

操作の連続性を考慮した手術シミュレータの高速化手法

依 藤 逸† 野 田 裕 介† 吉 田 智 一†
三 輪 忍† 糸 直 人† 嶋 田 創†
中 尾 恵‡ 森 眞 一 郎‡‡ 富 田 眞 治†

本論文では、人体臓器を有限要素モデル化し、構造シミュレーションにより手術のシミュレーションを行う手術シミュレータの高速化について述べる。特に、手術に伴う操作には時空間的連続性があるため、この連続性を利用した数値シミュレーションの高速化手法を検討した。具体的には、SMW公式を用いて大規模な逆行列計算を小規模な補正計算の繰り返しで置き換える手法、ならびに、物体形状変化の時間連続性を考慮した近似逆行列前処理つき共役勾配法を用いる手法を提案し、その評価を行った。その結果、SMW公式の単独適用だけでは十分な高速化が得られないものの、両者を組み合わせることで高速化が期待できることを確認した。

High-Speed Calculation on a Surgical Simulator Considered the Sequence of Operation

SUGURU YORIFUJI,† YUSUKE NODA ,† TOMOKAZU YOSHIDA ,†
SHINOBU MIWA ,† NAOTO KUME ,† HAJIME SHIMADA ,†
MEGUMI NAKAO ,†† SHIN-ICHIRO MORI ††† and SHINJI TOMITA†

In this paper, mention the high speed calculation of the surgical simulator via structure simulation which models human internal organs with FEM. Especially, there is a spatial sequence in the surgical operations, so that we considered the high speed calculation method of numerical simulation using the special sequence. Concretely, we proposed the method which replaces the calculation of Large-Scale Inverse Matrix with the repetition of Small-Scale revised Matrix with SMW formula. We also proposed the method which use Preconditioned Conjugate Gradient Method(PCGM) considers the continuous sequence on the object transformation. We couldn't get enough speed on the case using SMW formula only, but confirmed that high speed calculation would be expected by using both methods.

1. はじめに

近年、医療技術は急速な進化・発展を遂げている。だが、それに伴い技術難度も上昇し、特に外科分野では、新しい手術手技に対して外科医のスキルをいかに効率的に向上させ、一定の水準に到達させるかが大きな課題となっている。この課題に対し、人体組織の力学や生理をモデル化した仮想物体を用いて手術シミュレーションを実現し、スキル向上に役立てるアプローチが考えられる。

シミュレーションモデル構築ということ考えると、臓器モデルに要求される精度の観点から有限要素法を

用いるのが妥当である。シミュレーションを行う際に人間の視覚がなめらかなアニメーションであることを感じるためには、次元数が数百～数千次の連立一次方程式を解く必要がある。しかし、現在のPCの性能では、通常の方法を用いては精度とリアルタイム性は両立することができない。物体の構造が変化しない場合においては、近似計算を用いることで計算を高速に行う手法が存在するが、物体の構造が変化した場合にはリアルタイム性を実現するための計算速度を達成できない。そこで我々は、仮想的な空間において手術シミュレーションを容易に行える、インタラクティブな手術シミュレータの実現を、京都大学医学部附属病院医療情報部と共同で目指している¹⁾²⁾。

本稿では、実時間シミュレーションを行うことを目指し、多角的な視点から前提条件を考慮することで、物体の構造が変化した場合においても高速な計算を実現し、シミュレーションの精度とリアルタイム性を両立する手法の確立を目指していく。

† 京都大学

Kyoto University

†† 奈良先端科学技術大学院大学

Nara Institute of Science and Technology University

††† 福井大学

University of Fukui

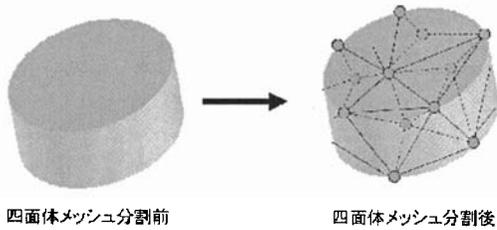


図 1 有限要素法

2. 研究背景

数値シミュレーションを行うということは、結果的に与えられた方程式に対して解を求めるということになる。多くの場合、時間さえかければ解の導出は可能であるが、対象者にリアルタイムシミュレーションであると知覚させる時間で解を導出できる場合はほとんど存在しない。ここではリアルタイムシミュレーションの具体例として、医師の手術を仮想的に実現する手術シミュレータというものについて考えてみる。

手術シミュレータでは、臓器の触診等で加わる力及び物体の変位を用いてシミュレーションを行う。シミュレーションにおいて可能な限り本物に近い挙動を表現するために、臓器のモデル化には有限要素法を用いる。有限要素法を用いて四面体メッシュ分割を行った概念図を図 1 に示す。手術シミュレータにおける計算では、式 (1) のような形で表される剛性方程式を繰り返し解くということが要求される。 K は剛性マトリクスと呼ばれる係数行列、 u は物体の変位、 f は加えられた力である。

$$Ku = f \quad (1)$$

中尾らが開発した手術シミュレータ向け実時間力学計算手法ライブラリ³⁾における、有限要素モデルに基づく反力、変形計算手法では、広田らが提案した近似解法⁴⁾（以下、広田手法と呼ぶ）が用いられている。有限要素モデルにおいて、線型性と固定境界条件が変わらないという制約のもとでは、全体剛性マトリクスは変形の状態で依存しない。逆行列をあらかじめ求めておくことで、直接法での力-変位計算を容易かつ高速に行うことを可能にする手法が広田手法である。線型性と固定境界条件が変化しないという制約は、臓器の触診などといった、臓器の切開を行わない変形（非破壊変形）を行うシミュレーションでは満たされているので、高速な計算を行うことが可能である。

しかし、臓器の切開を伴うシミュレーション（破壊変形）を行う場合では、対象物体の幾何学的な構造（トポロジ）自体が変化するため、剛性マトリクスが変化してしまう。従って広田手法が仮定している線型性が成立しない。そのため、現在の技術では切開手技をリアルタイムで表現することは難しい。そこで、リアル

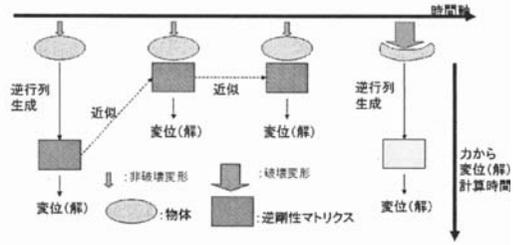


図 2 シミュレーションの流れ

タイム性を改善するというのが、本研究の目的である。なお、ここで破壊変形、非破壊変形という言葉を用いたのは、力 f の大きさと物体が破壊されるかどうかは無関係であることを示すためである。具体例を示すと、非破壊変形であれば $f \rightarrow f'$ 、 $u \rightarrow u'$ と変化したとしても剛性マトリクス K は変化しないが、破壊変形であった場合、 f 、 u のみならず、 $K \rightarrow K'$ となってしまう。図 2 にその概念図を示す。

今回の評価では疎行列計算の高速化ということを考えていく。通常、大規模疎行列問題を扱う場合においてはその解法に反復法を用いるのが常套手段であるのだが、今回我々が考えている問題におけるマトリクスの要素数は、数百～数千程度であるので、直接法を用いた解の導出を行うことも考えられる。そのため、反復法と直接法の双方の観点から評価を行った。

3. 計算モデル

3.1 計算における基本方針

手術シミュレータでなめらかなアニメーションを行うためには、式 (1) を一秒間に 30 回ほど解く必要がある。これは言い替えると、手術シミュレータの前提として微小時間後の解を導出するということになる。操作の連続性の存在を仮定すると、ある時間における剛性マトリクスを K 、微小時間後の剛性マトリクスを K' とすれば、 K と K' は数学的に非常に近い形である。つまり、変化は微小であったと考えることができる。なお、切開現象の有限要素モデル化においては、切開の前後で要素数が不変かつランク落ちが発生しないモデル化を行っている。⁵⁾ このような場合 K' は、疎行列 δK を用いて式 (2) のように表現することが可能である。

$$K' = K + \delta K \quad (2)$$

このように記述できた場合、疎行列性の利用によって計算量を減らすことが可能であり、高速化への道が開ける。切開という挙動のシミュレーションを行う場合において、破壊変形と非破壊変形はある一定の比率（操作によって変動する）で交互に生じる。つまり、切開を行う場合においても、 K がシミュレーションの全タイムステップで変化するわけではない。このことを

ふまえると、手術シミュレータの心臓部である剛性方程式の求解問題に対する計算手法として、以下のようものが考えられる。

- (1) 破壊変形の場合は何らかの手法で逆行列の導出を高速に行い、非破壊変形の間は広田手法を用いて近似計算を行う
- (2) 破壊変形、非破壊変形の区別を行わずに、共役勾配法などの従来の大規模疎行列問題に対する解法を用いて常に高速に解く

これら2つの手法に対して、操作の連続性を考慮した高速化についての考察を行っていく。

3.2 SMW 公式の手術シミュレータへの導入

前章では、手術シミュレータの前提として微小時間経過後の状態を考えるとということについて述べた。Kが時間の経過とともに変化していく際に、その逆行列の導出を高速化したい。具体的には、時刻 t における剛性マトリクス K_t の逆行列が、時刻 $t-i$ ($i > 1$) における剛性マトリクス K_{t-i} を補正した形で表現することができ、なおかつその補正計算が高速であればよい。このように、従来リアルタイムでは実現不可能であるような大きさの次元をもつマトリクスの逆行列を高速に求めるということが実現できる可能性を持った公式として、SMW 公式 (Sherman-Morrison-Woodbury 公式) というものがある。SMW 公式は行列に関する公式で、式 (3) のように表される。

$$(A + BDC)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(D^{-1} + CA^{-1}B)^{-1}CA^{-1} \quad (3)$$

この式は、A が若干変化した際に、変化後の逆行列が A^{-1} とその補正を用いて計算できると解釈することができる。ここで、A、D は正則であるという条件が存在する。剛性方程式を式 (3) に導入する際に δK に関して以下のように変形を行う⁶⁾。

$$\delta K = \delta K_c \times I \times E_c \quad (4)$$

このとき、 δK_c は δK から全ての要素が 0 となっている列を取り除いた行列で、 E_c は要素が 0 と 1 で構成された行列である。式 (3) において $A = K$ 、 $B = \delta K_c$ 、 $C = E_c$ 、 $D = I$ とすると、式 (5) が導かれる。

$$\begin{aligned} (K + \delta K)^{-1} &= (K + \delta K_c I E_c)^{-1} \\ &= K^{-1} - K^{-1} \delta K_c (I + E_c K^{-1} \delta K_c)^{-1} E_c K^{-1} \end{aligned} \quad (5)$$

最初の K^{-1} はシミュレーションを行う前に導出しておくことが可能である。実際に式 (5) を計算に用いる場合、具体的に以下のような利点がある。

- 破壊変形が起こったときに導出する逆行列のサイズの縮小

逆行列のサイズを n とすれば、単純に逆行列を導出する場合においてその計算コストは $O(n^3)$ である。式 (5) において、リアルタイムに破壊変形が起こったと

きに導出する必要がある逆行列は $(I + E_c A^{-1} \delta K_c)^{-1}$ の部分である。行列 δK_c を作る際に取り除いた列数を $m = n - s$ とすれば、 $(I + E_c A^{-1} \delta K_c)^{-1}$ は大きさ $s \times s$ の大きさの行列となる。つまり、行列 $(I + E_c A^{-1} \delta K_c)^{-1}$ の導出に必要な計算コストは $O(s^3)$ となるのである。また、 $s < n$ であるので、式全体での計算量は $O(s^3 + sn^2)$ の計算量となる。

- 計算における疎行列の割合上昇

SMW 公式を計算に導入する上で、 δK を δK_c と E_c に分割した。 δK_c 、 E_c はそれぞれ $n \times s$ 、 $s \times n$ の大きさであるが、非ゼロ要素は高々 s^2 個しか存在しない疎行列である。SMW 公式を用いる上で、計算にかかわってくる多くの行列が疎行列であるので、0 を乗じる、あるいは 0 を乗じられる演算を取り除くことで計算が高速化される。

- SMW 公式の連続適用

初期状態での K^{-1} が与えられれば、それ以降は破壊変形に伴う K^{-1} の補正という形で繰り返し適用が可能である。この性質を利用すると、ある変形 S が 2 つの変形 S1、S2 の合成として表現できる場合、変形 S に対する逆行列計算を変形 S1 が発生した後に変形 S2 が発生するといった 2 つの連続した変形に分解することが可能であり、理論上は計算量削減が可能である。

3.3 共役勾配法の手術シミュレータへの導入

共役勾配法とは反復最適化法の一つであり、ある初期解からスタートして、特定の汎関数を最小にする方向に対して解を修正していき、前回との残差比が閾値よりも小さくなったら反復を打ち切るという解法である。その利点としては以下のようなものがある。

- 最大 n 回の反復で収束

共役勾配法は反復一回あたり $O(n^2)$ かかるのだが、その反復回数は最大でも n 回である。反復回数が n 回となるのは最悪の場合であり、反復回数を k 回とすれば、通常 $k < n$ である。また、反復することにより次第に解に近づいていく手法であるので、残差比が閾値より小さくなる前に反復を打ち切った場合でも、真の解に近い値の近似解の導出は可能である。

- 反復回数は行列の形に依存

共役勾配法の反復回数は、係数行列の形に依存している。一般に、係数行列が単位行列に近い形であるとき反復回数は非常に小さくなる。反復に入る前に行う前処理として、何らかの行列を乗じることで係数行列を単位行列に近づける手法が考案されている。

3.3.1 数学的近似逆行列前処理つき共役勾配法

前処理として一般的によく知られている不完全コレスキー分解を前処理に用いる。これは、剛性マトリクス K のコレスキー分解を完全には行わず、一部の要素のみを計算して LL^T を導出する。ここで L は下三角行列であり、 K と LL^T は完全には一致しないため差分 R を用いて式 (6) のような形で表される。⁷⁾

$$K = LL^T + R \quad (6)$$

共役勾配法の前処理行列として $(LL^T)^{-1}$ を用いることで、係数行列を単位行列に近づけるという手法である。これは、以下の方程式を解くことと等価である。

$$(LL^T)^{-1}Ku = (LL^T)^{-1}f \quad (7)$$

3.3.2 時間的近似逆行列前処理つき共役勾配法

こちらの手法では、時間的に近似であると予測される逆行列を前処理に用いる。具体的には、手術シミュレータの前提である、変移を求めるのは微小時間後ということを利用する。剛性マトリクス K と、そこから微小時間経過した場合の剛性マトリクス K' は非常に近い形である可能性が高い。SMW 公式を計算に適用した場合と同様に K^{-1} が既知であるとすると、その積は、式 (8) で表されるように非常に単位行列に近い形となる可能性が高い。

$$K^{-1} \times K' = I' \approx I \quad (8)$$

つまり、式 (8) を前処理として用いると、結果的に以下の方程式を解くことと等価である。

$$I'u = K^{-1}f \quad (9)$$

3.4 各手法間における比較

今回用いた手法に対して解を導出する際における計算量、メモリ使用量の比較を行う。表 1 にその結果を載せる。

	計算量	メモリ使用量
LU 分解による逆行列計算	$O(n^3)$	$O(n^2)$
数学的近似逆行列前処理つき共役勾配法	$O(ln^2 + kn^2)$	$O(ln)$
時間的近似逆行列前処理つき共役勾配法	$O(ln^2 + kn^2)$	$O(n^2)$
SMW 公式を用いた逆行列計算	$O(s^3 + sn^2)$	$O(n^2)$

k は反復回数、 l は 1 行あたりの非ゼロ要素数の最大値、 s は式 (5) における $(I + E_c A^{-1} \delta K_c)$ のサイズである。LU 分解を用いて計算した場合と比較して、SMW 公式、近似逆行列前処理つき共役勾配法を用いた場合は計算量、領域量とも小さくなっている。

4. 評価

評価環境は、CPU:Pentium4 3 GHz, OS:Linux 2.4.22, コンパイラ:gcc 3.3.5, コンパイラオプション:-O3 -mfpmath=sse -march=pentium4 を用いた。

4.1 実際のデータに基づく計測

両端を引っ張りながら 5 ミリ、10 ミリと切開を行ったデータを用いて時間計測を行う。ある状態の逆剛性マトリクスが既知だと仮定した際に、微小時間後の解を導出する際に必要とされる時間の計測を行った。実験に使用した剛性マトリクスは、同一の切開事象に対して要素数 759, 1266, 及び 2499 で有限要素モデル化したものである。この 3 つサイズのデータを用いて破壊変形が生じた場合において時間計測を行った。具体的には、SMW 公式及び近似逆行列前処理つき共役勾配法に対して以下のような条件のもとでの時間計測

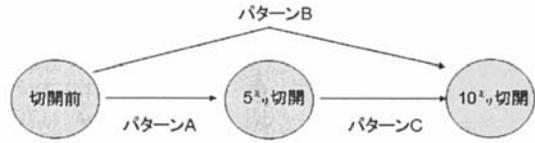


図 3 時系列データ

を行った。図 3 に時系列のイメージ図を載せる。

- パターン A: 切開前の逆剛性マトリクスが既知である場合に、5 ミリ切開を行った際の解の導出
- パターン B: 切開前の逆剛性マトリクスが既知である場合に、10 ミリ切開を行った際の解の導出
- パターン C: 5 ミリ切開を行った際の逆剛性マトリクスが既知である場合に、10 ミリ切開を行った際の解の導出

ここで、それぞれのパターンにおけるサイズは表 2 のようになっている。

サイズ	759	1266	2499
パターン A	105 × 105	105 × 105	105 × 105
パターン B	129 × 129	129 × 129	120 × 120
パターン C	57 × 57	57 × 57	48 × 48

4.2 SMW 公式を用いた場合の結果

SMW 公式を用いた場合の結果について表 3 に示す。表 2 と比較してみると、 $(I + E_c A^{-1} \delta K_c)^{-1}$ のサイズがより大きいものの方が、解導出までにより大きな時間を必要としているが、それらは完全な比例関係にはなっていない。

時間 [s]	759	1266	2499
パターン A	0.5764	1.6313	7.0712
パターン B	0.7328	2.1755	8.4773
パターン C	0.0869	0.2238	1.1793

4.3 共役勾配法を用いた場合

4.3.1 数学的近似逆行列を前処理に用いた場合

数学的近似手法である不完全コレスキー分解は、微小時間後という手術シミュレータの前提を必要としない。そのため解の導出を、切開前、5 ミリ切開、10 ミリ切開の 3 つの時点で行うこととする。時間計測を行った際の解導出までの時間及び反復回数について表 4 に示す。計測したデータから、反復回数は要素数が大きいものほど大きくなっていることがわかる。

4.3.2 時間的近似逆行列を前処理に用いた場合

時間的逆行列前処理つき共役勾配法を用いて時間計測を行った場合における解導出までの時間及び反復回数について表 5 に示す。計測したデータから、数学的近似を前処理に用いた場合とは違い、反復回数はノー

表 4 反復回数反及び時間計測

要素数	反復回数			時間 [s]		
	759	1266	2499	759	1266	2499
切開前	74	134	152	0.0286	0.0837	0.2567
5 ミリ切開	72	133	168	0.0282	0.0829	0.2655
10 ミリ切開	79	134	166	0.0296	0.0845	0.2648

ド数が大きい場合においてもほとんど変化していないことがわかる。表 4 と表 5 を比較して反復回数が 10 倍程度違うにもかかわらず、速度差がそこまで大きくないのは前処理行列が密行列であったためである。この問題に対しては、行列・ベクトル積計算部分の並列化により解決可能と考えられる。

表 5 反復回数及び時間計測

要素数	反復回数			時間 [s]		
	759	1266	2499	759	1266	2499
パターン A	13	19	16	0.0209	0.0588	0.1365
パターン B	14	21	15	0.0294	0.0822	0.2169
パターン C	16	14	12	0.0245	0.0618	0.1889

5. 考 察

5.1 SMW 公式の適用限界の調査

SMW 公式を用いた場合と、共役勾配法を用いた場合では必要とした時間に桁もの差が生まれている。SMW 公式では計算時間は $(I + E_c A^{-1} \delta K_c)^{-1}$ のサイズ s との相関関係があるが、今回用いたデータでは s が大きすぎたという可能性も捨てきれないので、仮に s が最も小さい場合はどのような結果が得られるのかということについて調査を行った。

手術シミュレータにおいて 1 つのノードが動いたと仮定した場合、剛性マトリクスの対称性を考えると、 3×3 の大きさの部分が対象になるように 2 箇所変化する。つまり、前述のサイズ s は 6 となる。この実験に加えて、少ない数の複数ノードが変化した場合における SMW 公式の時間測定を行った。また、表 3 から要素数 2499 において $s = 48$ のケースの変形を 2 回行った場合、それは $s = 96$ の変形を行ったことになる。 s のサイズにおいて、ほぼ 2 倍の差があるパターン A とパターン C の時間差は約 7 倍である。大雑把な近似であるが、 s のサイズがパターン C くらいの変形を 2 度行ってそれをパターン A の変形を行った場合をパターン D と考える場合、パターン D とパターン C の時間差は約 3.5 倍と考えることができる。 s のサイズと逆行列導出時間の間の関係を調べるためにこのような実験を行った。これらの結果をまとめて表 6 に示す。表 6 をグラフにすると図 4 のようになる。

1 つのノードが移動した場合における時間計測の結果からわかることは、SMW 公式を用いた場合においては、1 つのノードのみが動いたと仮定した場合においてさえ、前処理つき共役勾配法よりもわずかに速い

表 6 時間計測

時間 [s]	(s の値による逆行列導出時間比較)		
	759	1266	2499
サイズ $s = 24$	0.0493	0.1295	0.4335
サイズ $s = 18$	0.0327	0.0830	0.3235
サイズ $s = 12$	0.0260	0.0678	0.2580
サイズ $s = 6$	0.0197	0.0543	0.2013

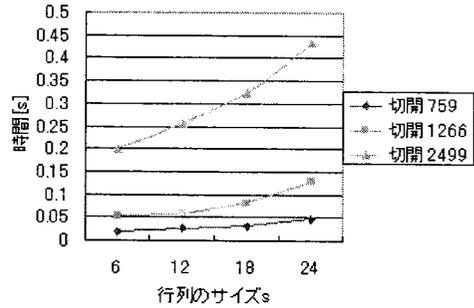


図 4 s のサイズによる逆行列導出時間比較

速度程度しか出すことができていない。SMW 公式を用いて計算を行う上で、どうしても疎行列としての演算を行うことができない部分が存在することが、この問題の原因の一つである。実際に演算ごとに時間計測を行うと、 $K^{-1} \delta K_c \times (I + E_c K^{-1} \delta K_c)^{-1} E_c K^{-1}$ における演算子 \times の部分の計算を行う際に、全計算時間のうちの 80 % 程度の時間を必要としていた。他の部分は疎行列演算を行うことで計算時間を短縮することに成功したが、この部分だけは無視できない程度の値が多く、演算を省くことはできなかった。まだ実装できてはいないが、行列の対称性を利用することによる計算量の削減や、並列化による高速化の可能性は残されている。

5.2 共役勾配法の有効性

SMW 公式とは対照的に、前処理行列を用いた共役勾配法では数学的近似逆行列、時間的近似逆行列のどちらを前処理に用いた場合においても、ある程度は高速な結果が得られた。総合的な結果から考えると、時間的近似逆行列前処理を用いたもののほうが 10 % 程度高速であった。

反復回数の削減率に見合った十分な高速化が達成できなかった原因は、今回の実験では時間的近似逆行列として変化前の行列 K (疎行列) の逆行列そのものを使用したことにある。そこで、ICCG 法の場合と同様に K^{-1} そのものでなく、 K の非ゼロ要素に対応する K^{-1} の要素からなる行列を前処理行列とする等の最適化を行えば、更なる高速化が期待できる。

さらに、時間的近似逆行列前処理を用いるためにはそれ以前の時刻における逆行列を導出する必要がある。前処理と同じ逆行列を用い続けては、式 (9) における

I' は時間の経過とともに単位行列から形が変化し、これに伴う反復回数の増加により解導出までの時間が増大する。そのため適宜前処理行列自体の更新が必要である。この件に関しては、次節で検討を行う。

5.3 SMW 公式と共役勾配法によるハイブリッド計算

前述した SMW 公式を用いる場合、解の導出を行うためには必要以上に時間がかかりすぎてしまうし、手術シミュレータの前提のもとでは最も高速な手法と考えられる時間的近似逆行列前処理つき共役勾配法においても、前処理に用いる行列をどのように更新するかという問題点がある。これら 2 つの手法を組み合わせることで問題の解決を図る。具体的には、解導出には時間的近似逆行列前処理つき共役勾配法を用いて、その前処理行列の導出に SMW 公式を用いるようにする。本研究では、PC クラスタを用いたシミュレーションを前提としているので、このように前処理と本処理を独立に行うことが可能である。しかし、表 3 と表 5 を比較すれば明らかのように、前処理行列の導出速度が不足している。これを解決するために、以下のような案が考えられる。

- k タイムステップ前の逆行列を共役勾配法の前処理に用いる

一つ前のタイムステップでの逆行列を前処理に用いるのではなく、 k タイムステップ前の逆行列を前処理に用いる。このようにすれば、前処理行列の導出を間に合わせることが可能になる。しかし、一つ前のタイムステップに比べれば若干効果が落ちることと、 k タイムステップ前の逆行列を記憶しておかなければならないため、メモリ使用量が増加するという短所がある。

- 投機による実行

実際に手術シミュレータを実現する場合、PC クラスタを用いて実装することを仮定している。我々が対象としている要素数の行列では、今回提案した手法において、それほど大規模な計算量を必要としない。ここで計算に使っていない PC を用いてシミュレータ操作者（術者）の動きを予測することが考えられる。実際、メス等を用いた切開では次に切開が発生する箇所の予測は可能であるので、直接使用していない複数の PC を別の計算に利用する投機的手法を用いることによる高速化も考えられる。⁹⁾

6. おわりに

切開手技等の切開を伴う変形における挙動をインタラクティブにシミュレートするために、有限要素モデルで剛性マトリクスを用いた力-変位計算を SMW 公式及び前処理つき共役勾配法で行った。そして、各手法の適性を見極めるために、実際の剛性マトリクスデータを用いて切開シミュレーションを行った際の実行時間を測定した。

その結果、実装したプログラムにおいては、SMW 公式と前処理つき共役勾配法を比較した場合、全ての状況において前処理つき共役勾配法のほうが高速であった。共役勾配法の前処理として、数学的近似逆行列と時間的近似逆行列を用いた場合は、同程度の時間がかかった場合もあったが、比較可能な状況では、多くの場合において時間的近似逆行列を前処理に用いたほうが高速であり、更なる高速化の可能性も検討した。

また、時間的近似逆行列前処理に用いる逆行列の更新に SMW 公式を用いるハイブリッド計算手法を検討し、 s の値が過大にならないタイミングで適宜更新を行うことで高速化を目指す手法を提案した。

今後、これらの手法を実装し、評価していく予定である。

謝辞 本研究の一部は、日本学術振興会 科学研究費補助金 基盤研究 S(課題番号 16100001)、ならびに、(財) 栢森情報科学振興財団 研究助成による。

参 考 文 献

- 1) Nakao, M.: *Cardiac Surgery Simulation with Active Interaction and Adaptive Physics-Based Modeling*, PhD Thesis, 京都大学大学院情報学研究科, (2003).
- 2) Kuroda, Y.: *A Study on Virtual Reality based Palpation Simulator*, PhD Thesis, 京都大学大学院情報学研究科, (2005).
- 3) 中尾恵, 黒田嘉宏: 実時間力学計算手法のライブラリ化と手術シミュレータの開発, 平成 14 年度 IPA 未踏ソフトウェア創造事業「デジタル・ヒューマンを実現する人間機能のモデリングとその応用ソフトウェア」研究報告会, (2003).
- 4) 広田光一, 金子豊久: 柔らかい仮想物体の力学表現, 情報処理学会論文誌, (1989).
- 5) 中尾恵, 河本敏孝, 湊小太郎: 柔らかい物体に対する切開の実時間シミュレーション方法, Visual Computing グラフィックスと CAD 合同シンポジウム 07, (2007).
- 6) 渡辺隆史, 大谷淳, 棚沢順, 徳永幸生: 2 段階境界要素法を用いる三次元弾性物体の変形と移動の実時間アニメーション法, 電子情報通信学会論文誌, (2005).
- 7) 野田裕介: 共役勾配法による手術シミュレータ高速化の予備評価, 情報処理学会関西支部大会, (2006).
- 8) 二宮三編: 数値計算のわざ, 共立出版, (2006).
- 9) Kume, N.: *Distributed Massive Simulation for Haptic Virtual Reality Based Surgical Skill Transfer*, PhD Thesis, 京都大学大学院情報学研究科 (2006).