

木状配線の理論的解析とその自動布線検査について

古賀義亮 佐々木勲
(防衛大)

1. まえがき

最近の集積回路技術の急速な進歩によって大規模集積化素子が実用化され多方面で用いられるに至っている。これとともに機器が小型化され、バッファネルやプリント板の配線また集積回路自体の配線が複雑となりその布線密度が高くなつて布線の検査はますます困難なものとなつてきている。

自動布線検査装置は、機器の回路素子等が組み入れられる以前の段階で、その素子が接続される配線をチェックするため開発されたが、まだ効率的な自動化された検査方法は見出されていない。

従来、布線検査は二点間テスト法すなわち2つの端子をテストであたって検査する方法により行なわれてきだが、この方法では多くの検査パターンを必要とする手数がかかる。また検査対象となる配線パターンについてても、Fig. 1 のいわゆる *Transmission line*⁽¹⁾ 等については研究された例もあるが、一般的な例については検討されていない。

本報告では、一つの入力端子から多数の出力端子への配線は、閉路がない場合には一般に木グラフとして表わされるとして着目し、このような木状の配線をとりあげ、布線検査およびその検査法の評価の立場による配線モード(配線のパターンのこと)を考察し

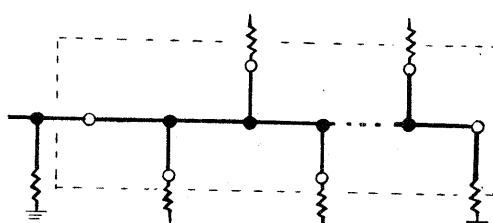


Fig. 1 Transmission line type wiring.

つゝで一自動布線検査法を提案する。この検査法は断線の有無の検査および断線位置の決定が可能であり、単一断線または複数断線に適用できる。

まず2では用語の定義について述べ、3では木状配線のモードについて考察し、すべての生成可能な木は、その出力端子数を修正された分割数Kに対応させることにより分割数理論を用いて木状配線のモード数を求めることができ、またトポロジカルに同型を生じる場合には、同型を除いた木状配線のモード数は(2-1)次の算術級数の部分和になることを示す。4では、3の結果について、木を修正頂点行列で表わす生成法Kより木状配線を生成し検証する。5では、木状配線を検査するためのAND/ORゲート法を提案し、step-by-step法⁽²⁾と組合せた断線検査・断線位置検査法を複数断線がある縮退化木状配線について適用し考察する。

2. 諸 定 義

複数の端子を有し、閉路のない配線を考え、この配線の任意の一つの端子を入力端子とし、残りの端子を出力端子とすると、この配線は木グラフとして表わすことができる。木グラフとして表わされる配線を木状配線といふ。

この節では、以下の考察で用いられる用語について定義する。

(1) 入力隣接節点

入力端子に隣接する節点をいう。木状配線を区分する上の判定の基準となる節点である。(Fig. 2)

(2) 出力隣接節点

木状配線からすべての出力端子を除いたとき、残りのある節点の次数 $\delta(v)$ が $\delta(v) = 1$ であれば(ただし、入

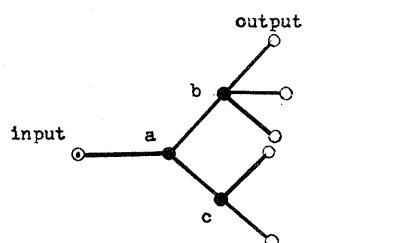
力端子の節点は除く), この節点は出力隣接節点と呼ぶ。(Fig. 2)

(3) 分岐点

節点 v の次数 $\delta(v)$ が $\delta(v) \geq 3$ であるような節点を呼ぶ。

(4) 1-入力, n -出力木状配線

木状配線のうち, 1個の入力端子と n 個の出力端子をもち, 入力端子と出力端子の節点を除くすべての節点の次数 $\delta(v)$ が $\delta(v) \geq 3$ である木状配線を呼ぶ。以下簡単のため木状配線と略称する。一例を Fig. 3 に示す。



node a : adjacent node to input.
node b, c : adjacent nodes to output.

Fig. 2 An adjacent node to input and adjacent nodes to output.

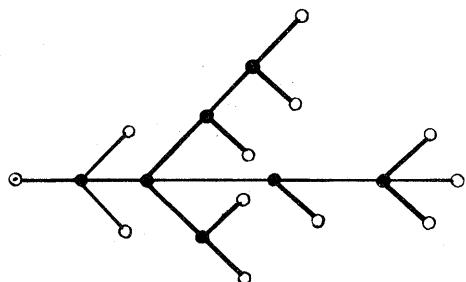


Fig. 3 One-input, n -output tree type wiring.

(5) 部分木

木の部分グラフを部分木と呼ぶ。したがって木状配線の一部を部分木配線と呼ぶ。

(6) 同型

2つの木下 T_1 と T_2 において, これら2つの節点および辺との間に1対1対応の関係が存在するとき, 2つの木は同型であると呼ぶ。Fig. 4 の下と T_2 は $v_i \leftrightarrow u_i$, $x_i \leftrightarrow y_i$ の1対1対応の関係があるので同型である。これらの同型木はモード数を算出す場合除いて算出す必要がある。

ド数を算出す場合除いて算出す必要がある。

(7) 縮退化木状配線

木状配線からすべての出力端子を取り去った部分木配線を考える。部分木配線のすべての節点(入力端子を除く)に対してそれらの次数 $\delta(v)$ の値によりつきのように出力端子を改めて割付けよ。すなまち,

$$\delta(v) = 1 \text{ のとき} \quad \text{出力端子 } 2$$

$$\delta(v) = 2 \text{ のとき} \quad \text{出力端子 } 1$$

$$\delta(v) \geq 3 \text{ のとき} \quad \text{出力端子 } 0$$

を割付けよ。このようにして構成される木状配線およびこれと同型な配線を縮退化木状配線と呼ぶ。一例を Fig. 5 に示す。

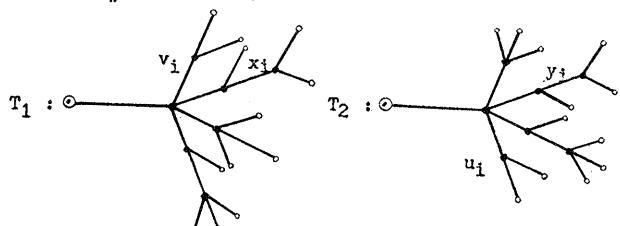


Fig. 4 Isomorphic trees.

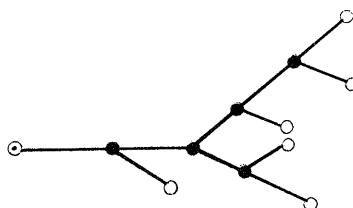


Fig. 5 Degenerated tree type wiring.

(8) 出力木

出力端子とそれと直接接続する節点からなる部分木を呼ぶ。木状配線は縮退化木状配線と出力木に分割できる。これができうる。

3. 木状配線モードについての考察

この節では、木状配線の布線検査で用いられるアルゴリズム法や検査方法の評価の基礎となる配線モードおよびモード数について検討する。

3.1 木状配線モード

木状配線のモードは一般的にライン状、放射状および二重状の混成状が考えられる。そこで、つきの段階におけるモード数算出を厳密に行うため木状配線モードをつきの3つのタイプに区分し、それにつきのようく定義する。

ラインタイプ：木状配線において、すべての出力端子数を除去したとき一本の線状になるようなモードをいう。

分歧タイプ：木状配線において、入力隣接節点から分歧点を有する複数個の部分木が分歧しているモードをいう。

混合タイプ：木状配線において、入力隣接節点以外の任意の節点から分歧点を有する複数個の部分木が分歧しているモードをいう。

それぞれの配線モードをFig. 6に示す。

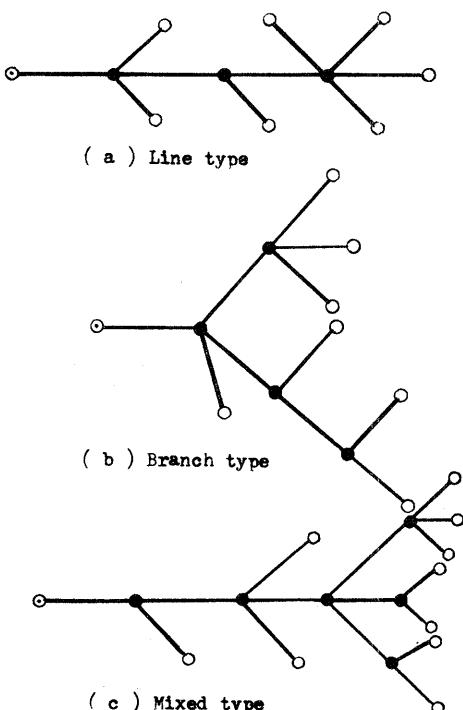


Fig. 6 Types of tree type wiring.

つき k モード数についてであるが、木状配線の出力端子数を分割数理論 (Partition Number Theory) の分割数に対応させることにより出力端子数からモード数が算出できる。これは木状配線の部分木の出力端子数を分割数の各要素に対応させたり、木グラフを分割数で表現していることとなる。

布線検査においてはFig. 7 (a) の断線パターンはたがいに識別が不能であり (b) の單一断線におきかえられる。したがって (c) の配線が分割数を考えるときの最小のパターンとなる。いいかえると木状配線に対応する最小の分割数は2であるといえる。したがってここでは2を最小とする分割数を用いている。

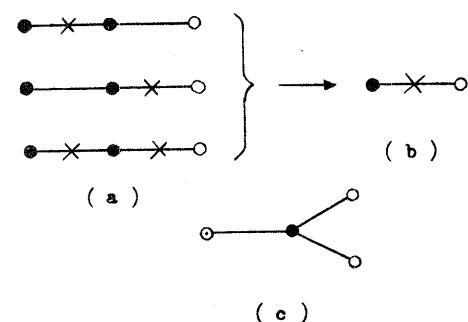


Fig. 7 Indistinguishable failure modes and the minimum wiring pattern.

以上のモード区分および2を最小とする分割数の導入によりつきのような補助定理および定理が導かれます。すなわち、分割数 k_1, k'_1, \dots, k_r は入力隣接節点に接続される部分木の出力端子数を表わすものとし、また $S_{k_1}, S_{k'_1}, \dots, S_{k_r}$ はそれぞれ出力端子数 k_1, k'_1, \dots, k_r をもつ部分木のモード数とすると、つきの補助定理が成り立つ。

補助定理1 出力端子数が2を最小とするあいことなる自然数に分割されるととき、すなわち

$$n = k_1 + k_2 + \dots + k_r = k'_1 + k'_2 + \dots + k'_r = \dots$$

$$= k_1^{(\omega)} + k_2^{(\omega)} + \dots + k_l^{(\omega)} \quad (3.1)$$

($k_1, k_2, \dots, k_l \geq 2$),
のとき, 木状配線のモード数 $\gamma_2(n)$ は,

$$\gamma_2(n) = \prod_{p=1}^i S_{k_p} + \prod_{g=1}^j S_{k_g} + \dots + \prod_{r=1}^l S_{k_r}, \quad (3.2)$$

である。

補助定理1 は, k_1, k_2, \dots, k_i が互いに異なる分割数であり, $k_1^{(\omega)}, k_2^{(\omega)}, \dots, k_l^{(\omega)}$, ($\omega = 1, 2, \dots, l$) k についても互いに異なる数のとき成り立つが, 分割数中 K 等しい数を含むときは木状配線の一部は同型となり, 同型部分は除く必要がある。そこで, $\alpha \cdot m$ -出力端子木状配線のモード (m -出力端子部分木を入力隣接節点 K おいて α 個組合せて構成されるモードのこと) を $\delta_{m,p}^{\alpha}$ とし, このから同型モードを除いたモード数を $[\delta_{m,p}^{\alpha}]$ で表わすと, つきの補助定理が成立する。

補助定理2 m 個の出力端子をもつ部分木のモード数を β とするとき,

$$[\delta_{m,p}^{\alpha}] = \sum_{r=0}^{\alpha-1} [(\delta_{m,p} - r)^{\alpha-1}] \quad (3.3)$$

である。

Table 1 $K = 5$ のときの $[\delta_{m,p}^{\alpha}]$ を示す。 $[\delta_{m,p}^{\alpha}]$ は $(\alpha-1)$ 次の導術級数の部分和で与えられることがわかる。

Table 1 The number $[\delta_{m,p}^{\alpha}]$ of $\alpha \cdot m$ -output tree type wiring modes after eliminating isomorphic modes.

	$[(\delta_{4,5} - r)^{\alpha-1}]$					$[\delta_{4,5}^{\alpha}]$
$\alpha \setminus r$	4	3	2	1	0	
1	1	1	1	1	1	5
2	1	2	3	4	5	15
3	1	3	6	10	15	35
4	1	4	10	20	35	70
5	1	5	15	35	70	126

$$(たゞし \delta_{4,5} = [\delta_{4,5}^1] = \beta, m=4, \beta=5)$$

補助定理3 出力端子数 α が 2 を最小とする自然数 K を割り切るとき, すなはち,

$$\begin{aligned} n &= k_1 + k_2 + \dots + k_i = k'_1 + k'_2 + \dots + k'_i = \dots \\ &= k_1^{(\omega)} + k_2^{(\omega)} + \dots + k_{i-1}^{(\omega)} + k_i^{(\omega)} + k_i^{(\omega)} + \dots + k_i^{(\omega)} \\ &\quad + k_{j+1}^{(\omega)} + k_{j+2}^{(\omega)} + \dots + k_k^{(\omega)} \quad (\text{2個}) \\ (k_1, k'_1, \dots, k'_i, k_i^{(\omega)}) &\geq 2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

のとき, 木状配線のモード数 $\gamma_2(n)$ は,

$$\begin{aligned} \gamma_2(n) &= \prod_{p=1}^i S_{k_p} + \prod_{g=1}^j S_{k_g} + \dots + [\delta_{k_i}^{\alpha}] \cdot \prod_{r=1}^{i-1} S_{k_r} \cdot \\ &\quad \prod_{r=i+1}^l S_{k_r} \end{aligned} \quad (3.4)$$

である。ただし, $S_{k_j} = \beta$ とする。

補助定理1～補助定理3を用いてつきの定理が成り立つ。

定理1 木状配線の全モード数を S_n , ラインタイプ, 分岐タイプおよび混合タイプのモード数をそれぞれ l_n , b_n , m_n とすれば,

$$S_n = l_n + b_n + m_n, \quad (3.5)$$

である。 $\therefore K$,

$$l_n = 2^{n-2}, \quad (3.6)$$

$$b_n = b_{n-1} + \gamma_2(n), \quad (3.7)$$

$$m_n = \sum_{i=1}^{n-4} 2^{i-1} \cdot b_{n-i}, \quad (3.8)$$

である。

Table 2 は定理から求めた木状配線のモード数を示す。

Table 2 The number of tree type wiring modes.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\gamma_2(n)$	0	0	1	2	9	24	81	244	780
l_n	1	2	4	8	16	32	64	128	256
b_n	0	0	1	3	12	36	117	361	1141
m_n	0	0	0	1	5	22	80	277	915
S_n	1	2	5	12	33	90	261	766	2312

3.2 縮退化木状配線モード

前節の結果によると、木状配線のモード数は n が増大するに急激に増加し、布線検査回数について考察する上で複雑となる。そこで第2節で定義した縮退化木状配線と出力木の概念を導入し、木状配線をより簡単にして布線検査を考察する。このため、ここでは縮退化木状配線モードについて前節の補助定理および定理を用いて検討する。

補助定理1～補助定理3は、部分木の出力端子数とそのタイプが既知のとき、これら部分木を組合せて生成される木状配線モード数を与えており、部分木の出力端子数およびそのモード数がどんな値をもとろうと関係なく成り立つ、一節点から分歧するタイプの木状配線モード数の算出に適用される。さらに縮退化木状配線もまた木状配線の一種であることは勿論、補助定理1～3は縮退化木状配線についても適用できる。しかし、この場合同一出力端子数に対して縮退化木状配線の部分木モード数の方が木状配線のそれより小さくなるから、縮退化木状配線の場合、式(3.2)、(3.3)および(3.4)の S 、 $\alpha(n)$ 、 δ 、 $\gamma_i(n)$ と S' 、 $\alpha'(n)$ 、 δ' 、 $\gamma'_i(n)$ と記すことにする。このよう書き直し式(3.2)、(3.3)および(3.4)は縮退化木状配線モード数の算出に適用され、つぎの定理が成り立つ。

定理2 1-入力、 $n-1$ 出力端子をもつ縮退化木状配線の全モード数を S'_n 、ラインタイプ、分歧タイプおよび混合タイプのモード数をそれぞれ l'_n 、 b'_n 、 m'_n とすれば、

$$S'_n = l'_n + b'_n + m'_n \quad (3.9)$$

である。 $\therefore n$

$$l'_n = 1 \quad (3.10)$$

$$b'_n = \gamma'_i(n) \quad (3.11)$$

$$m'_n = \sum_{i=1}^{n-1} b'_{n-i} \quad (3.12)$$

である。

縮退化木状配線のモード数は Table 3 に示すとおりであって、Table 2 とくらべて大きな差があることがわかる。

Table 3 The number of degenerated tree type wiring modes.

$n \setminus$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l'_n	1	1	1	1	1	1	1	1	1
b'_n	0	0	1	1	4	6	17	33	82
m'_n	0	0	0	1	2	6	12	29	62
S'_n	1	1	2	3	7	13	30	63	145

木状配線と縮退化木状配線は両者とも木グラフで表わされ、モード上の性質は同じであり、出力端子の付加または除去により相互に変換できる。またこれら両者は断線検査回数についてつぎのような関係がある。すなはて、縮退化木状配線について検査アルゴリズムを考察すれば不状配線にもそのまま適用できる。

(1) 出力木(e_0)および出力隣接節点に接続する入力側の枝(e_i)ともに断線がないとき、木状配線($e_0 + e_i$)の検査回数は出力端子数に關係なく e_i の検査回数(t_i)に等しい。

(2) e_0 の中に断線があるとき、 e_0 の端子数を k とする。検査回数は $t_i + k$ 以内である。

(3) e_0 および e_i ともに断線があるとき、検査回数は $t_i + (e_0 \text{の検査回数})$ である。

4. 木状配線モードの生成

前節の分割数を用いた方法が正しいことを確認するため別の角度から検討を加える。ここで述べる方法は計算機のプログラムに表現でき簡単なアルゴリズムを考えることにして、実際のプログラムによって実行してこれまでの議論が正しいことを確認する。

この生成法においては、木状配線を木グラフと考へ、修正された頂点行列(以下修正頂点行列といふ)で表現する。すなはち、その節点にラベルを付された木グラフの修正頂点行列を

$$A = (a_{ij})$$

で表わす。いま、 m ($m \leq n$) を出力端子の節点数とするとき行列 A は $(m+1) \times (m+1)$ の正方形行列となり、その成分 a_{ij} は、

(1) $i \leq m$, $j \leq m$ のとき

節点 v_i と v_j が隣接(有向グラフ

の意味で)であるなら $a_{ij} = 1$

それ以外なら $a_{ij} = 0$

(2) $i \leq m$, $j = m+1$ のとき

$a_{ij} = i$ 番目の節点に接続している
出力端子数

(3) $i = m+1$, $j \leq m$ のとき

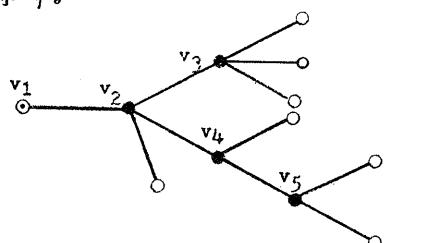
$$a_{ij} = 0$$

(4) $i = m+1$, $j = m+1$ のとき

$$a_{ij} = \text{全出力端子数}$$

である。

Fig. 8 は木グラフとその修正頂点行列 A を示す。



	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	output terminals
v_1	0	1	0	0	0	0
v_2	0	0	1	1	0	1
v_3	0	0	0	0	0	3
v_4	0	0	0	0	1	1
v_5	0	0	0	0	0	2
total output terminals	0	0	0	0	0	7

Fig. 8 A labeled tree type graph T and its vertexmatrix A .

木状配線の生成は、与えられた条件すなはち、入力端子数と出力端子数から可能なすべての修正頂点行列を生成する。この条件を与えられたときの生成法のステップはつきのとおりである。

(1) 与えられた条件(入力端子数=1, 出力端子=m)を入力する。

(2) 入力および出力端子数から木構造(出力端子を除去した残りの部分すなはち木の構造を表わす部分で、修正頂点行列における $i \leq m$, $j \leq m$ の a_{ij} を表す)の最大節点数を算出する。

(3) 木構造の節点数 m を 1 から 1 ステップづつ増加させ最大節点数に達するまで修正頂点行列の大きさ、行列

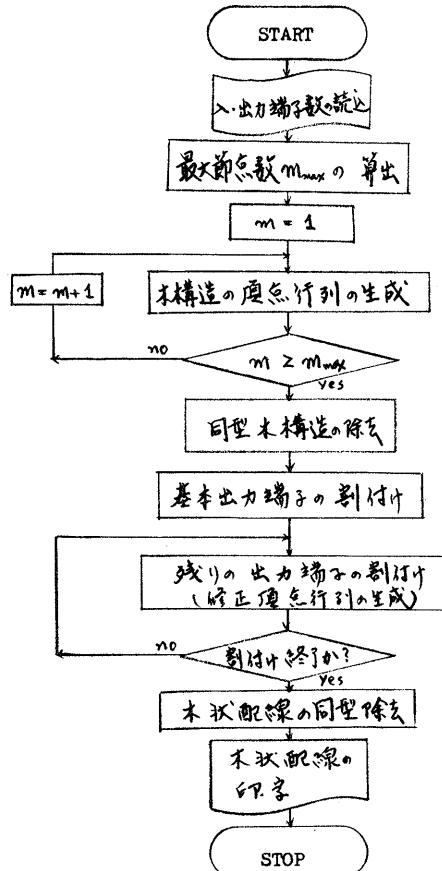


Fig. 9 Flow-chart of tree type wiring generation.

の成分を変えて木構造を生成する。
この隣行列の大きさは節点数により決
まる。

(4) 生成された木構造サブ同型モードを同型除去サブルーチンにより除去する。

(5) 基本出力端子を割付け、その本構造における最小出力端子を有する配線すなわち縮退化本状配線を生成する。

(6) 残りの出力端子を任意の節点に
任意の数だけ割付ける。この際すべて
の場合の割付けを行なう。

(7) 同型除虫サブルーチンにより同型木状配線を除去する。

(8) 生成 Δ 小长木状配線毛一寸才在
山中，修正頂点行列左出力才了。

以上の本状記録モード生成の過程を Fig. 9 に示す。実際プログラムにより実行し生成したモードおよびモード数は分割数と用いた方法に一致していることを確認した。Fig. 10 に本構造および修正頂点行列の出力の一例を示す。

Fig. 10. Examples of output.

5. 未註冊之自動布線檢查法

布線検査における短絡検査や布線誤り検査も重要であり、これらは断線検査に先立つて行なわれることが通常で、当然検討をへるべきであるが、比較的検査が容易であるのでここでは断線検査について考察する。

5.1 単一断線の布線検査

まず、第3節で述べた縮退化木状配線上に单一の断線があるとき、その断線の有無の検査および断線位置決定のための検査に適用できる“ANDゲートを用いた検査法”について述べる。

Fig. 11 K AND ゲートを用いた自動布線検査装置を示す。検査はコンピュータ K 配線を記憶させ、被検査配線から検査装置への接続をコンピュータ・コントロールし、布線検査装置の出力をチェックする子回路により行なわれる。その検査ステップはつきのようになる。

(1) Fig. 12 (a) の AND ゲートの出力を観測し断線の有無を検査する。断線がある場合 1 の入力信号に対して出力信号は 0 として検出される。

(2) 断線がある場合, Fig. 12 (b) の x_1, x_2 の出力をチェックすればしくより Table 4 の真理表から断線位置を決定する。(断線がない場合は別のサンプルについて検査を続行する。)

(3) 緒退化木状配線を適宜グリーピングして(2)の検査を続行する。

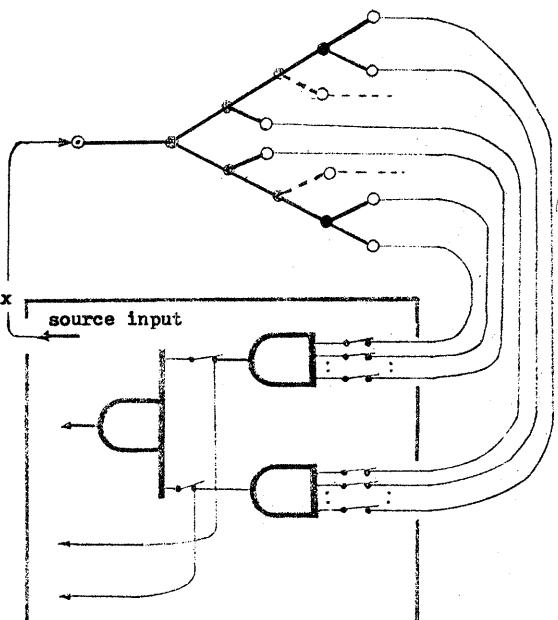


Fig. 11 An wiring check equipment using AND gates.

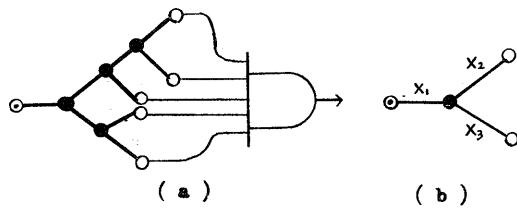


Fig. 12 A checking method by using AND gate.

Table 4 Truth table

output		disconnection point
x_2	x_3	
0	0	x_1
0	1	x_2
1	0	x_3

以上の手順により断線の有無の検査および断線位置の決定が行なわれる。ここでグループピング法としては等荷重グループピング法(各グループの重計すなわち配線をグラフで表わしたときの辺数が等しくなるようグループピングする方法)と分歧グループピング法(分歧ごとにグループピングする方法)を用いている。

Fig. 13 に示される配線の任意の箇所に断線があるとき、その位置決定に要する平均検査回数の一例を Table 5 に示した。

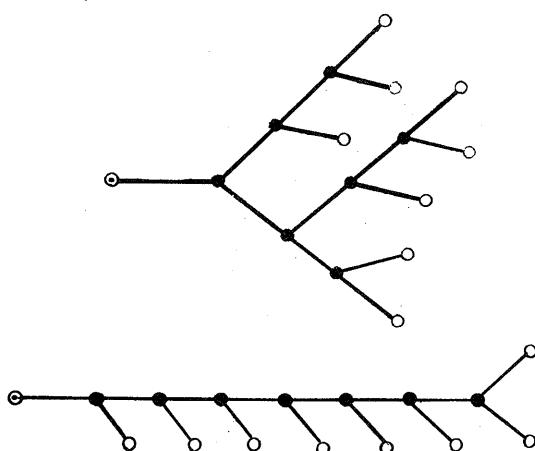


Fig. 13 Sample modes of checking wires.

Table 5 The average number of tests.

wiring grouping	branch type		line type	
	EWG	BG	EWG	BG
average number of test	5.9	5.7	6.0	8.4

EWG : Equivalent weight grouping method

BG : Branch grouping method

結果として、分歧グループピング法は分歧タイプに適しており、等荷重グループピング法はラインタイプに適しているといえる。

5.2 複数断線の布線検査

複数断線の布線検査の場合も、ANDゲートを用いる方法により断線の有無は検査することができますが、断線位置の決定は複雑となり困難である。そこで、ここで、ニニではANDゲート、ORゲートを用いる布線検査法(AND/ORゲート法という)を提案し検討する。

Fig. 14 にAND/ORゲート法による自動布線検査装置を示す。検査は单一断線の場合と同様にオンライン・コンピュータに被検査配線モードを記憶させ、この配線モード情報とともにゲートで布線検査装置のスイッチングをコントロールし、出力をチェックして自動的に行なわせた。その検査ステップはつきのようになる。

(1) Fig. 15 (a) の AND ゲートで断線の有無を検査する。

(2) 断線がある場合 OR ゲートで Fig. 15 (b) の検査を行なう。1の入力信号に対して出力信号をチェックし 0 になればその位置が断線箇所であるとする。

(3) 縮退化木状配線を 5.1 節のグループピング法により適宜グループングして (1), (2) の検査を続行する。

(4) 最後に出力端子が未検査配

線として残る場合は step-by-step 法の検査を行ない、複数断線の場合の検査を終了する。

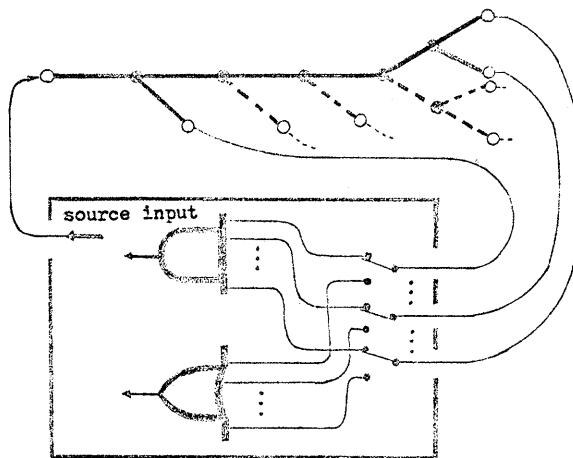
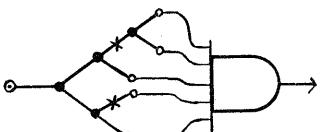
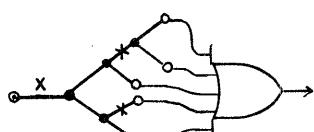


Fig. 14 An automatic wiring check equipment using AND/OR gates.



(a)



(b)

Fig. 15 Checking methods by using AND gate or OR gate.

AND/OR ゲート法を用いて数例について検査した結果、5.1 节の单一断線の場合とは同じくらいいの平均検査回数（单一断線の場合における評価と尺度を同一にするため、複数個の任意の断線個所の任意の一断線が検出される平均の検査回数をここではいう）で断線位置を決定でき、複数断線の検査に有効であることを確認した。

Table 6 K AND/OR ゲート法による位置決定の平均検査回数の一例を示す。この場合の検査対象は Fig. 13 K 示された配線であり、断線個所は均等に散布（長さ 4ヶ所）してある。

Table 6 The average number of tests for multi-failures.

wiring grouping	branch type EWG	branch type BG	line type EWG	line type BG
average number of test	6.1	5.9	6.4	9.4

グレーピングの方法については單一断線の場合と同様のことがあり、分歧タイプにおいては分歧グレーピング法が、ラインタイプにおいては等荷重グレーピング法が有効であることがわかった。しかし、これは典型的な分歧タイプあるいはラインタイプについて行なった結果であり、ラインタイプに近いような分歧タイプではその逆のようなタイプまたは混合タイプなどについては、他のグレーピング法も含めてさらに検討の必要がある。

6. あとがき

本報告では、ますます高密度化し困難となってきた布線検査について、その基礎となる本状配線の理論的解析と自動布線検査法について考察した。この結果、分割数の概念を導入することにより本状配線の分割数による表現とそのモード数の算出法を得たことができた。とくにグラフにおいては同型モードの除去という問題はやっかんな問題であるが、同型モードを生じる場合でも同型モードを除いたモード数は ($m - 1$) 次の算術級数の部分和として求められることが示された。本報告では布線検査の評価について十分行なっていながら、これらのこととは今後布線検査法を評価する際の基

確かになさと思ふ。

また新らしく提案した AND/OR ゲート法による自動布線検査法は複数断線に対する有効であることがわかつた。この方法は、とくに多段配線中の小数断線の場合効率的であると思われる。

今後、配線誤りや短絡の検査についても検討する必要がある。また実際の応用のためのプログラムの開発も必要であろう。

参考文献

- (1) Y. Koga: "A Checking of Wiring", 7th Design Automation Workshop Proceedings, 1970, pp. 173 - 177
- (2) 古賀, 佐々木: "木状配線の自動布線検査について", 情報処理学会第14大会, pp. 123 ~ 124 (昭48)