

安定結婚アルゴリズムに基づく卒業研究配属の事例研究

奥 居 哲[†] 柴 田 祥 一[†]
岡 田 稔^{††} 川 島 信[†]

本発表は、卒業研究・ゼミナールのための研究室配属を一对多型安定結婚問題と見なし、安定結婚問題の解法アルゴリズムを用いた配属（以下、安定結婚配属）を試みた事例の分析に関する報告である。安定結婚配属を、第1志望を特別に優先する発見的手法に基づく従来の配属に対して詳細に比較し、志望学生と受入れ先研究室の「満足度」の違いを調べた。「満足度」の評価には、複数の指標を組合せて用いた。その結果、学生、研究室共に、安定結婚配属の方が高い満足度が得られることが確認された。また、安定結婚配属において、定員の変化が配属結果に及ぼす影響についても調べた。その結果、定員の変化は、研究室間の配属数の格差に対して最も顕著な影響を与えることが観察された。

Laboratory assignment for students via a 1- n stable marriage algorithm

SATOSHI OKUI,[†] SHOICHI SHIBATA,[†] MINORU OKADA^{††}
and MAKOTO KAWASHIMA[†]

We offer a case study of a laboratory assignment for under-graduate students as an instance of the stable marriage problems. Two assignment methods are considered; one adopts a 1- n stable marriage algorithm, while the other is based on heuristics giving absolute priority to the applicants for their most preferable laboratory. Using actual preference data, we compare two methods. Several kind of indices are introduced in order to evaluate satisfaction of students and faculty. Our analysis with respect to those indices indicates that the former method gives a more desirable coupling than the latter for both students and laboratories.

1. はじめに

異なるグループに所属するメンバ間の対応付けに関する古典的な問題に、安定結婚問題 (SMP: stable marriage problem) がある¹⁾。これは、例えば男女ふたつのグループ間の一夫一妻型の縁組みを、各人の希望を可能な限り尊重して成立させる問題である。より正確には、互いのことを自分の配偶者より好ましく思っているような不安定な状況に置かれた (いわば「不倫関係」にある) 男女が生じないような対応を発見する問題である。そのような状況にない状態を安定という。これまでに、安定結婚問題を解くための様々なアルゴリズム^{1),3),5),7)} が提案されてきた。安定結婚問題の自然な一般化として、一夫多妻 (あるいは一妻多夫) 型

の問題 (以下、一对多型安定結婚問題) が考えられる。これらに対しても、上述のアルゴリズムを自然に拡張して適用することが可能である (例えば文献 4))。

本報告は、研究室配属という現実の安定結婚問題にアルゴリズムを適用した事例の詳細検討に関するものである。中部大学工学部情報工学科 (以下、本学科) では、平成 15 年度の 3 年生対象ゼミナールの研究室配属に際して、一对多型安定結婚問題の解法アルゴリズムの適用を試みた^{*}。これにより、配属される学生と受入れ先研究室の双方にとって満足のいく配属を行うのが目的である。実際の求婚・受入れ順位データにアルゴリズムを適用した結果を分析し、研究室配属手続きの更なる改良への手がかりを探るのが狙いである。

本稿の構成は以下の通りである。まず第 2 節で、一对多型安定結婚問題と、その解法アルゴリズムを導入する。続いて第 3 節では、研究室配属について述べ、第 1 志望を優先する発見的方法による配属手続きと、

[†] 中部大学工学部情報工学科
Department of Computer Science, College of Engineering,
Chubu University

^{††} 早稲田大学大学院情報生産システム研究科
Graduate School of Information, Production and Systems,
Waseda University

^{*} 本学科の 3 年次ゼミナール配属は 4 年次卒業研究の配属と連結しており、実質上は他大学一般の卒業研究配属に相当する。そこで、以下では単に「研究室配属」と呼ぶ。

一対多型安定結婚問題の解法アルゴリズムによる配属手続きとを提示する。本稿の主要部分である第4節では、志望学生と受入れ研究室の「満足度」を評価する指標を導入し、本学科における研究室配属に用いた実データに基づいて、前節の二通りの配属手続きによる配属の「満足度」を比較検討する。また、受入れ定員を変化させた場合の配属への影響に関する分析等を行う。最後に第5節で、まとめを行い、今後の課題に言及する。

2. 一対多型安定結婚問題

本節では、一対多型安定結婚問題の形式的な定義を示した後、研究室配属で用いた解法アルゴリズムを提示する。

2.1 一対多型安定結婚問題の定義

一対多型安定結婚問題は、形式的には以下に示すように定義される。

定義 1 (解) 男性の集合 M 、女性の集合 F 、そして各々の女性 $f(\in F)$ に対する**定員** (capacity) と呼ばれる非負整数 $c_f (f \in F)$ が与えられている。このとき、写像 $\phi: M \rightarrow F$ のうち、

$$|\phi^{-1}(f)| \leq c_f, \forall f \in F$$

となるものを、一対多型結婚問題の**解** (solution)、あるいは、**縁組み** (coupling) と呼ぶ。□

次に、男性と女性それぞれの相手に対する選好に基づき、安定な縁組みと呼ばれるものを定義する。そのために、男性 $m(\in M)$ の女性達に対する選好を、全順序集合 (F, \leq_m) で表現する。同様に、女性 $f(\in F)$ の男性達に対する選好を、全順序集合 (M, \leq_f) で表現する。 \leq_m (\leq_f) に対する厳格な順序を $<_m$ ($<_f$) で表す。

定義 2 (安定性) 以下の条件 (1) と (2) を同時に満足する $m \in M$ と $f \in F$ の組を、**不安定組** (unstable couple) と呼ぶ。

- (1) ある $n \in \phi^{-1}(f)$ に対して $n <_f m$.
- (2) $\phi(m) <_m f$.

不安定組が存在するとき、縁組み $\phi: M \rightarrow F$ は**不安定** (unstable) であると言い、そうでないとき、**安定** (stable) であるという。□

この定義に従えば、 m と f が不安定組であることは、 m が妻よりも f を好ましく思い、 f は夫のいずれかよりも m の方を好ましく思っていることを意味する。これは、 f は最も嫌いな夫よりは m の方を好

```

begin
  foreach  $m \in M$  do
    begin
       $p[m] := 1$ ;
      while  $1 \leq p[m] \leq |F|$  do
        begin
           $f := MP[m, p[m]]$ ;
           $m$  を  $f$  のキューに挿入;
          if 定員  $c_f$  を超えない then
            break;
           $m := f$  のキューから削除された夫
            ( $<_f$  に関する順位が最下位);
           $p[m]++$ ;
        end;
      end;
    end;
end.

```

図 1 アルゴリズム SMP
Fig. 1 Algorithm SMP

ましく思う、と言い換えても等価である。

一対多型結婚問題における安定な縁組みを見つける問題を、**一対多型安定結婚問題** (1- n stable marriage problem) と呼ぶ。

2.2 アルゴリズム SMP

安定結婚問題を解くアルゴリズムには、安定解の全解探索を行うものと、その中の一つを求めるものがある。本稿では、後者の一種であり複数の解のうちで求婚者に最も有利となる、いわゆる**男性最適** (male-optimal)⁷⁾なアルゴリズムを用いる。図 1 に、そのアルゴリズムを示す。以下では、simple marriage problem の頭文字を用いて、このアルゴリズムを SMP と呼ぶ。アルゴリズム SMP は、文献 3) に基づいて文献 6) で提示されたアルゴリズムを、一対多型に拡張したものである。一対多型への拡張には、男性 1 人に対し複数の女性の対応を許す、いわば「一夫多妻型」と、その逆の「一妻多夫型」とが考えられるが、アルゴリズム SMP は後者である。

アルゴリズム SMP が必要とする入力データは以下の通りである。

- 男性の集合 M
- 女性の集合 F
- 男性の女性に対する選好度表 MP
- 女性の男性に対する選好度表 FP

⁷⁾ 求婚者を男性と決めつけるのは必ずしも適当ではないが、歴史的名辭に従う。

選好度表 (preference table) MP, FP は、それぞれ順序集合の族 $(F, <_m)_{m \in M}, (M, <_f)_{f \in F}$ を表現するためのものであるが、その用途の違いにより、データ構造は異なる。アルゴリズム SMP では、男性が n 番目に好む女性を定数時間で検索できるように、男性と選好度とを添字にして女性を与える表として MP を実現する。その一方、女性の男性に対する選好度を定数時間で検索できるように、女性と男性とを添字にして選好度を与える表として FP を実現する。ここで、**選好度** (preference) とは、各メンバに固有の選好順位を表現するための自然数であり、数字が若いほど、より好ましい (順位が高い) ことを意味する。以下では、記述を簡単にするために、選好度を表す数字は連番によって与えられていると仮定する。表 1 に、 $|M| = 5, |F| = 3$ の場合の選好度表の例を示す。

表 1 選好度表の例
Table 1 Preference tables

MP				FP			
	1	2	3		f_1	f_2	f_3
m_1	f_2	f_1	f_3	m_1	1	2	3
m_2	f_1	f_2	f_3	m_2	3	5	4
m_3	f_1	f_2	f_3	m_3	4	4	1
m_4	f_2	f_3	f_1	m_4	5	3	5
m_5	f_3	f_1	f_2	m_5	2	1	2

アルゴリズム SMP の概要は、以下の通りである。男性は、女性に対して、選好度の高い順に求婚を行う。各女性毎にキュー (queue) が用意されていて、求婚した男性は、求婚先のキューに格納される。キューの定員を超過すると、キューの中の男性のうちで、その女性から見て選好度の最も低い男性が、キューから削除される。削除された男性は、選好度を下げて別の女性に求婚する。すべての男性が、いずれかのキューに収まるまで、以上の過程を繰り返す。この繰り返しは必ず終了する。

アルゴリズム SMP の計算量は、一対一型アルゴリズムと比べて大きくなる。求婚毎にキューへの挿入と削除のコストがかかるためである。選好度表を上述のデータ構造で表現し、キューをヒープ (heap) を用いて実装した場合の時間計算量は、

$$O(|F| \cdot |M| \cdot \log(|M|))$$

である。

アルゴリズム SMP は、男性の求婚の順序に関して非決定性 (non-determinism) を含む。しかし、この非決定性は、結果に影響しない。すなわち、アルゴリズム SMP の出力結果は、求婚の順序と無関係に決まる。

定理 1 (解の安定性) アルゴリズム SMP によって得られる縁組みは、安定である。□ (証明略)

3. 研究室配属

3.1 研究室配属の概要

本学科では、「ゼミナール A・B」(3 年次) と呼ばれる必修科目が開講されており、「卒業研究」(4 年次) の前段階における重要な役割を担っている。「ゼミナール

A・B」を担当するのは、本学科の各教員であり、履修者は、いずれか一人の教員の研究室に配属される。本学科では、各研究室の教員は 1 名なので、以下、配属先として教員と研究室を混用する。「ゼミナール A」(前期) から「ゼミナール B」(後期) に移行する際に配属変更の機会が設けられているが、「ゼミナール B」の配属先は、原則として、そのまま 4 年次の「卒業研究」の配属先になる。このことは学生に周知されており、学生は、研究室配属説明会に参加し、さらに各教員と直接面談を行う等、十分な検討を行った上で配属希望先を決定する。

すべての学生が、その第 1 希望の研究室に配属されるのが理想であるが、設備の問題や少人数教育の利点を考慮すれば、受入定員を設けざるを得ない。本学科のゼミナール受入先は、全部で 13 研究室*あり、学生数は一学年あたり 120 人ないし 160 人程度である。よって、一研究室あたり、多くとも 10 名強に収まるように配属先の調整を行う必要がある。この定員の下で、学生と受入先研究室の双方にとって可能な限り満足のいく研究室配属を行うには、どのようにすべきかというのが、本稿の主題である研究室配属の問題である。

本学科では、これまでに 2 度の研究室配属 (平成 14 年, 平成 15 年) が行われた。いずれの場合にも、配属先の調整が必要になった。そこで、平成 14 年には、第 1 志望を特別に扱う発見的方法による配属調整 (以下、**第 1 志望優先配属**) を行い、平成 15 年には、アルゴリズム SMP を用いた配属調整 (以下、**安定結婚配属**) を行った。

3.2 第 1 志望優先配属

教育効果を考慮すれば、可能な限り第 1 志望の研究室に配属されるのが望ましい。そこで、配属調整において第 1 志望を特別に優先して考慮するのが第 1 志望優先配属である。

第 1 志望優先配属手続きにおける配属調整は以下の手順に従う。

- (1) 各学生を、第 1 志望の研究室に、成績上位者か

* 平成 15 年 1 月当時

表 2 学生の「満足度」の比較

Table 2 Comparison between the assignment procedures via students' satisfaction

	第 1 志望優先	安定結婚
平均志望順位 ($I_1 + 1$)	1.84	1.62
$I_{1/2}$	0.16	0.12
I_2	2.38	1.88
第 1 志望先配属者数 S	107	106

表 3 教員の「満足度」の比較

Table 3 Comparison between the assignment procedures via faculty's satisfaction

	第 1 志望優先	安定結婚
平均受入順位の平均 $E(P_1)$	51.35	45.26
平均志望順位 $E(P_2)$	1.88	1.65
第 1 志望者数 $E(P_3)$	8.23	8.15
平均受入順位の標準偏差 $SD(P_1)$	35.63	38.43
平均志望順位 $SD(P_2)$	1.49	1.24
第 1 志望者数 $SD(P_3)$	3.19	3.15

ら順に定員に達するまで配属

- (2) 手順 (1) で配属されなかった学生を、成績上位者から順に、空席のある研究室のうちで最も志望順位の高いところに配属

第 1 志望優先配属の特徴は、第 1 志望の扱いと第 2 志望以下の扱いが差別化されている点である。第 1 志望の学生は、第 2 志望以下の学生より、(成績順位とは無関係に) 常に優先される。これは、卒業研究等における教育効果は、講義等の学業成績よりも、むしろ、本人の「やる気」に左右されるところが大きい、という教員側の経験則を反映させたものであると言える。

なお、第 1 志望優先配属においては、志望順位決定に関する、ある種の駆け引きが生じる場合がある。この点については、4.3 節で言及する。

3.3 安定結婚配属

上述の第 1 志望優先配属では、受入側である研究室の個別の希望は一切考慮されていない。そこで、研究室配属を、研究室を F 、学生を M とした一対多型安定結婚問題と見なすことで、各研究室固有の選好度を反映させるのが安定結婚配属である。

4. 分 析

4.1 第 1 志望優先配属と安定結婚配属の比較

同一のデータに対して第 1 志望優先配属と安定結婚配属とを適用した結果を比較し、学生や教員の「満足度」の違いを調べる。対象データは、平成 15 年のゼミナール A 配属手続きの際に収集した実際のものである。その内訳は、配属候補学生 138 名が提出した「志望順位データ」(第 1 志望から第 13 志望までの教

員名を記入したもの)、受入先の教員 13 名が提出した「受入順位データ」(配属候補学生 138 人について、希望の受入順位を指定したもの)、そして「成績順位データ」(配属時点での総合成績の席次表)である。学生の「志望順位データ」の提出は、教員の「受入順位データ」(非公開)提出後に行われた。なお、学生間の調整の機会を設ける目的で、「志望順位データ」提出期間を通して、第 1 志望先を公開(揭示)した。受入定員は 8 研究室[☆]が 11 名で、5 研究室が 10 名である。

以下、分析に用いた「満足度」の指標について述べる。多角的な評価を行うために、複数の指標を用いるが、これらの多くはモーメントの一種である。そこで、サンプル $x = x_1, \dots, x_n$ に対して、

$$I_k^{(\alpha)}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \alpha)^k \quad (1)$$

を α の周りの k 次正規化モーメントと呼び、以下の記述では、これを用いる。また適宜、平均 $E(x) = I_1^{(0)}(x)$ 、標準偏差 $SD(x) = E\{(x - E(x))^2\}^{1/2}$ の記法も用いる。

学生の「満足度」の指標

学生の「満足度」は、第 1 志望先の研究室に配属される場合が最も高く、志望順位が下がるにつれ低下すると考えられる。とりわけ、第 1 志望の研究室に配属されるかどうかは、「満足度」に大きな影響を及ぼすと考えられる。そこで、個々の学生の「満足度」を配属先の志望順位(すなわち、求婚回数)に基づいて評価し、加重を考慮して総合することで、学生全体の「満足度」を評価することにした。以下は、そのための指標である。

- (1) 第 1 志望からの隔たり $I_1 + 1, I_{1/2}, I_2$

$$I_k = \sqrt[k]{I_k^{(1)}(x)}, (k = 1/2, 1, 2) \quad (2)$$

である。 $k > 1$ では、下位の志望順位の違いが重く反映される。 $k < 1$ では、その逆である。また、 $I_1 + 1 = E(x)$ である。

- (2) 第 1 志望先配属者数 S

第 1 志望の研究室に配属された学生の人数である。

教員の「満足度」の指標

個々の学生の「満足度」は専ら配属先の志望順位により評価可能であると考えられたのに対して、個々の教員の「満足度」を表す尺度は多面的である。教員に

[☆] 第 1 志望者の多い研究室の中から無作為抽出

とって、「受入れ順位データ」で上位に指定した学生が配属されるほど「満足度」が高いのは当然であるが、それとは別に、志望順位の高い学生が配属されることも「満足度」を高める重要な要素になると考えられる。志望順位の高い、とりわけ第1志望の学生は、それだけ強い動機と意欲を持っていると期待されるからである。この両面を考慮し、個々の教員の「満足度」を以下の指標を用いて評価する。

(1) 平均受入順位 P_1

配属された学生の、その配属先における受入順位の平均である。すなわち、配属された学生の、その研究室における受入順位を $o = o_1, \dots, o_m$ としたときの $P_1 = E(o) = I_1^{(0)}(o)$ である。

(2) 平均志望順位 P_2

配属された学生が、その配属先を志望した順位の平均である。すなわち、志望順位を $d = d_1, \dots, d_m$ としたときの $P_2 = E(d) = I_1^{(0)}(d)$ である。

(3) 第1志望者数 P_3

第1志望で配属された学生の人数である。

教員全体の「満足度」を評価するには、これらの指標による評価値の平均を用いる。また研究室間の格差について知るために、標準偏差を用いる。

結果と考察

上述の指標による学生と教員の「満足度」の比較を、それぞれ表2と表3に示す。

まず、学生の「満足度」について見る。表2によると、「第1志望先配属者数」を除くすべての項目で、第1志望優先配属よりも安定結婚配属のほうが、学生全体の「満足度」が高いことを示す結果が得られた。また、安定結婚配属における「第1志望先配属者数」は、第1志望を特に優先しないにもかかわらず、第1志望優先配属と同じ水準になった。この理由としては、第1志望者が定員を超過した研究室が13研究室中3研究室と少数に留まったことが挙げられる。この背景には、第1志望の公開による学生間の調整の効果があると考えられる。また、第1志望からの隔たりを表す指標 $I_k (k = 1/2, 1, 2)$ について見ると、次数 k が高くなるほど第1志望優先配属と安定結婚配属との「満足度」の差が顕著になった。このことから、「満足度」の向上が、主に、配属順位が比較的下位の学生の配属順位向上によるものであることが分かる。このことは、個々の学生の配属結果を追跡して確認された。

次に、教員の「満足度」について見る。表3によると、「第1志望者数の平均」では、第1志望優先配属の「満足度」が高いことを示す結果が、それ以外の項目では、安定結婚配属の「満足度」が高いことを示す結

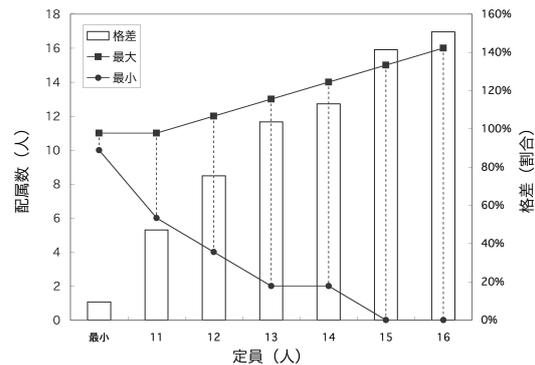


図2 配属数の格差

Fig. 2 Disparity in the number of students

果が得られた。「平均受入順位の平均」の項目において明瞭な差が見られたことから、受入側の選好度も反映させようという安定結婚配属の意図が成功していると言える。「平均受入順位の標準偏差」に違いが見られることから、安定結婚配属では、第1志望優先配属に比べ、研究室間の格差が、やや拡大していることが分かる。これは、求婚者である学生に主導権があるためと考えられる。「平均志望順位の標準偏差」については、ほとんど違いが見られなかった。

以上のことから、採用した配属データに関して、次の結論が得られる。

- 第1志望先の公開を伴う安定結婚配属は、第1志望配属者数 S に関して、第1志望優先配属と同水準である。
- S 以外の指標では、第1志望優先配属よりも安定結婚配属のほうが、学生・教員共に「満足度」が高い。

4.2 定員の配属結果への影響

受入先の定員をどのように設定するかは、重要な問題である。定員を過小に設定すると、配属に偏りが生じる恐れが少なくなるが、志望順位の低い研究室に配属される学生の数が増大し、学生にとって不本意である。逆に、定員を過大に設定すると、志望順位の高い研究室に配属される学生の数は増大するが、研究室間で、配属数に極端な格差が生じる場合がある。これは教員にとって不本意である。

そこで、定員数を変動させた場合に、配属数の格差がどのように変化するかを調べた。その結果を図2に示す。図中の x 軸は、各研究室の定員を示している。「最小」とあるのは、4.1節で述べた定員(10名と11名の混在)のことである。折れ線グラフは、配属学生数が最も多かった研究室の配属数と、最も少なかった研究室の配属数を表している。棒グラフは、最大の配

表 4 駆け引きの例
Table 4 An unfaithful offer

(a) 正直な選好度表				(b) 偽りの選好度表			
	1	2	3		1	2	3
m_1	f_1	f_2	f_3	m_1	f_1	f_2	f_3
m_2	f_1	f_2	f_3	m_2	f_2	f_1	f_3
m_3	f_2	f_3	f_1	m_3	f_2	f_3	f_1

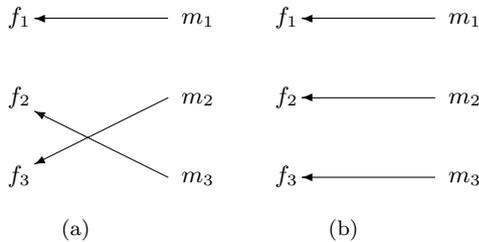


図 3 駆け引きによる縁組みの違い

Fig. 3 The coupling caused by the unfaithful offer

属数と最小の配属数の差を平均配属数 (10.6 人) に対する割合で表している。この図からは、定員の増加に従って配属数の格差が急激増大する傾向が観察される。

一方、4.1 節で述べた様々な「満足度」の指標についても、定員数の変動に従う変化を調べた。その結果、いずれの指標についても特徴的な変化は観察されず、定員数に従ってほぼ線形に、なだらかに変化することが分かった。学生の「満足度」は徐々に増大し、教員の「満足度」は徐々に減少する傾向が見られた。

以上の観察をまとめると、安定結婚配属における定員数は、専ら研究室間の配属数の格差と密接に関係している。したがって、実際の運用においては、幾通りかの定員で配属を試行し、配属数の格差が許容範囲内に収まる中で、なるべく大きな定員を採用するのが良いと言える。

4.3 駆け引き

第 1 志望優先配属と安定結婚配属の言及すべきその他の相違点としては、男性による駆け引きの有無が挙げられる。ここで駆け引きとは、選好を正直に表現した選好度表を用いた場合よりも、偽りの選好度表を用いた場合の方が、より選好度の高い女性と縁組みされることを意味する。

例として、男性 3 人 ($m_1 \sim m_3$) と女性 3 人 ($f_1 \sim f_3$) の第 1 志望優先配属 (各定員は 1 名, 受入順位は上位から順に m_1, m_2, m_3) を考える。表 4 の (a) に示す選好度表を用いると、縁組みは図 3 の (a) のようになる。一方、もし m_2 が本心を偽って表 4 の (b) に示す選好度表を用いると、図 3 の (b) のようになる。 m_2 にとっては後者が、より望ましい結果で

あるから、 m_2 は本心を偽ったほうが有利である。

このような駆け引きが可能になったのは、第 1 志望優先配属において第 1 志望が絶対的に優先されることが原因であり、安定結婚配属では起こり得ない^{*}。駆け引きを許容する配属方法が悪いとは、一概には言えないが、投機性が低いという意味では第 1 志望優先配属より安定結婚配属のほうが学生にとって安心な配属方法であると言える。

5. まとめ

本発表では、安定結婚のアルゴリズムを用いた研究室配属の実際の事例について、第 1 志望を優先する発見的配属方法と比較しつつ分析を行った。本論で導入した「満足度」の指標に基づく比較の結果、研究室配属を一对多型安定結婚問題と見なす配属方法の方が、学生と教員の双方にとってより「満足度」の高い配属方法であることを明らかにした。また、安定結婚配属における定員の変化が配属に及ぼす影響を示した。更に、配属において駆け引きの問題が生じる可能性を指摘した。

今後の課題としては、(零知識) 対話証明²⁾ の技法を取り入れた対話的な配属方法の構築等が挙げられる。

参考文献

- 1) D. Gale and L. S. Shapley. College admissions and the stability of marriage. *American Math. Monthly*, Vol. 69, pp. 9–15, 1962.
- 2) M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and intractability*. Freeman and Co., 1979.
- 3) D. E. Knuth. *Marriages stables*. Technical report, Les Presses de l'Université de Montréal, 1976.
- 4) D. G. McVitie and L. B. Wilson. Stable marriage assignment for unequal sets. *Bit*, Vol. 10, pp. 295–309, 1970.
- 5) D. G. McVitie and L. B. Wilson. The stable marriage problem. *Comm. ACM*, Vol. 14, No. 7, pp. 486–492, 1971.
- 6) Sedgewick. *Algorithms*. Addison-Wesley, second edition, 1988. 野下他共訳: アルゴリズム (近代科学社) .
- 7) N. Wirth. *Algorithms and data structures*. Prentice Hall, 1990. 浦・國府共訳: アルゴリズムとデータ構造 (近代科学社) .
- 8) 中山, 武藤, 舟木. ゲーム理論で解く (有斐閣ブックス 416) . 明泉堂, 2000.

^{*} 定員に満たない場合にも求婚拒否を許すアルゴリズムでは、女性による駆け引きが生じる可能性がある (例えば文献 8) .