

## 高速アニーリング・シミュレーション法： F A S T

豊永 昌彦 ・ 秋濃 俊郎  
松下電子工業株式会社

本報告では、最適化問題の近似解法であるシミュレーテド・アニーリング法を高速化するという観点から「擬似臨界温度」と「囲い込み領域」の概念を導入した、「高速アニーリング・シミュレーション法」を提案する。本手法は、自然科学の計算機実験手法の1つであるモンテ・カルロ法に注目し、最適化過程の性質と物理現象を対応させ、熱統計力学を応用して高効率な計算機処理を実現するものである。これらの概念は、簡単な配置モデルを用いて導かれている。本手法の効果を知るための計算機実験では、10倍以上の高速化が実現していることが確かめられた。

## Fast Annealing Simulation Technique: F A S T ( in Japanese )

by Masahiko Toyonaga and Toshiro Akino  
( Matsushita Electronics Corporation, Nagaokakyo, Kyoto, 617 Japan)

We propose the new technique to make the Simulated Annealing Method faster, named FAST(Fast Annealing Simulation Technique). This technique is constructed from two major concepts, one is "PSUDO-CRITICAL-TEMPERATURE" and the other is "ENCLOSED DOMAIN". These concepts come from the Solid State Physics. From the results of the simple placement problem, it is found that the number of iterations by FAST optimization process is less than 1/10 of that by the original Simulated Annealing Method.

## 1.はじめに

S. Kirkpatrickを紹介する。それをシミュレーション法として用いる。そこで、S. Kirkpatrickのアルゴリズムを用いて、シミュレーション法と実験結果との比較を行った。まず、シミュレーション法の概要について述べる。

シミュレーション法は、実験結果をもとに、熱力学的モデルを構築し、そのモデルに基づいて温度変化を計算する方法である。このモデルは、熱平衡条件を満たすように構成される。また、シミュレーション法では、実験結果と計算結果との比較を行うことで、モデルの妥当性を検証する。

一方で、実験結果は、実際の物理現象を再現するため、複数の測定値や観察結果を統合して得られる。したがって、シミュレーション法と実験結果との比較は、実験結果の信頼性を評価する重要な手続である。

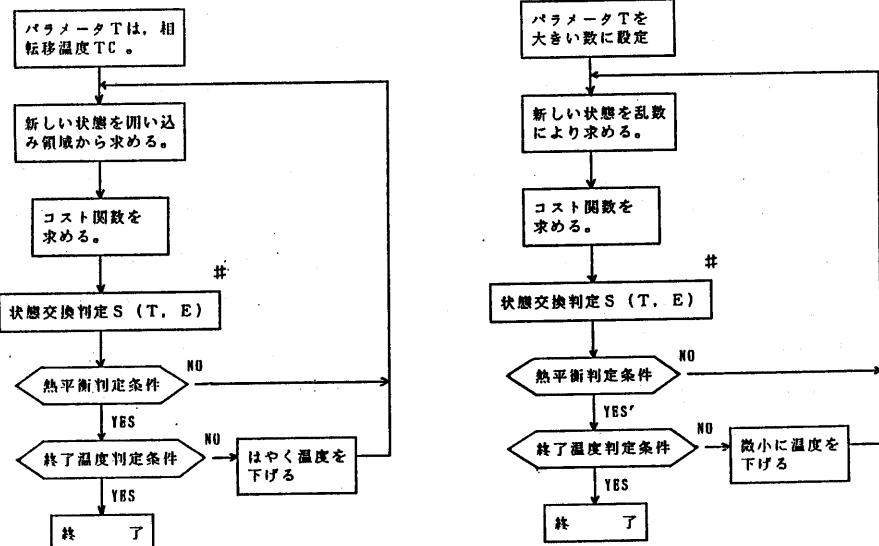
シミュレーション法と実験結果との比較を行う際には、以下の点を考慮する。

- 実験結果の信頼性：実験結果の精度や正確性を評価する。
- シミュレーション法の妥当性：シミュレーション法のモデルが実験結果を適切に再現するかを評価する。
- パラメータの影響：シミュレーション法のパラメータ（例：初期温度、熱伝導率等）が実験結果に及ぼす影響を評価する。

以上のように、シミュレーション法と実験結果との比較は、物理現象の理解とモデルの検証に役立つ重要な手続である。

## 2. アルゴリズム

シミュレーション法と高速アニーリング・シミュレーション法のアルゴリズムと評価関数値C<sub>(上)</sub>とC<sub>(下)</sub>との差を意味する式(2.1)。



(a) 高速アニーリング・シミュレーション法 (b) シミュレーテド・アニーリング法  
図1. アルゴリズムの比較

$$\Delta E = C(\Psi) - C(\Phi)$$

(2. 1)

$S(T, \Delta E)$  は、次のように定義されるものである。

$$S(T, \Delta E) = \text{TRUE} \quad \text{if } EXP(-\Delta E/T) \geq R \quad (2. 2)$$

$$S(T, \Delta E) = \text{FALSE} \quad \text{if } EXP(-\Delta E/T) < R$$

$R$  は、擬似乱数 ( $0 \sim 1$ ) である。 $T$  は、いわゆる温度パラメータで、高温 (大きな値) から低温 (小さい値) に徐々に変える。定数回数の終了をもって熱平衡となる。定数回数の終了をもって特に厳密が設定される。ただし、 $T_{min}$  が設定される。一方、非常に大きな値  $T_{max} = 100,000$  や非常に小さな値  $T_{min} = 0.01$  等で、 $T_{min} = T_{end}$  と定義される。 $N$  は、対象とする問題の要素数である。一方、高速アーリング・シミュレーション法では、問題の要素数のスケールで、 $T_{max} = \Theta(N, \lambda)$  である。これは、要素数  $N$  と問題の複雑度  $\lambda$  の関数である。また、 $T_{end}$  は、問題の要素数  $N$  と問題の複雑度  $\lambda$  の関数である。この割合は、冷却パラメータ  $R_d$  により制御される。たとえば、 $R_d = 0.9 \sim 0.85$  が適当であると言わわれている(4)。高速アーリング・シミュレーション法では、この割合が極端に小さく  $R_d = 0.5 \sim 0.3$  を使う。

### 3. 高速アーリング・シミュレーション法の性質

#### 3. 1 簡単な配置モデル

シミュレーテド・アーリング法の基本的な性質を調べるために次のようなモデルを考える。本モデルは、周辺に固定配置された要素を持ち、中に配置された要素は、各々自由に交換可能になっている。各々の要素は、4方向の結線を持ち、他の要素と関係を持つ。

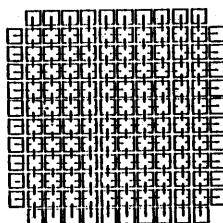


図2. 簡単な配置モデル (スケール  $10 \times 10$ )

#### 3. 2 シミュレーテド・アーリングの振舞 (I) —— 擬似相転移

シミュレーテド・アーリング法で、温度パラメータのスタート値の概念は「大きい数」以外に論じられていないが、この設定数の決め方により、処理時間は「大きい数」よりも遅くなる。また、設定温度が適当なものでない場合、スタート値  $\Delta E_{max}$  を求めることは、それを想定すればよい。

$$\Delta E_{max} = 2 \times \lambda \times L$$

(3. 2. 1)

ここで  $L$  はモデルの大きさ、また  $\lambda$  は、各要素から周囲に出る配線数である。ここで、最

小の  $\Delta E_{\min}$  についても概算すると、最小の交換は図 4 に示すように、2 である。

$$\Delta E_{\min} = 2$$

(3. 2. 2)

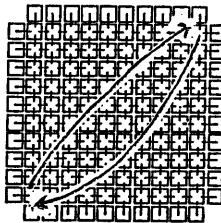


図 3. 最大の  $\Delta E$  を生ずる交換

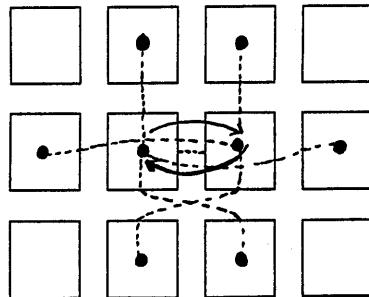


図 4. 最小の  $\Delta E$  を生ずる交換

ところでシミュレート・アニーリング法の判定式 (2. 2) を変形してみると、

$$E \times P(-\Delta E/T) \geq R \quad (3. 2. 3)$$

$$-\Delta E/T \geq \ln(R)$$

$$-\Delta E/\ln(R) \geq T \quad (3. 2. 4)$$

となる。式 (3. 2. 4) の左辺は、図 5. で示すようなグラフになる。  
式 (3. 2. 4) は、 $\Delta E$  が 0 より大きい（新しい状態の評価関数が大きくなる）場合に、受け入れられるための条件である。たとえば、 $\Delta E_{\max}$  を  $1/2$  の確率で受け入れる温度パラメータの値  $T_{\max}$  を (3. 2. 1) と (3. 2. 4) から求めると、

$$\begin{aligned} T_{\max} &= \Delta E_{\max} / \ln(1/2) \\ &= 2 \times \lambda \times L / \ln(0.5) \end{aligned} \quad (3. 2. 5)$$

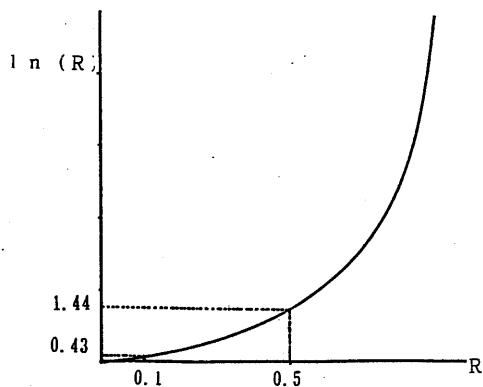


図 5.  $\ln(R)$  のグラフ

この  $T_{max}$  の温度以上は繁雑とした状態と考える。なぜならば、これ以上の温度では値によらず  $1/2$  以上交換が必ず起ることになるからである。これは、物性物理で呼ぶ無秩序状態で、その臨界温度という意味合いで、 $T_{max}$  を擬似相転移温度と呼ぶことにする。また、この  $T_{max}$  をもって関数  $\Theta(\lambda, L)$  を定義する。

$$\Theta(\lambda, L) = T_{max} = 2 \times \lambda \times L \times 1.442 \quad (3.2.6)$$

$5 \times 5$  の場合では、 $T_{max} = 115$ 、 $10 \times 10$  は、 $T_{max} = 231$ 、 $20 \times 20$  は、 $T_{max} = 461$  となるが、各々の交換頻度を調べた図 6 の実験結果と良く一致する。(但し、 $L = L_x + L_y$ )

つぎに、最低温度パラメータ  $T_{end}$  について考察する。これは、最小の改悪値  $\Delta E_{min}$  でも判定条件 (3.2.5) を満足しないような温度パラメータ値を求めればよい。そこで、あらゆる擬似乱数  $R$  について 90% 以上交換が起らない場合を考えると、

$$T_{end} = \Delta E_{min} / \ln(1/9) \\ = 0.86 \quad (3.2.7)$$

この (3.2.7) 式は、モデルのスケールには依存せず、評価関数の性質のみによるものである。 $(\Delta E_{min}$  が、評価関数の性質より決るからである。)  $T_{end}$  と  $T_{max}$  の導人により、処理温度範囲の適性化ができる。

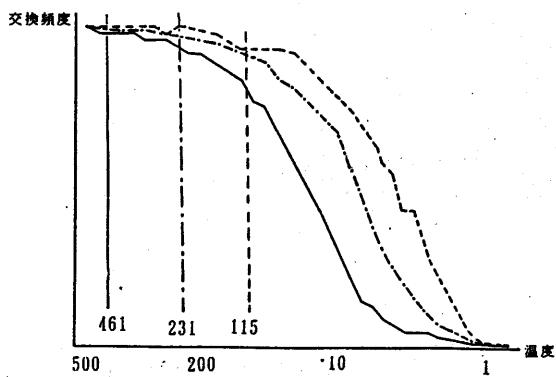


図 6. 交換頻度の温度依存性

### 3. 3 シミュレーテド・アニーリングの振舞 (II) —— 相関距離

シミュレーテド・アニーリング法で、冷却パラメータは、 $0.9 \sim 0.85$  が適当であるとともに、この設定数がシミュレーティングの過程を遅々としたものと、速いアニーリング・デバイスでは、「囲い込み領域」をより小さくするため、通常のシミュレーション法で冷却パラメータを小さく設定すると、急速冷卻による結晶化が容易に進行する。そこでわれわれは、つぎに交換の起る範囲について考察する。交換の良く起る領域は、一般に温度  $T_{\max}$  と、温度  $T$  について以下のような物性物理学的事実がある。(8)

$$\xi \propto (T_{\max} - T)^{-\nu} \quad \nu > 0 \quad (3. 2. 8)$$

ここで  $\xi$  は相関距離、 $\nu$  は臨界係数と呼ぶ。簡単のため  $\nu = 1$  とし、 $T_{\max} \gg T$  とするとき、式 (3. 2. 8) は、

$$\xi \propto (T_{\max} - T)^{-1} \quad \infty \quad T \quad (3. 2. 9)$$

そこで、高速アニーリング・シミュレーション法において、温度に比例するとして領域を設定する。この領域を「囲い込み領域」と呼ぶことにする。

#### 〔囲い込み領域の定義〕

要素点  $(X, Y)$  に対して、 $(X + \alpha T, Y + \alpha T) \sim (X - \alpha T, Y - \alpha T)$  で囲まれた範囲。

図 7 は、各温度に対して交換が起った要素間の距離をプロットしたものである。低温部分において、交換が「良く起る」範囲（相関関係をもつ距離）が、温度に比例して変化することが理解できる。経験的には、 $\alpha$  として 1~2 の値が設定される。

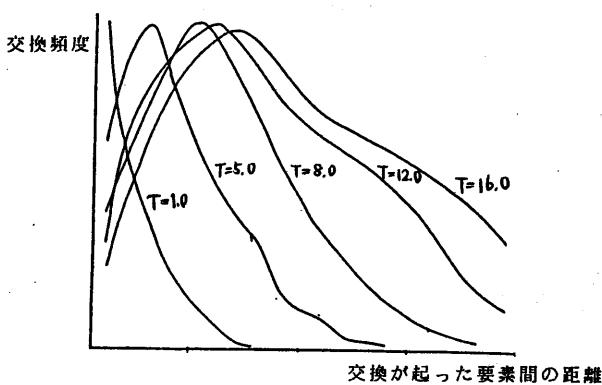


図 7. 交換距離の温度依存性

閉い込み領域内では、交換が良く起るとすると、温度パラメータ  $T$  を急冷却しても、局所最適解に陥りにくい。それは、図 8 のように急冷却でも、局所最適解を擊ち破る可能性が高いからである。

A の要素と B の要素の交換をする場合に中間の要素 C を媒介したとする。すると、

確率	閉い込みあり	閉い込み無
$P(A \rightarrow C)$	$1/n$	$1/N$
$P(A \rightarrow B)$	$1/n$	$1/N$
$P(C \rightarrow B)$	$1/n$	$1/N^3$
$P(A \rightarrow B)$	$1/n^*$	$1/N^3$

ここで  $N$  はモデルの中の全要素数、又  $n$  は閉い込み領域の中の要素数である。一般に  $n$  は  $N$  に比べ小さいので、 $P(A \rightarrow B)$  は「閉い込み領域」を用いたほうが、はるかに大きいつまり温度が低くても、少し離れた要素間の交換がシミュレーション法よりも大きい確率で生じる。従って、局所解に陥りにくい可能性をもつ。高速アニーリング・シミュレーション法では、閉い込み領域の概念を導入する同時に  $T$  パラメータを急冷却する。それは、低温下でも改良が十分大きい確率で起るからで、これによる処理回数の減少は以下のように推定される。

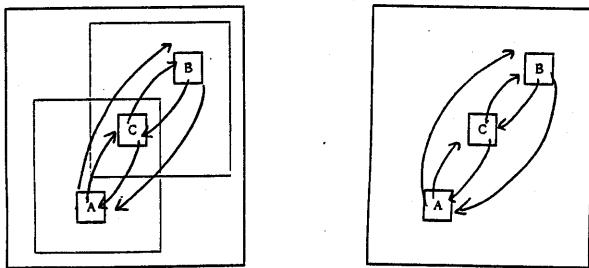


図 8. 急冷却下での交換状況

各温度で同数繰り返すとすれば  $T_{\max}$  から  $T_{\min}$  までの処理回数の比は、 $20 \times 20$  のモデルでは、 $T_{\min} / T_{\max} = 1/1000 = (0.5) = (0.9)$  となり、 $10 : 66$  となり 5 倍以上効率が上がることが期待できる。

#### 4. 結論

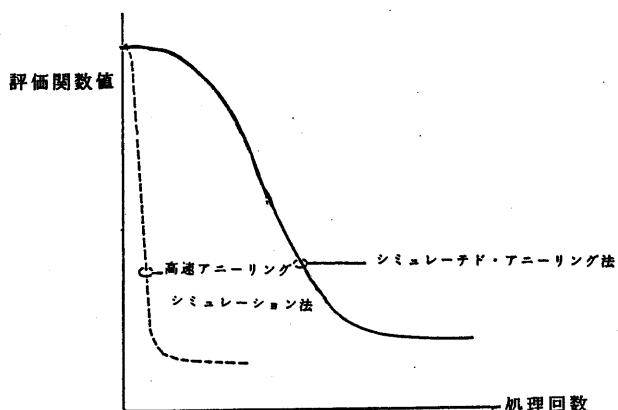


図 9. 高速アニーリング・シミュレーション法の効果

高速アニーリング・シミュレーション法は、シミュレーション法に比べて処理対象となる温度パラメータの限定化により、数倍(2~3倍)、冷却パラメータをより小さく設定したために数倍(5~7倍)高速になることが期待でき、全体として10倍以上の高速化が期待できる。図8に、実験によるその効果を示す。

## 5 謝辞

最後に、本研究をするに当り、小林義和専務取締役、河崎達夫取締役、泉凱洋部長および関係部署の方々から多くの御指導、貴重な助言を頂きました。ここに深く感謝致します。

## 6 参考文献

- (1) S. KIRKPATRIC, C. D. GELATT, JR., M. P. VECCHI; " OPTIMIZATION BY SIMULATED ANNEALING," SCIENCE, VOL. 220, PP671-680, MAY 1983.
- (2) S. KIRKPATRIC, M. P. VECCHI; " GLOBAL WIRING BY SIMULATED ANNALING," IEEE TRANS. ON CAD, VOL. CAD-2, PP215-222, OCTOBER 1983.
- (3) N. METROPOLIS, A. ROSENBLUTH, M. ROSENBLUTH, A. TELLER, and E. TELLER; " EQUATION OF STATE CALCULATIONS BY FAST COMPUTING MACHINE," JOURNAL OF CHEMICAL PHYSICS, VOL. 21, NO. 6, PP1087-1092, JUNE 1953
- (4) C. SECHEN AND A. SANGIOVANI-VINCENTELLI ; " THE TIMBERWOLF PLACEMENT AND ROUTING PACKAGE," JOURNAL OF SOLID-STATE CIRCUIT, VOL. SC-20, PP510-522, APRIL 1985.
- (5) 豊永、光安、渡守武、梶田、秋濃;"スタンダードセルCADシステム STELLA:チップフロアプラン,"電子通信学会技術研究報告,CAS85,PP85-92,1月,1986.
- (6) 豊永、光安、渡守武、梶田、秋濃;"スタンダードセルCADシステム STELLA:高速アニーリングシミュレーション法を用いた配置自動配置プログラム,"電子通信学会技術研究報告,CAS85,PP79-84,1月,1986.