

辺ラベルを持つ平面グラフの自動描画に関する研究

太田崇*

* 中央大学大学院 理工学研究科 情報工学専攻

概要

本稿では、与えられるグラフは平面格子直線描画されたものとし、すべての面が三角形であるとした。また、各辺には決まった位置にラベルが配置されているものとする。そのようなグラフに対して、ムーブで短い辺を修正し、シフトでつぶれた三角形の修正をおこない、辺ラベルをより多く配置できるグラフを描画するアルゴリズムを提案する。このアルゴリズムは、ダミーの辺を追加することによってすべての面を三角形にすれば、路線図の駅間などにラベルを配置することなどに応用できる。いろいろなサンプルグラフを用いて計算機実験をし、アルゴリズムの評価もおこなった。

Planar Drawing of plane graphs with edge labels

Takashi OHTA*

*Information and System Engineering Corse,
Graduate School of Science and Engineering Chuo University

Abstract

In this paper, we assumed that given graph is planar straight-line drawings graph, all faces of given graph are triangles, and all edges are placed labels to fixed position. We propose an algorithm for planar drawing for such graphs by using two operations, move and shift. Move extend the short edges, and shift revise the improper triangles. This approach can be applied to label placement problems for train maps. We show some computational results.

1 序論

グラフは、抽象的な関係や構造などを表現するのに利用すると便利である。例えば、ネットワークやシステムの構成図、組織図、作業工程図、フローチャート、回路図などがある。

グラフを適切に描画することにより、複雑な概念を簡潔に表現したり、全体の構造を感覚的に把握したりすることができる。グラフの視覚化が概念伝達の有効な手段として機能するためには、適切な図を生成することが必要であるが、適切な図の生成はそれほど簡単ではなく、手作業には自ずから限界がある。そのため、コンピュータを利用した自動的な描画法に興味を示されてきたが、その場合には人間の認知や計算量という大変難しい問題を解決する必要にせまられる。

対象となるグラフとしては、木、有向グラフ、無向グラフ、平面グラフなどがある。過去の研究としては、木の描画法、有向グラフの描画法、無向グラフの描画法などが [1] に掲載されている。また、平面グラフの平面格子直線描画の2種類の方法が [2] に掲載されている。その他、平面的階層グラフ

の格子可視性描画の方法などがある [3]。

一般的なグラフの自動描画は、抽象的に与えられたグラフを描画していくものが多い。しかし、本稿では辺ラベルを持った具体的なグラフを修正していくことによって、より多くの辺ラベルが配置できるようなグラフを描画するアルゴリズムを提案する。具体的なグラフとして、辺を地図上の河川や路線と考え、それに河川名や路線名を配置したグラフなどが考えられる。

2 準備

辺ラベルを持つ平面グラフを描画する準備として、ラベル配置とグラフの描画の条件を述べる。

2.1 ラベル配置問題

ラベル配置問題とはさまざまな大きさのテキストラベルを2次元上の点や辺に配置するものである。各ラベルはそのラベルの指し示す点や辺以外の点や辺または他のラベルと重なったり接したりすることなく、できるだけラベルの指し示している点や辺が明白になるように配置しなくてはならない。与えられたグラフに対してこれらの条件にしたがってラベルを配置するときどのように配置

したら見やすいかを考えていく必要がある。

ここでは、配置するテキストラベルはすべて同じ大きさとし、各辺には1枚のテキストラベルを配置するものとする。配置するテキストラベルの大きさは平面格子上的における、縦1×横2の大きさとする。ラベルの配置方法は基本的に各辺の真中に配置することとする(図1)。具体的には以下の4通りである。

- 垂直線に対するラベルの配置方法
辺の中点をとりその中点とテキストラベルの下境界を表す辺の中点が重なるように配置する。
- 水平線に対するラベルの配置方法
辺の中点をとりその中点とテキストラベルの左境界を表す辺の中点が重なるように配置する。
- 傾きが正である斜線に対するラベルの配置方法
辺の中点をとりその中点とテキストラベルの左上の点が重なるように配置する。
- 傾きが負である斜線に対するラベルの配置方法
辺の中点をとりその中点とテキストラベルの左下の点が重なるように配置する。

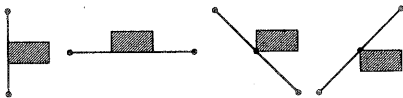


図1. ラベルの配置方法

2.2 グラフの描画について

平面格子上に実際に描かれた平面グラフを頂点を移動することによって、より多くのラベルが配置可能なグラフを描画する。ここで、実際に描かれた平面グラフの頂点は平面格子点上にあるものとし、辺は頂点と頂点を結ぶ直線であるとする。また、すべての面は三角形であるとする。これは、四角形以上の多角形であってもいくつかの対角線を辺として追加することによって三角形に分割できるからである。また、三角形に分割された多角形に辺ラベルを配置することが可能ならば、あきらかに元の多角形に辺ラベルを配置することは可能であるからである。

グラフの描画の流れとして、まずムーブという操作で辺にラベルを配置するためには短いと思わ

れる辺の修正をおこない、次に、シフトという操作でムーブをおこなっても辺にラベルが配置できないつづれた三角形の修正をおこなう。

3 ムーブ

テキストラベルを配置するにあたって短いと思われる辺を、頂点を移動することにより適した長さに修正する方法を提案する。

3.1 基準辺

短い辺を修正するにあたって基準辺を定義する。その基準辺にしたがって短い辺の端点の頂点を移動させることによって、グラフを修正していく。

垂直辺の長さを4、水平辺の長さを6とすると垂直辺と水平辺にラベルが配置できる(図2)。次に、長さ4の垂直辺に対する斜辺について考える。斜辺を傾き $\frac{2}{5}$ (または $-\frac{2}{5}$) 長さ $\sqrt{29}$ とすることによって、斜辺のラベルが垂直辺に重なることなく配置できる(図3)。また、長さ6の水平辺に対しての斜辺については、斜辺を傾き 2 (または -2) 長さ $\sqrt{20}$ とすることによって、ラベル同士が重なることなく配置することができ(図4)。この場合どちらかの斜辺を決定するともう一方の斜辺も必然的に決定する。

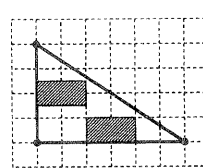


図2. 縦4×横6

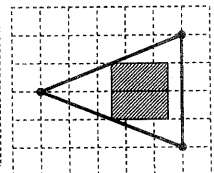


図3. 斜辺

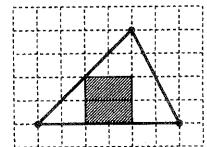
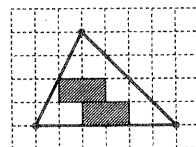


図4. 斜辺

以上のことから、長さ4の垂直辺、長さ6の水平辺、傾き $\frac{2}{5}$ (または $-\frac{2}{5}$) 長さ $\sqrt{29}$ の斜辺、傾き $\frac{5}{2}$ (または $-\frac{5}{2}$) 長さ $\sqrt{29}$ の斜辺、さらに辺のバリエーションを増やすために傾き 1 (または -1) の長さ $\sqrt{32}$ の斜辺を加えた8つの辺を基準辺とすることにする。ここで前述した傾き 2 (または、

-2) 長さ $\sqrt{20}$ の斜辺については、その長さを少し長くしてもラベルを配置することは可能であるので、もう一方の斜辺と長さを統一している。基準辺 1~基準辺 8 を以下の図 5 に示す。ただし、これはあくまで辺にこの程度の長さをもたせるとラベルが配置しやすいと考えられる辺の長さであり、基準辺をあまり長くしてしまうと元のグラフが拡大しすぎてしまうおそれがあるのである程度の長さのものを基準辺としている。

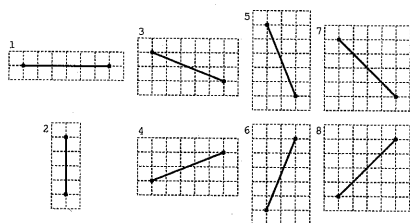


図 5. 基準辺

3.2 ムーブ

基準辺の長さに達していない辺の端点を移動させることにより基準辺の長さにするを考える。

まず、すべての辺の中で最も短い辺 e を選び、その辺 e の両端点を P, Q とし、辺 e の垂直二等分線を l とする。垂直二等分線 l によって P を含む領域と Q を含む領域に分け、その各領域内に含まれている頂点の数を数え、頂点数が少ない方の端点を移動させる (図 6)。

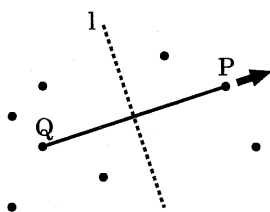


図 6. 移動する端点

平面性を失うなどで頂点の移動ができないときは基準辺を変更する。図 5 の基準辺をもとに、以下に基準辺の変更について右側の端点 (垂直線分は上側の端点) を動かす場合の変更方法を示す。例えば、基準辺 1 として移動ができないときは基準辺 4、それでも移動できないときは基準辺 3、まだ移動ができないときは基準辺 8、さらに基準辺 7 と

いうように基準辺を変更していく。逆の端点を動かす場合も同様である。

- 基準辺 1 $\rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 7$
- 基準辺 2 $\rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 7$
- 基準辺 3 $\rightarrow 7 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \rightarrow 4$
- 基準辺 4 $\rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 3$
- 基準辺 5 $\rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6$
- 基準辺 6 $\rightarrow 8 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5$
- 基準辺 7 $\rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 2$
- 基準辺 8 $\rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 2$

基準辺を変更しても移動ができないときはもう一方の端点を移動する (図 7)。それでも移動できないときは、次に短い辺の修正をおこなう。1度修正をおこなった後、また最も短い辺から修正をおこなっていく。これを繰り返していき、基準辺に達していない短い辺がなくなるか、または、修正可能な短い辺がなくなったところで終了する。ムーブの例を図 8 に示す。

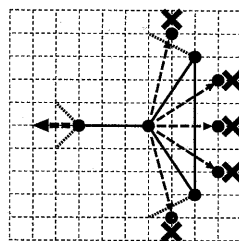


図 7. 頂点を移動できないとき

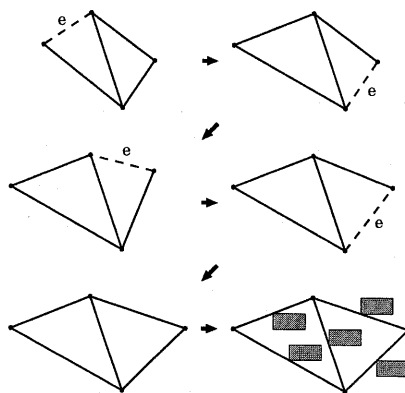


図 8. ムーブの例

4 シフト

ムーブをおこなってもラベルの配置できない辺と基準辺の長さには達していない辺を列挙し、その辺に対して順にシフトをおこなう。まず、基準辺の長さには達していない辺に対してシフトをおこなう。次に、ラベルの配置できなかった辺の中でラベルが他の辺と重なっているものに対してシフトをおこなう。最後にラベル同士が重なっているものに対してシフトをおこなう。これを、各辺に対して一通りおこなったところで終了する。

4.1 短い辺に対するシフト

ムーブをおこなっても頂点の移動ができず基準辺より短い辺が残ってしまっている時は、その辺に交差する垂直線、または水平線によってグラフを切断しグラフ全体を引き延ばすという操作をする。短い辺の傾きの絶対値が1より大きいときは、短い辺の両端点のうち右側にある端点を $p = (p_x, p_y)$ とする。すべての頂点 $v = (v_x, v_y)$ について $v_x \geq p_x$ である頂点 v の x 座標を1大きくする。つまり右にシフトすることになる。これを辺の長さが基準辺より長くなるか、グラフが平面性を失う一歩手前まで繰り返す(図9)。また、短い辺の傾きの絶対値が1以下のときは、同様の方法でグラフを上にもシフトさせる。

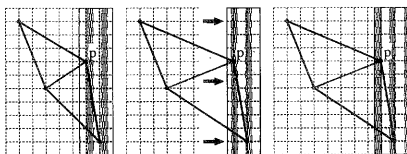


図9. 短い辺の傾きの絶対値が1より大きいとき

4.2 ラベルが辺と重なっている場合のシフト

まず、ラベルと重なっている辺を1つ選ぶ。ここで、図10(a)のようにラベルが2つ以上の辺と重なっている場合は、ラベルを配置しようとする辺に隣接している辺であればどちらの辺でもかまわないとする。また図10(b)のようにラベルが2つ以上の辺と重なっている場合は、ラベルを配置しようとする辺に最も近い辺とする。選ばれた辺の傾きの絶対値が0.5以下ならばグラフを上下にシフトする。0.5より大きければグラフを左右にシフトする。ただし、ラベルが配置できるようになる前にグラフが平面性を失ってしまうとき、またはラベルが配置できるようになっても他のラベルが

配置できなくなってしまうときは、そのシフトはなかったことにする。

左右にシフトする方法は上下にシフトする方法と同様にしてできるので、上下にシフトする方法のみを述べることにする。

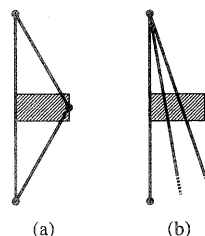


図10. 2つ以上の辺と重なっている場合

ラベルを配置しようとする辺とそのラベルと重なっている辺からなる三角形を考える。その三角形の三辺の中で最も長い辺を斜辺 R とし、斜辺 R の両端点ではない頂点を $r = (r_x, r_y)$ とする。また、斜辺 R の両端点のうち右側の端点を $p = (p_x, p_y)$ とし、左側の端点を $q = (q_x, q_y)$ とする。頂点 r が斜辺 R の上側にあるとき、その三角形の向きを上向きとする。また、斜辺 R に対する頂点 r が斜辺 R の下側にあるとき、その三角形の向きを下向きとする。下向き三角形に対するシフトは上向き三角形に対するシフトと同様にしてできるので、上向き三角形に対するシフトの方法のみを述べることにする。

三角形が上向きのときはグラフを上にもシフトする。上にシフトする方法は斜辺 R に対する頂点 r の位置によって以下の2通りに別れる。

- $p_y < r_y$ かつ $q_y < r_y$ のとき
すべての頂点 $v = (v_x, v_y)$ について $v_y \geq r_y$ である頂点 v の y 座標を1大きくする。これをラベルが配置できるまで繰り返す(図11)。
- $p_y \geq r_y$ または $q_y \geq r_y$ のとき
 $p_y \geq r_y$ のときは、すべての頂点 $v = (v_x, v_y)$ について $v_y \geq r_y$ かつ $v_x < p_x$ である頂点 v の y 座標を1大きくする。また、 $q_y \geq r_y$ のときは、すべての頂点 $v = (v_x, v_y)$ について $v_y \geq r_y$ かつ $v_x > q_x$ である頂点 v の y 座標を1大きくする。これをラベルが配置できるまで繰り返す(図12)。

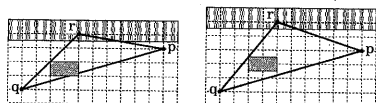


図 11. 上シフト

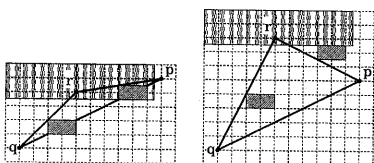


図 12. 上シフト

4.3 ラベル同士が重なっている場合のシフト

ラベル同士が重なる場合は上下にシフトさせる。2つのラベルを配置しようとする辺の長さを考え、上側の辺の方が短いときは、上側の辺の下側の辺と隣接していない方の端点を $r = (r_x, r_y)$ とし、下側の辺の方が短いときは、下側の辺の上側の辺と隣接していない方の端点を $r = (r_x, r_y)$ とする。上側の辺の方が短いときは、すべての頂点 $v = (v_x, v_y)$ において $v_y \geq r_y$ である頂点 v の y 座標を1大きくする。この操作をラベルが重ならなくなるまで繰り返す。しかし、ラベルが重ならなくなる前にグラフが平面性を失ってしまうときは、この操作はなかったことにする。下側の辺が短いときも同様である。

5 計算機実験

計算機実験のサンプルデータとして、まずランダムに頂点を発生させそれを Delaunay 三角形分割したグラフ、Delaunay 三角形分割したグラフからランダムに辺を選び対角変形をおこなったグラフ、さらに何度か対角変形をおこなったグラフを用いた。このような方法によって得られたグラフに対して以下の2つの計算機実験をおこなった。

- ムーブのみ、シフトのみ、ムーブ後シフト (表 1)。
- ムーブ後シフトの繰り返し (表 2)。

計算機実験は3種類(大・中・小)の面積内に10点・30点の頂点を発生させたグラフを、それぞれ100個生成しその平均をとった。表内の数字はその平均値である。また、表中の面積とはグラフの縦幅と横幅を掛けたものである。あるサンプルグラフ(図 13)に対するムーブの結果(図 14)とシフ

トの結果(図 15)を図に示す。

計算機実験の結果、ムーブによって配置できるラベル数を増やすことができ、シフトによっても配置できるラベル数を増やすことができた。しかし、すべてのグラフのすべての辺にラベルを配置できたわけではない。シフト後に得られるグラフは、ランダムに与えたグラフより面積が小さいグラフであってもラベルの配置数が多かった。サンプルグラフに対してムーブをおこなわずにシフトをおこなった実験では、ラベル配置数がムーブの結果より多いものは少なかった。ムーブより多少ラベル配置数が多くなったものもあったが、面積が大きくなってしまった。また、ムーブ後のグラフにシフトを繰り返しおこなった実験では、シフトを繰り返すことによってラベル配置数が増えた。しかし、それ以上は増やすことができない限界点がある。シフトを繰り返すことによってラベル配置数を増やすことはできるが、そのたびに面積は大きくなっていくので、描画の面積に制限があるような場合には、アルゴリズムに改良が必要である。

6 結論

本稿で提案したアルゴリズムはムーブ後にシフトをおこなうことによってより良い結果を得られることがわかった。また、面積の小さなグラフはラベルの配置数がそれほど多くなかったものの、面積もそれほど大きくないという点で良いと思われる。面積をもっと大きくしてもかまわなければシフトを繰り返すことによって、さらにラベルの配置数を増やすことができる。

今回は、すべての辺にラベルを配置することを考えたが、実際の地図などに応用するにはダミーの辺へのラベル配置を考えないようにすることが必要である。また、描画面積にも制限を与えることが必要であると思われる。

文献

- [1] G. Di Battista and R. Tamassia: "Algorithms for Plane Representations of Acyclic Digraphs," Theoretical Computer Science, 1998.
- [2] S. Nakano: "Planar Drawings of Plane Graphs," IEICE Trans. Inf. & Syst., VOL. E83-D, NO.3, pp.384-391, 2000.
- [3] 杉山公造: "グラフ自動描画法とその応用," コロナ社, 1993.

表 1. ムーブ、シフトの結果

頂点	辺	サンプル		ムーブのみ		シフトのみ		ムーブ → シフト	
		ラベル	面積	ラベル	面積	ラベル	面積	ラベル	面積
10	21.60	4.41	91.03	11.64	286.40	7.29	286.40	13.23	358.74
	20.05	12.11	655.01	14.47	711.41	13.81	749.93	15.76	747.46
	20.95	15.52	1765.25	16.36	1776.54	16.41	1841.83	17.11	1829.00
30	78.85	26.73	870.30	41.54	1274.02	27.32	895.29	42.16	1294.54
	78.70	41.88	2378.05	50.87	2549.49	42.28	2420.30	51.62	2578.92
	77.90	46.14	8937.35	62.25	9003.42	59.29	9011.31	63.00	9040.09

表 2. シフトの繰り返し

頂点	辺	1回		2回		3回	
		ラベル	面積	ラベル	面積	ラベル	面積
10	21.60	13.23	358.74	13.60	395.83	13.89	405.86
	20.05	15.76	747.46	16.13	765.62	16.24	770.56
	20.95	17.11	1829.00	17.21	1837.85	17.25	1839.61
	辺	4回		5回		6回	
		ラベル	面積	ラベル	面積	ラベル	面積
	21.60	14.13	412.52	14.32	416.62	14.36	418.69
	20.05	16.32	772.32	16.35	773.16	16.35	773.16
	20.95	17.25	1839.61	17.25	1839.61	17.25	1839.61

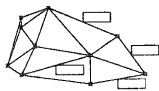


図 13. サンプルグラフ
(ラベル数 4:面積 80)

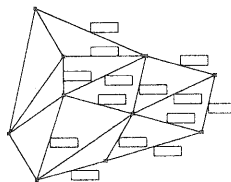


図 14. ムーブの結果
(ラベル数 14:面積 270)

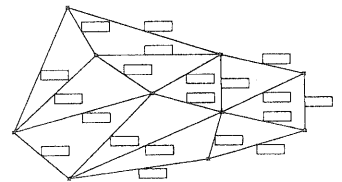


図 15. シフトの結果
(ラベル数 20:面積 378)