper to the classification of segments of artificially generated stock prices by agents using the Genetic Programming for learning.

1. まえがき

近年、マルチフラクタル過程は詳細なフラクタル構造解析の方法として注目されており、工学や物理学はじめ経済分野にも応用されている^{1)~3)}。更に、乱数による手法をベースとしてマルチフラクタル時系列の生成手法も示されている⁴⁾。このように、マルチフラクタル時系列の生成やマルチフラクタル性の検証については多くの研究がなされているが、株価など観測されるサンプル数が限定されている場合には、マルチフラクタル性の識別が十分な精度でなされない問題がある。また、同時にマルチフラクタル性の検出だけではなく、その発生原因を特定することが、株式市場などにおける

支配的な行動を分析する場合に有用である。本報告では、エージェントによる人工株式市場とウェーブレット変換によるマルチフラクタル時系列補間を用いたマルチフラクタル性を分析するのに十分なサンプル数を確保し、これら結果を株価時系列生成モデルの判別への応用する方法について述べる。

サンプル数が十分でない場合、時系列データを補間して、サンプル数を増加させる方法が考えられるが、一般的な線形補間やスプライン補間を直接適用すると、マルチフラクタル性の解析において補間法の影響が現われる、あるいは補間により、時系列のマルチフラクタル性が損なわれる可能性がある。このような問題を回避するため、ウェーブレット変換を基本としたマルチフラクタル時系列生成モデルを拡張し、補間を行う方法を提案する。

応用例としては、人工株式市場による時系列生成を

[†] 北九州市立大学 Kitakyushu University

^{††} 九州大学 Kyushu University

基礎とした人工株価に対して本論文で提案する時系列補完法適用し、類似した発生モデルの判別問題に適用し、性能を評価する。

以下、2節では問題の定式化と人工株式市場について示し、3節ではウェーブレット変換を基本としたマルチフラクタル性抽出の方法、4節ではウェーブレット変換を用いたマルチフラクタル時系列生成とこれに基づく補間法について述べる。更に、5節では応用例としてマルチエージェント株式市場において人工的に生成した時系列を用い、補間法とマルチフラクタル性検出の性能について検証し、株価生成モデルの判別分析について示す。

2. 問題の定式化

2.1 データ補間と発生モデル推定

マルチフラクタル性の分析に必要な $D(h)$ および $\tau(q)$ を計算するには、ウェーブレット変換の局所最大値 (Wavelet Transform Modulus Maxima:WTMM) による方法やあるいは類似するボックスカウント法などにおいても、かなり多くの株価のデータが必要であり、その数は最低でも 10000 個程度となり、満足のいく精度を得るには、数十万個程度の時系列データが用いられる。株価の場合には、日時データに限定すれば 1000 個でも数年単位のデータとなり、市場が安定的に運用されていると見なすことができる年限を越えていくと思われる。

マルチフラクタル時系列生成が、Riedi らにより示されたウェーブレット変換(係数)を段階的に用いる方法で、近似的にモデル化できると仮定する。Riedi らの方法では、ルート信号をスタート時点の段として、ウェーブレット係数と、ある性質にしたがう乱数 $A_{j,k}$ を用いて、現在の段 j から次の $j+1$ 段のウェーブレット係数 $U_{j+1,k}$ を 2 分岐の形状で生成していく。この場合、生成されたウェーブレット係数が、マルチフラクタル時系列のサンプル値を与えていた。もし時系列の個数が必要な数 N_{max} に達する段数にいたれば、生成をやめる。

マルチフラクタル時系列生成が目的であれば、この段階で操作は終了するが、観測された時系列が上に示す生成プロセスにしたがうと仮定すると、時系列生成に用いられた、ある性質にしたがう乱数 $A_{j,k}$ の確率分布を推定することが可能である。この分布を用い、時系列生成のプロセスを進め、十分なサンプル数が得られるまで時系列発生と同様のプロセスによりフラクタル補間をすることができる。この時系列は、マルチフラクタル性の上では、ものと時系列と同じ性質をもつて

いる。これをウェーブレット変換に基づく補間と呼ぶこととする。

さらに本報告の補間法の応用として、判別分析の手法 (MDA) を用いて、時系列生成のモデルの違いを判別する問題を考察する。この問題では観測された株価のマルチフラクタル性から、人工株式市場のエージェントの構成比を推定する。

人工株式市場としては、学習の方法が異なる 5 種類のエージェントからなる人工株式市場を仮定した。まず十分なサンプル数を確保した時系列を生成し(エージェント構成比により Case 1, Case 2 などとしておく)、マルチフラクタル時系列から計算された WTMM 手法による結果である Hasudorff 次元 $D(h)$ 、およびマルチフラクタルの時間域の特徴点である平滑化の誤差のヒストグラム $H(y)$ から判別分析における判別変数を構成する。これによりエージェントの構成比率の違い (Case 1, Case 2,...) を外的基準として、マルチフラクタル性の分析結果を判別変数とする判別分析のシステムを構成することが可能となる。

人工株価と違い、現実の株価で大きなサンプル数を確保することは難しく、少数サンプルから $D(h)$ を効率よく推定する方法として、本報告で提案するウェーブレット変換に基づく時系列補間手法を用いる。

2.2 エージェントにより生成される人工株価

われわれが以前提案した 5 種類のエージェントにより構成される人工株式市場とその株価の性質については、文献⁴⁾において詳述しているので、本報告では詳細は省略する。エージェント中の 2 種は株価と配当の予測モデル、売買ルールを学習するエージェントで、それぞれのエージェントで自分の専有のモデルの集合を所有するほか、共有するモデルベースからの知識を利用するかにより 4 つのタイプに分類される。さらに取引、数量をランダムに決定する第 5 種のエージェントも仮定している。

2.3 株価の決定

価格決定式は簡略化したものと仮定し、次の時刻の株価は現在の時刻における需要 B_t および供給 O_t により、非線形の関数で変換されると仮定している。

$$P_{t+1} = P_t [1 + \tanh(\beta(B_t - O_t))]. \quad (1)$$

ここで、 $\beta(\cdot)$ は調整パラメータである。

3. ウェーブレット変換によるマルチフラクタル性検出

3.1 ウェーブレット変換による特異性の定義

以下では、Arneodo, Bacry and Muzy らにより提案されている時系列のウェーブレット変換の局所最大

値 (Wavelet Transform Modulus Maxima: WTMM) による定義を用いる^{1),2)}。この手法によりスペクトル $\tau(q)$ および $D(h)$ が得られる。

時系列がマルチフラクタルの場合には $\tau(q)$ の線は $q = 0$ の付近から接続される傾きが異なる 2 つの直線からなりたっており (区分線形), $D(h)$ は指數 h の特異性を持つ時間の分布のハウスドル次元で, $D(h)$ はホルダー指數 h を持つ時間の分布の台のフラクタル次元なので、マルチフラクタル性がある場合には広がりを持つこととなる。

3.2 モノフラクタル予測手法による時間域特徴抽出

さらにマルチフラクタル時系列の時間域での特徴抽出を行うため、マルチフラクタル時系列 $x_M(t)$ を近似するモノフラクタル時系列 $x_A(t)$ を仮定し、このモノフラクタル時系列に対する平滑化手法を適用し、平滑化された時系列 $\hat{x}_A(t)$ とともにマルチフラクタル時系列 $x_M(t)$ との差 $y(t) = x_M(t) - \hat{x}_A(t)$ を特徴点として定義する。モノフラクタル平滑手法については詳細は省略する^{7),8)}。

4. ウエーブレット変換に基づくマルチフラクタル時系列補間法

4.1 ウエーブレット変換を用いたマルチフラクタル時系列生成

Riedi らにより提案されているウエーブレット係数をもとにしたマルチフラクタル時系列生成法⁴⁾は、以下のようにまとめられる。

- 1) ルートとなる係数 $U_{0,0}$ を乱数をもとに生成する。これを $j = 0$ 段とする。
- 2) 次の段 $j = j + 1$ について、以下のように新しい係数の組 $k = 0, 1, \dots, 2^j - 1$ を生成する。

$$U_{j+1,2k} = 2^{-1/2}(U_{j,k} + W_{j,k}), \quad W_{j,k} = A_{j,k}U_{j,k}, \quad (2)$$

$$U_{j+1,2k+1} = 2^{-1/2}(U_{j,k} - W_{j,k}). \quad (3)$$

ここで、 $A_{j,k}$ は β 分布から生成される乱数である。

- 3) 目的とするサンプル数にいたるまで、これを繰り返す

4.2 ウエーブレット変換を用いたマルチフラクタル時系列補間法

本報告で用いるウエーブレット変換を用いたマルチフラクタル時系列の補間法は、上に述べているアルゴリズムを、更に下位まで進めることに相当している。

この手法を適用するには時系列生成の各階層で使用する乱数の性質を求める必要がある。これは、式(2)(3)に示す関係を逆にすることで、推定の基本式を得ること

表 1 エージェントの構成比率によるケース分け
Table 1 Cases depending on the numbers of agents

	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6
M_1	100	100	0	100	0	0
M_2	100	0	100	0	100	0
M_3	100	100	0	100	0	0
M_4	100	0	100	0	100	0
M_5	100	100	100	0	0	100

ができる。

$$U_{j,k} = 2^{-1/2}(U_{j+1,2k} + U_{j+1,2k+1}), \quad (4)$$

$$W_{j,k} = 2^{-1/2}(U_{j+1,2k} - U_{j+1,2k+1}). \quad (5)$$

これらの式から、上位の $U_{j,k}$ および $A_{j,k}$ が推定できる。以上の逆向きの操作を、 $U_{0,0}$ にいたるまで繰り返すことにより、乱数 $A_{j,k}$ の性質を推定するためのデータを収集することができる。

5. 応用例

5.1 エージェント構成によるケース分類

次に、表 1 には以下で考察するエージェント行動のケース分類を市場を構成するエージェントの比率をもとにして行ったものを示す。この表 1 において M_i は、人工市場における第 i 類のエージェントの数である。

5.2 サンプル数が十分である場合の判別分析

以下では多変量解析における判別分析の手法 (MDA) を用いて、株式市場でエージェント構成 (Case) の推定をする。外的基準は Case 1~Case 6 の区別であり、判別変数は次のものである。

- (1) $D(h)$ が最大値に達する点における値 $h = h_0$
- (2) $D(h)$ の開き具合を示す数値 d_1, d_2 であり、 $D(h_0 - d_1) = D(h_0 + d_2) = 0.5$ の点として定義する。
- (3) 特徴抽出の結果として得られるスパイク列のヒストグラムであり、ヒストグラムを 10 階層で求めた場合の度数 (頻度)。

まずケースが既知のデータの推定がどの程度正しく行われるかを検証する。いま、Case 1~Case 6 のそれぞれのケースについて十分な長さ (時系列データのサンプル数を $N = 16384$ とする) をもった 20 個の時系列を生成し交差確認を実施している。結果を表 2 に示している。

5.3 データ数が十分でない場合の補間法なしの $D(h)$ 推定

上記結果により十分な大きさのサンプルが入手可能であれば、エージェント構成を推定できるが、WTMM 手法によりマルチフラクタルスペクトル $D(h)$ を計算するには、かなり多くのサンプルデータが必要である。

表 2 Case 1～Case 6 における MDA による判別分析の結果
Table 2 Result of classification by MDA for Case1～Case6

	Case1	2	3	4	5	6
Case1	20	0	0	0	0	0
Case2	0	17	0	0	2	1
Case3	2	0	17	1	0	0
Case4	2	0	0	17	0	0
Case5	6	0	0	0	14	0
Case6	0	0	1	0	0	19

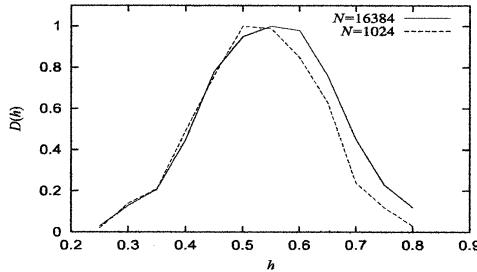


図 1 $N = 16384$ および $N = 1024$ の場合の $D(h)$
Fig. 1 Diagram of $D(h)$ for $N = 16384$ and $N = 1024$

表 3 補間法による株価生成モデルの判別分析 (MDA)
Table 3 Result of Discriminant Analysis (MDA) based on the interpolation method of the paper

N	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6
4096	0.97	0.87	0.83	0.82	0.68	0.92
2048	0.93	0.83	0.80	0.80	0.68	0.90
1024	0.90	0.81	0.79	0.79	0.68	0.90
512	0.86	0.79	0.79	0.76	0.67	0.84
256	0.76	0.76	0.68	0.72	0.66	0.76
128	0.60	0.63	0.62	0.65	0.65	0.62
64	0.50	0.54	0.52	0.54	0.61	0.60

図 1 には、サンプル数が異なる 2 つの場合における $D(h)$ の図を描いている。これらの図から分かるように、時系列の長さが短くなると、インデックス m の取り得る範囲が小さくなるり、特定の m の値の付近において $D(h)$ を求めるための曲線 $\log_2 S_m(q)$ の形状が大きく変形し、 $N = 1024$ の場合には $D(h)$ の形状が狭まっている。よって、データ数を確保するために既に述べたデータ補間方法を用いる。

5.4 補間法によるマルチフラクタル性検出と株価生成モデルの判別分析

本報告の補間とマルチフラクタル特徴抽出を用いたエージェント構成推定の結果を示す。本来所属する Case 1～Case 6 それぞれに正しく分類された割合を示し、誤ったケースに分類された割合の詳細は省略している。

この結果を、前節で述べた十分なサンプル数が利用可能な場合の判別結果(表 2)と比較すると、 $N = 1024$ 以上ではほぼ同程度の性能が得られていることが分か

る。また $N = 128$ においても、平均して 60%程度の判別がなされている。このようなことから、本論文で示したウェーブレット変換によるマルチフラクタル時系列補間を用いた株価生成モデルの判別が、有効であることが分かる

6. む す び

本報告では、GP 学習するマルチエージェントの行動で生成される人工株価のマルチフラクタル性分析について、少ないサンプル数であってもウェーブレット変換による補間を用いて、株価支配要因識別へと応用する方法について述べた。

今後の課題としては、マルチフラクタル性にもとづく株価分析を、将来の投資行動における情報として利用する有効性分析があり、今後検討を進める予定である。

参 考 文 献

- 1) Muzy, J.F., Bary, E. and Arneodo, A.: Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method, *Physical Review E*, vol. 47,no. 2, pp. 875–884 (1993).
- 2) Bary, E., Delour, J. and Muzy, J.F.: Modeling financial time series using multifractal random walks, *Physica A*, vol.299, pp.84–92(2001).
- 3) Pastor-Satorras, R.: Multifractal properties of power-law time sequences: Application to rice piles, *Physical Review E*, vol.56, no.5, pp.5284–5294(1997).
- 4) Riedi, R.H., Crouse, M.S., Ribeiro, V.J. and Baraniuk, R.G.: A multifractal wavelet model with application to network traffic, *IEEE Trans. IT*, vol.45, no.3, pp.992–1018(1999).
- 5) Ikeda, Y. and Tokinaga, S.: Multi-fractality Analysis of time series in artificial stock market generated by multi-agent systems based on the Genetic Programming and its applications, *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E90-A, no.9, pp.2212–2222(2007).
- 6) 池田欽一, 時永祥三: GP 学習するマルチエージェントの行動で生成される人工株価のマルチフラクタル性分析と株価支配要因識別への応用, 信学技報, vol.SIP2007-84, pp.7–12(2007).
- 7) 時永祥三, 森保洋, 宮崎明雄, 島津宣之: 時系列のフラクタル性を用いた予測手法とその応用, 信学論, vol.J79-A, no.11, pp.1793–1800(1996).
- 8) 時永祥三, 森保洋, 宮崎明雄, 島津宣之: スケール伸長変換およびウェーブレット変換によるパラメータ推定を用いたフラクタル時系列予測, 信学論, vol.J79-A, no.12, pp.2054–2062(1996).