

Walk 共用法と初期値戻り法とによる Random Walk 法の高速化、高精度化

三輪 仁 鈴木 五郎

北九州市立大学情報メディア工学科 〒808-0135 北九州市若松区ひびきの 1-1

E-mail: d7730201@hibikino.ne.jp, suzuki-g@env.kitakyu-u.ac.jp

あらまし random walk 法は、回路を Markov chain に置き換え、統計的計算処理により解を求める手法である。回路解析と異なり、注目している node の電圧、あるいは電流のみを計算することができ、計算処理が極めて簡単である、といった側面を持つ反面、計算回数が膨大になる、また解の収束判定が難しい、という問題が潜在する。これらの欠点を克服するため、3つの手法：random walk 打ち切り判定手法、walk 共用法による高速化手法、および初期値戻り法による過渡解析高速化手法を提案する。walk 共用法を用いた場合、精度を犠牲にすることなしに、1 node あたりの計算回数を約 1/2 前後に低減でき、また、初期値戻り法を用いた場合、容量を含む回路の過渡解析の計算回数を約 1/20 前後に低減できることを実験により確認した。従来 random walk 法を過渡解析に適用すると、全ての node の計算が必要であったが、初期値戻り法により注目 node のみの解析が可能となった。

キーワード Monte Carlo 法, Markov chain, 回路解析, 電源ノイズ解析, random walk 法, SPICE, KCL

Accuracy and Speed Improvement of Random Walk Simulation Using Walk Sharing and Return-to-Start Transient Analysis Technique

Hitoshi MIWA and Goro SUZUKI

Department of Information Science, University of Kitakyushu, 1-1 Hibikino, Wakamatsu-ku, Kitakyushu-shi,
Fukuoka-ken, 808-0135 JAPAN

E-mail: d7730201@hibikino.ne.jp, suzuki-g@env.kitakyu-u.ac.jp

Abstract Random walk is a statistical approach to solve electric circuits using Markov chain Monte Carlo method. Unlike conventional circuit simulation, random walk can compute voltages or currents of only a small portion of the large circuit in very simple computation process. However, required computational repetition number per node is large. It is difficult to judge whether the solution has sufficiently converged. To overcome these difficulties, we propose three techniques; random walk termination decision technique, walk sharing technique and return-to-initial-value technique. Without sacrificing accuracy, the walk sharing technique reduced the computational repetition number by about a half and the return-to-initial-value technique reduced the computational repetition number in a transient analysis of a circuit with capacitors by about 20 times in our experiments. In the transient analysis using conventional random walk, all the nodes in the circuit need to be analyzed even if only one node is to be analyzed. Only one node of interest needs to be analyzed using our return-to-initial-value technique.

Keyword Monte Carlo method, Markov chain, circuit analysis, power grid noise analysis, random walk, SPICE, KCL

1. まえがき

電源ネットのような大規模な回路のノイズ電圧を回路縮約法[1][2][3][4]、や階層的解析法[5]を用いて高速、高精度に解析する試みの手法が近年提案されている。これらは回路解析を基本としているが、まったく違ったアプローチ、つまり Monte Carlo 法[6]で解く random walk 法[7][8][9][10]が存在する。この手法は、(1)回路解析と異なり、注目している node の電圧、あるいは電流のみを計算することができる、(2)計算処理

が極めて簡単、また(3)多端子の扱いが苦手な回路縮約法と比べて、原理上高速化効果に問題はない、という特徴がある。一方、回路解析を用いた解と一致させるには、理論上無限解の乱数を発生させる必要があり、処理時間が膨大になる。この事態を避けるには、乱数発生を有限回で打ち切らなければならないが、解析精度との兼ね合いで、打ち切り判定基準を決定するのが難しい、といった問題がある。本稿では、上述した random walk 法の長所を生かし、短所を克服する3つ

の手法：random walk 打ち切り判定手法，walk 共用法による高速化手法，および初期値戻り法による過渡解析高速化手法を提案する。

2. random walk 従来手法

例えば図 1 の回路に関して図 2 に示すような，確率遷移を表す Markov chain モデルを対応させる．回路の node は Markov chain モデルの node に対応し，node 間の遷移確率は該当 node 前後の素子値で決定する．

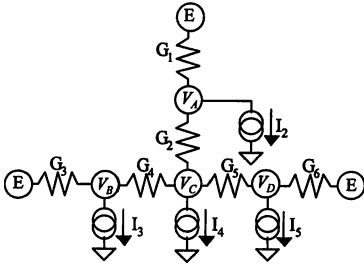


図 1 回路例

Fig.1 Electric circuit example

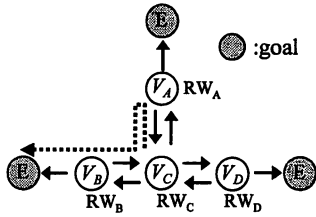


図 2 Markov chain 例

Fig.2 Markov chain example

例えば node A と node C との間のコンダクタンスを G_2 とする．この時，node A から node C への遷移確率 P_{AC} を次式で定義する．

$$P_{AC} = \frac{G_2}{G_1 + G_2} \quad (1)$$

また，各 node の属性として報酬を持たせる．例えば node A の報酬 RW_A は該当 node にぶら下がる電流源の値とコンダクタンスを用いて次式で定義する．

$$RW_A = \frac{I_2}{G_1 + G_2} \quad (2)$$

さらに，回路に与えられている電圧源に対応する node は goal としている．

この Markov chain 上で random walk を行ない，例えば電圧 V_C を次の手順で求める．

walk は node C の報酬 $-RW_C$ を受け取り，node C にお

いて乱数を発生させる．node C の 3 つの枝が持つ遷移確率に従って，遷移先の隣接 node を決定し，同様な操作を繰り返し，図 2 の破線のように node C → A → C → B → goal と遷移したとする．この遷移を 1 walk と呼ぶと，この walk で得られる総報酬 x_C は次式となる．

$$x_C = E - 2RW_C - RW_A - RW_B \quad (3)$$

K 回の walk 操作をしてその平均 $\bar{x}_C = X_S$ を求める．この値を電圧 V_C とする．

3. random walk 打ち切り判定手法

有限回の random walk で精度の良い解析結果を得るため，区間推定法[11]を導入することにした．有限の大きさの標本の平均 e_S から母集団の平均 e_P に関する区間推定を行なう．区間推定を用いると「 $(1-\alpha)$ の確率で信頼区間 Δ 内に e_P が存在する」と表現される．

(S1) M 個のデータ $X_S^1, X_S^2, \dots, X_S^M$ を求める．ここで一個のデータは K 個の walk 報酬の平均値であり， X_S 一個を取得する処理を以下 1trip と呼ぶことにする．図 3 参照．

(S2) 上記 M 個のデータの平均 e_S を求める．

$$e_S = \frac{\sum_{i=1}^M X_S^i}{M} \quad (4)$$

(S3) 目標信頼区間 Δ を設定し，式(5)のように trip 数 M およびその時点での標準偏差 σ_S で決定される信頼区間 δ が目標信頼区間 Δ より小さくなった否かを判定する．

$$\delta = \beta \frac{\sigma_S}{\sqrt{\chi(M, \alpha)}} \quad (5)$$

β は，例えば信頼水準 95% ならば 1.96 と決まる定数である． $\chi(M, \alpha)$ は，例えば信頼水準を $1-\alpha=95\%$ と選んだ場合，自由度 $M-1$ の χ^2 乗分布の下側確率 2.5% に対応する値である． $\delta > \Delta$ であれば，(S1)に戻り，追加で ΔM 個の X_S を取得し， $M + \Delta M$ を新しい M とし，(S2),(S3)を繰り返す． $\delta \leq \Delta$ であれば，walk を終了し，(S4)に進む．

(S4) e_S を求める値とする．

ここで，上記(S1)～(S3)のループ 1 回を，1 トライアルと呼ぶ． ΔM の大きさを調整することで，(S2)～(S3)の処理の頻度を調整でき，過度に頻繁な終了判定で CPU 時間を浪費することを回避している．

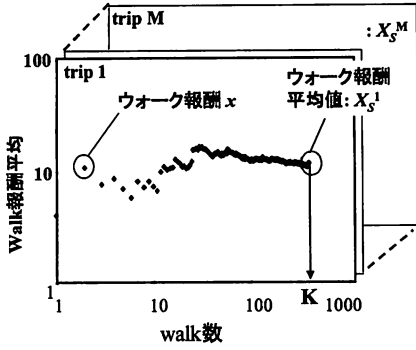


図3 random walk 解析結果例
Fig.3 Random walk result example

4. walk 共用法による高速化手法

4.1 walk 共用法による計算時間の削減

第2章の例のように $C \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow \text{goal}$ と進んだとする。この時の node C の walk 報酬 x_C は、式(3)であったが、同時に、この walk は、node A から出発した walk と見做すことができ、そのときの walk 報酬 x_A は、

$$x_A = E - RW_C - RW_A - RW_B = x_C + RW_C \quad (6)$$

であり、既知の x_C と RW_C とから計算することができ、A を出発する新たな walk を実行するより大幅に計算量を減らすことが可能となる。

4.2 walk 共用の手順

図4に、walk 共用のフローを示す。左から右にトライアルが進み、上下の段は、隣接する解析対象 node C および A を示す。各点のピークは、データ X_S の度数分布を模式的に表す。

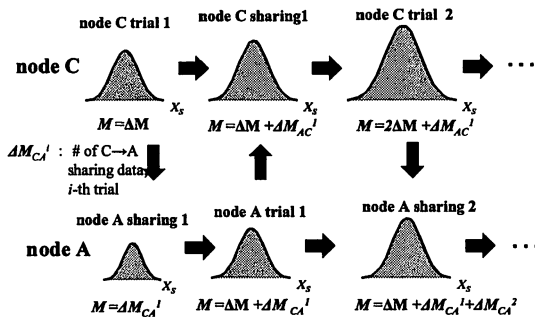


図4 walk 共用フロー
Fig.4 Walk sharing

(S1) node C から ΔM 個のデータを取得するトライアル 1 を実行する。隣接 node A に最初に行なった

walk 報酬を式 (6)に従い計算し、K 個集め、node A の X_S を 1 個得る。

(S2) 集まった node A の ΔM_{CA}^1 個の X_S を使い、 e_S と σ_S とを計算する。

(S3) node A から ΔM 個のデータ X_S を取得するトライアル 1 を実行する。node A が得た ΔM 個の新たな X_S と(S2)で得た e_S と σ_S とで、新たな e_S と σ_S とを計算する。node C は ΔM_{AC}^1 個の X_S を獲得する。

(S4) 集まった node C の ΔM_{AC}^1 個の X_S と(S1)で得た e_S と σ_S とで、新たな e_S と σ_S とを計算する。node A, C どちらかの打ち切り判定が下されると、そのノードの trial も共用も終了する。

(S1)で、node C は node A 以外に隣接 node を持ってもよく、そのような node k は ΔM_{Ck}^1 個の標本を受け取る。また、(S1)で、隣接 node のさらに次の隣接 node についても、同様に random walk の結果を計算で得ることができる。何ステップ目の隣まで含めるかは、インプリメンテーションの複雑さとのトレードオフで決めればよく、本研究ではひとつ隣のみを含めた。

4.3 walk 共用法による精度向上

従来のように隣接 node A を goal と見做し、walk を止めた場合この時に得られる walk 報酬は、

$$x_C = RW_C + e_{S,A} = RW_C + (e_{P,A} + \Delta e_{S,A}) \quad (7)$$

ここで、 $e_{S,A}$ は、node A の観測値、 $e_{P,A}$ は、node A の真の値、 $\Delta e_{S,A}$ は真の値に対する観測値の誤差である。この時、node C の観測値 $e_{S,C}$ には、固定的な誤差 Δe_{CA} が生じる。

$$\Delta e_{CA} = \frac{N_{CA}}{K} \Delta e_{S,A} \approx P_{CA} \Delta e_{S,A} \quad (8)$$

ここで、 K は $e_{S,C}$ を得るのに実行した walk 数、 N_{CA} は node C から A への遷移回数を表す。係数 N_{CA}/K は、 K を大きくしても P_{CA} に近づくほぼ一定の値であり、いくら K を大きくしても小さくできない。一方、本稿の方法では、隣接 node A を goal と見做すことはせず、walk を続行する。walk 数を増やすに従って大数の法則に従い、真の値に近づくので、上記のような問題はない。

5. 初期値戻り法による過渡解析高速化手法

5.1 初期値戻り法の考え方

図5は、デカップル容量を持つ回路の例である。いま、node 2 の電位 V_2 を解析する。従来手法[10]によるマルコフチェーンモデルを図6に示す。本章において、全ての変数、node 名の右肩の添え字 n は、解析時刻 $t=0$,

1, ..., n, ...とした時の n 番目の時刻を表す。従来は、電源である E_1, E_4 を goal とする以外に、予め 1 時刻前の全ての値、 V_2^{n-1} や V_3^{n-1} を求めておき、それを goal としていた。

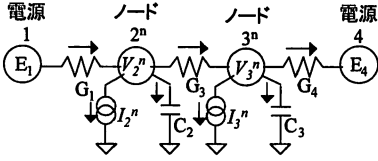


図 5 回路例

Fig.5 Electric circuit example

この方法では、「回路解析と異なり、注目している node の電圧、あるいは電流のみを計算することができる」という random walk 法の大きな長所が生かせない。そこで、random walk 法を時間軸まで拡張し、各 node の初期値を goal にすることで、この問題を解決した。今回提案のモデルを図 7 に示す。 V_2^{n-1} や V_3^{n-1} を予め求めておくことはせず、node 2^{n-1} や 3^{n-1} から random walk を続行する。そして、 $t=0$ の時の電位 V_2^0 や V_3^0 を持った node 2^0 および 3^0 を goal とするのである。これを初期値戻り法と呼ぶ。派生的に次の効果も生じる。

電位初期値 V_2^0 や V_3^0 は誤差を含まないので、従来手法のように V_2^{n-1} の誤差の影響を受けずにすむ。

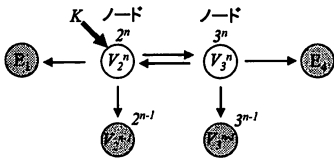


図 6 従来のモデル

Fig.6 Conventional model

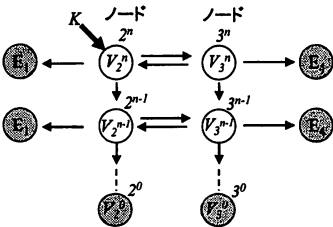


図 7 提案するモデル

Fig.7 Proposed model

5.2 初期値戻り法の証明

回路方程式から求めた過渡解析理論値と初期値戻り法で求めた値とが一致することを証明する。図 8 は、

$t=1$ の場合の Markov chain を表し、また N_{ij} は node i から node j に遷移した回数を表す。

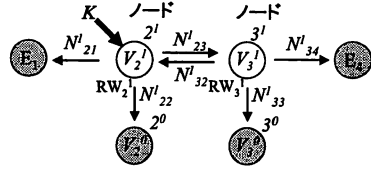


図 8 Markov chain (t=1)

Fig.8 Markov chain (t=1)

以下では、node 2 に関して証明するが、一般性は失われない。

[命題 1] 過渡解析時刻 $t=1$ において、Monte Carlo 法を用いた解は回路方程式からの理論解と一致する

(証明)

I) 回路方程式からの理論解

図 5 の回路 node 2 において、KCL より差分表記すると過渡解析時刻 $t=1$ では下記が成立する。

$$G_1(E_1 - V_2^1) = I_2^1 + \frac{V_2^1 - V_2^0}{\Delta t} C_2 + G_3(V_2^1 - V_3^1) \quad (9)$$

$$V_2^1 = \frac{G_1}{G_1 + G_3 + \frac{C_2}{\Delta t}} E_1 + \frac{G_3}{G_1 + G_3 + \frac{C_2}{\Delta t}} V_3^1 + \frac{\frac{C_2}{\Delta t}}{G_1 + G_3 + \frac{C_2}{\Delta t}} V_2^0 - \frac{I_2^1}{G_1 + G_3 + \frac{C_2}{\Delta t}} \quad (10)$$

ここで、

$$P_{21}^1 = \frac{G_1}{G_1 + G_3 + \frac{C_2}{\Delta t}}, \quad P_{23}^1 = \frac{G_3}{G_1 + G_3 + \frac{C_2}{\Delta t}}, \quad P_{22}^1 = \frac{\frac{C_2}{\Delta t}}{G_1 + G_3 + \frac{C_2}{\Delta t}}, \quad RW_2^1 = \frac{I_2^1}{G_1 + G_3 + \frac{C_2}{\Delta t}} \quad (11)$$

とおいて、式(10)を書き直すと、

$$V_2^1 = P_{21}^1 E_1 + P_{23}^1 V_3^1 + P_{22}^1 V_2^0 - RW_2^1 \quad (12)$$

node 3 に関して、式(11)と同様に P および RW を定義する。

$$V_3^1 = \frac{G_3}{G_3 + G_4 + \frac{C_3}{\Delta t}} V_2^1 + \frac{G_4}{G_3 + G_4 + \frac{C_3}{\Delta t}} E_4 + \frac{\frac{C_3}{\Delta t}}{G_3 + G_4 + \frac{C_3}{\Delta t}} V_3^0 - \frac{I_3^1}{G_3 + G_4 + \frac{C_3}{\Delta t}} \quad (13)$$

$$= P_{32}^1 V_2^1 + P_{34}^1 E_4 + P_{33}^1 V_3^0 - RW_3^1$$

式(12)(13)より

$$V_2^1 = \frac{1}{1 - P_{23}^1 P_{32}^1} (P_{21}^1 E_1 + P_{22}^1 V_2^0 + P_{23}^1 P_{33}^1 V_3^0 + P_{23}^1 P_{34}^1 E_4 - RW_2^1 - P_{23}^1 RW_3^1) \quad (14)$$

式(11), (13)で定めた P および RW を, 図 8 のマルコフチェーンにおける遷移確率および報酬とする。

II) Monte Carlo 法を用いた解

Monte Carlo 法を用いた場合, 以下を解とする。

$$V_2^1 = \frac{1}{K} (N_{21}^1 E_1 + N_{22}^1 V_2^0 + N_{23}^1 V_3^0 + N_{24}^1 E_4 - (K + N_{23}^1) RW_2^1 - N_{23}^1 RW_3^1) \quad (15)$$

ここで, $K = \infty$ の時, 以下が成立する。

$$\begin{aligned} P_{21}^1 &= \frac{N_{21}^1}{K + N_{23}^1}, & P_{22}^1 &= \frac{N_{22}^1}{K + N_{23}^1}, & P_{23}^1 &= \frac{N_{23}^1}{K + N_{23}^1}, \\ P_{32}^1 &= \frac{N_{32}^1}{N_{23}^1}, & P_{33}^1 &= \frac{N_{33}^1}{N_{23}^1}, & P_{34}^1 &= \frac{N_{34}^1}{N_{23}^1} \end{aligned} \quad (16)$$

III) 式(14)と式(15)との係数比較

式(14)の E_1 の係数を (16)を用いて表現すると

$$\frac{P_{21}^1}{1 - P_{23}^1 P_{32}^1} = \frac{\frac{N_{21}^1}{K + N_{23}^1}}{1 - \frac{N_{23}^1}{K + N_{23}^1} \frac{N_{32}^1}{N_{23}^1}} = \frac{N_{21}^1}{K} \quad (17)$$

同様に $V_2^0, V_3^0, E_4, RW_2^1, RW_3^1$ の各係数は下記となる。

$$\begin{aligned} \frac{P_{22}^1}{1 - P_{23}^1 P_{32}^1} &= \frac{N_{22}^1}{K}, & \frac{P_{23}^1 P_{33}^1}{1 - P_{23}^1 P_{32}^1} &= \frac{N_{33}^1}{K}, \\ \frac{P_{23}^1 P_{34}^1}{1 - P_{23}^1 P_{32}^1} &= \frac{N_{34}^1}{K}, & \frac{-1}{1 - P_{23}^1 P_{32}^1} &= -\frac{K + N_{23}^1}{K}, & \frac{-P_{23}^1}{1 - P_{23}^1 P_{32}^1} &= -\frac{N_{23}^1}{K} \end{aligned}$$

従って, $K = \infty$ の時, 式(14)と式(15)の全ての係数は一致する。つまり, Monte Carlo 法を用いた解は回路方程式からの理論解と一致する。(証明終り)

図 9 は, $t=2$ の場合の Markov chain を表す。

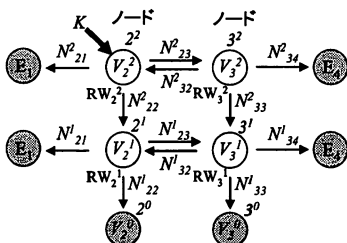


図 9 Markov chain($t=2$)

Fig.9 Markov chain ($t=2$)

[命題 2] 過渡解析時刻 $t=2$ において, Monte Carlo

法を用いた解は回路方程式からの理論解と一致する

(証明)

I) 回路方程式からの理論解

図 5 の回路 node 2 において, KCL より差分表記すると過渡解析時刻 $t=2$ では下記が成立する。

$$\begin{aligned} V_2^2 &= P_{21}^2 E_1 + P_{23}^2 V_3^2 + P_{22}^2 V_2^1 - RW_2^2 \\ V_3^2 &= P_{32}^2 V_2^2 + P_{34}^2 E_4 + P_{33}^2 V_3^1 - RW_3^2 \\ V_2^1 &= P_{21}^1 E_1 + P_{23}^1 V_3^1 + P_{22}^1 V_2^0 - RW_2^1 \\ V_3^1 &= P_{32}^1 V_2^1 + P_{34}^1 E_4 + P_{33}^1 V_3^0 - RW_3^1 \end{aligned} \quad (18)$$

V_2^2 は下式(19)に記すように, 電源電圧と初期電圧と各 node の報酬の多項式で表される。 $\alpha_1 \sim \alpha_4, \beta_1 \sim \beta_4$ は式 (18)から導出される係数である。

$$V_2^2 = \alpha_1 E_1 + \alpha_2 V_2^0 + \alpha_3 V_3^0 + \alpha_4 E_4 - \beta_1 RW_2^2 - \beta_2 RW_3^2 - \beta_3 RW_2^1 - \beta_4 RW_3^1 \quad (19)$$

II) Monte Carlo 法を用いた解

$$V_2^2 = \frac{1}{K} \{ (N_{21}^2 + N_{21}^1) E_1 + N_{22}^2 V_2^0 + N_{23}^2 V_3^0 + (N_{34}^2 + N_{34}^1) E_4 - (K + N_{23}^2) RW_2^2 - N_{23}^2 RW_3^2 - (N_{22}^2 + N_{22}^1) RW_2^1 - (N_{23}^2 + N_{23}^1) RW_3^1 \} \quad (20)$$

ここで, $K = \infty$ の時, 以下が成立する。

$$\begin{aligned} P_{21}^2 &= \frac{N_{21}^2}{K + N_{23}^2}, & P_{22}^2 &= \frac{N_{22}^2}{K + N_{23}^2}, & P_{23}^2 &= \frac{N_{23}^2}{K + N_{23}^2}, \\ P_{32}^2 &= \frac{N_{32}^2}{N_{23}^2}, & P_{33}^2 &= \frac{N_{33}^2}{N_{23}^2}, & P_{34}^2 &= \frac{N_{34}^2}{N_{23}^2}, \\ P_{21}^1 &= \frac{N_{21}^1}{N_{22}^2 + N_{22}^1}, & P_{22}^1 &= \frac{N_{22}^1}{N_{22}^2 + N_{22}^1}, & P_{23}^1 &= \frac{N_{23}^1}{N_{22}^2 + N_{22}^1}, \\ P_{32}^1 &= \frac{N_{32}^1}{N_{23}^2 + N_{23}^1}, & P_{33}^1 &= \frac{N_{33}^1}{N_{23}^2 + N_{23}^1}, & P_{34}^1 &= \frac{N_{34}^1}{N_{23}^2 + N_{23}^1}, \end{aligned} \quad (21)$$

III) 式(19)と式(20)との係数比較

式(19)の $\alpha_1 \sim \alpha_4, \beta_1 \sim \beta_4$ は, (21)を用いて, 式(20)の $E_1, V_2^0, V_3^0, E_4, RW_2^2, RW_3^2, RW_2^1, RW_3^1$ の係数と一致する。(証明終り)

同様に, 過渡解析時刻 $t=3, 4, \dots, n, \dots$ の場合も Monte Carlo 法を用いた解は回路方程式からの理論解と一致することが証明できる。

ここで, many core を利用した並列処理に関する考察を行なう。core ごとに node を割り当て, 値を計算する。1 時刻前の全 node の値を求める必要があった従来手法では, core 間の通信が頻発し, 通信ネックになる恐れがある。一方初期値戻り法では全 node の初期値だけが分かればよく, core 間の通信が必要なくなることから各 node の値計算が独立に行なえ, 並列処理が容易に行なえることが期待できる。

また初期値を利用することで、各 node の解析精度を向上させる効果も派生する。

6. 評価結果

6.1 random walk 打ち切り判定法の評価

回路例として、図 10 に示すような熱回路の random walk 解析を試みた。因みに、熱回路は[12]で報告されているように、回路と全く同じ手法で解析できる。電子回路の電流源に相当する熱源は図 11 のような分布を持つ。

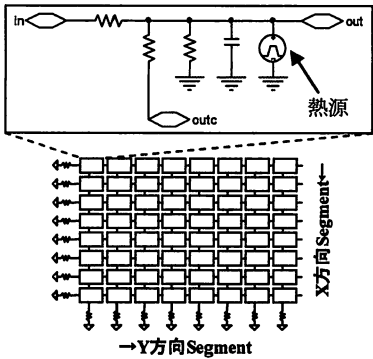


図 10 熱回路例
Fig.10 Thermal circuit example

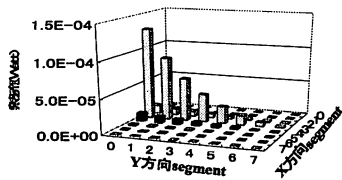


図 11 熱源分布
Fig.11 Thermal current distribution

random walk で求めた各 segment の温度を図 12(a)に、SPICE 解析値との Error を図 12(b)に示す。Error を、下式で定義する。

$$\text{Error} = \text{SPICE解析値} - \text{random walk解析値} \tag{22}$$

目標信頼区間つまり目標誤差を $\Delta=0.2^{\circ}\text{C}$ に設定した結果、目標内の node 数が 64node 中 62node、つまり 97% の node が目標誤差内であり、打ち切り判定法で意図した、「95%の確率で信頼区間 Δ 内に e_p が存在する」という狙い通りの妥当な結果が得られた。また、図 13(a)に、打ち切り判定法を使った時の目標誤差に達するまでの trip 数を示す。目標誤差 $\Delta=0.2^{\circ}\text{C}$ を達成するのに、

打ち切り判定法を使えば、8380 trip で得られた。打ち切り判定法を使わなければ、全 node で、最大の trip 数を費やすことになり、少なくとも 27900 trip 必要である。打ち切り判定法により、約 3 倍の高速化効果が得られた。

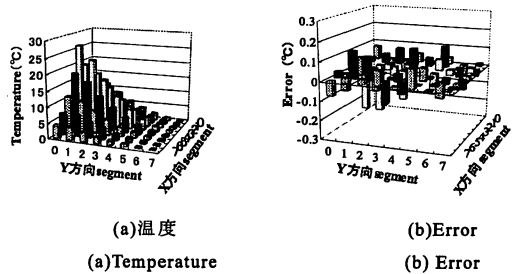


図 12 random walk 解析結果
Fig.12 Random walk analysis result

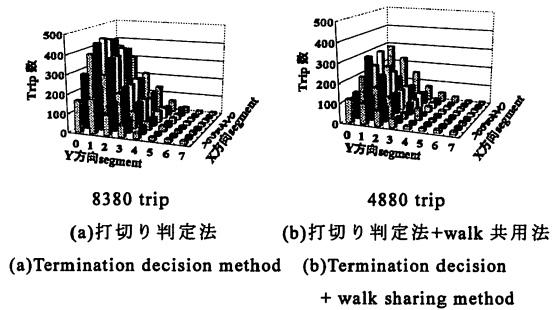


図 13 所要 trip 数比較
Fig.13 Required number of trips comparison

6.2 walk 共用法の評価

つぎに、walk 共用法の効果について、図 13 に示す。図 13(a)は walk 共用をしない場合、図 13(b)はした場合の、目標誤差に達するまでの trip 数を示す。同じ目標誤差に対し、図 13(a)は合計 8380trip に比べて図 13(b)は 4880 trip と約 1.8 倍の高速化ができた。また、今回、スタート点の node と、1 ステップ目の node とで walk を共有したが、それに加えて 2 ステップ目、3 ステップ目、...と walk を共有する node を増やしていけば、プログラムが複雑になるが、この効果はさらに向上する余地がある。

つぎに、誤差の比較を行なう。比較は、隣接 node を goal にする手法[10]と、本稿の walk を共用する方法とで行なった。その結果を表 1 に示す。表中の誤差を下式で定義する。

$$\text{誤差} = \frac{\text{SPICE解析値} - \text{random walk解析値}}{\text{SPICE解析値}} \times 100 (\%) \tag{23}$$

表 1 誤差比較

Table 1 Error comparison

比較項目	目標誤差	従来法	Walk 共用法
誤差 の平均	$\Delta=0.1^{\circ}\text{C}$	2.6%	1.9%
	$\Delta=0.2^{\circ}\text{C}$	3.5%	2.5%
	$\Delta=0.4^{\circ}\text{C}$	4.8%	3.1%
誤差の平均	$\Delta=0.1^{\circ}\text{C}$	-1.6%	-0.2%
	$\Delta=0.2^{\circ}\text{C}$	-3.1%	-0.2%
	$\Delta=0.4^{\circ}\text{C}$	-3.7%	0.7%
Trip数	$\Delta=0.1^{\circ}\text{C}$	24075	14942
	$\Delta=0.2^{\circ}\text{C}$	6795	4142
	$\Delta=0.4^{\circ}\text{C}$	2310	1442

従来手法と比べて、walk 共有法は同じ目標誤差 Δ で比べて、より小さな|誤差|の平均値を得ることができた。また、誤差の平均を見ると、従来方法では、常に負の値を示しており、固定的な負のバイアスが生じていることが伺えるが、walk 共有法にはそのような問題は伺えない。

6.3 初期値戻り法の評価

図 14 に示すような電源ネット配線回路のノイズ解析を行なった。4 隅に外部供給端子を持ち、抵抗、デカップル容量を持ち、各 node に電源ノイズの原因となる論理ゲートを模した電流源を配置した。

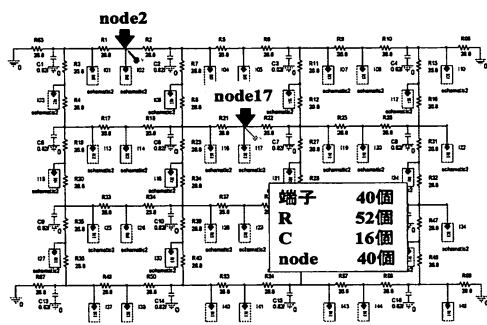


図 14 電源ネット回路例

Fig.14 Power grid circuit example

上記回路例の node 17 及び 2 のノイズ電圧を、SPICE と random walk を用いて解析した。その結果を入力電流とともに図 15 に示す。random walk 解析の目標誤差を $\Delta=0.1\text{mV}$ に設定した結果、SPICE と比べて、平均誤差 0.03mV 、最大誤差 0.11mV であった。最大誤差は小幅に目標を超過しているが、確率的な変動であり、狙い通りの妥当な結果と思われる。

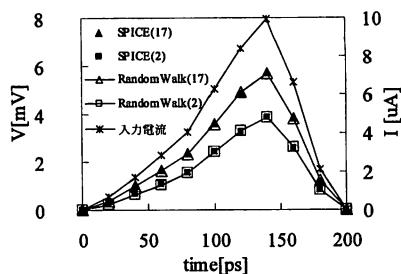


図 15 電源ネット回路解析結果比較

Fig.15 Power grid circuit analysis result comparison

次に、表 2 に従来方法(1 時刻戻り)と初期値戻り法とを比較する。まず、解析誤差では、従来方法より小さな誤差を達成できた。初期値戻り法の方が、誤差を含まない初期値を用いていることの効果と考えられる。また、解析時間については、初期値戻り法が、従来方法の約 1/21 のステップ数で解析を終了できた。これは、従来方法では、所望の解析時刻より 1 時刻前の、デカップル容量を持つ 16node 全ての解析が必要なのに対し、初期値戻り法では、注目 node のみの解析で済むからである。また、従来方法では、1 時刻前の解析値を求めるために、結局 $t=0$ から全解析時刻で解析が必要であるが、初期値戻り法では、所望の時刻のみでの解析しか必要でない。表 2 の比較では、従来方法も、初期値戻り法も、同数の時刻を解析した時のステップ数であるが、所望の時刻のみの解析であれば、高速化効果はさらに拡大する。

表 2 解析誤差、所要ステップ数比較

Table 2 Comparisons of analysis error and required step ratio

		1時刻 戻り	初期値 戻り
解析 誤差[%]	平均	0.96	0.69
	最大	3.58	2.25
解析ステップ比		1.000	0.047

7 むすび

random walk 法の欠点を克服するため、3 つの手法：random walk 打ち切り判定手法、walk 共有法による高速化手法、および初期値戻り法による過渡解析高速化手法の提案を行ない、その有用性を検証した。walk 共有法を用いた場合、精度を犠牲にすることなしに、1 node あたりの計算回数を約 1/2 前後に低減でき、また、初期値戻り法を用いた場合、容量を含む回路の過渡解析の計算回数を約 1/20 前後に低減できることを実験により確認した。初期値戻り法により、過渡解析にお

いても、注目 node のみの解析が可能となった。

電磁界解析，信号解析への応用，能動素子を含んだ回路解析への応用や，並列処理の検討が今後の課題である。

謝辞 本研究推進に当たり支援いただいた，㈱半導体理工学研究センタ STARC に感謝する。

文 献

- [1] Pu Liu, S. Tan, H. Li, Z. Qi, J. Kong, B. McGaughy, L. He, "An Efficient Method for Terminal Reduction of Interconnect Circuits Considering Delay Variations," *Digest of Technical Papers, IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design*, pp. 821-826, 2005.
- [2] P. Feldmann and F. Liu, "Sparse and efficient reduced order modeling of linear subcircuits with large number of terminals," *Digest of Technical Papers, IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design*, pp. 88-92, 2004.
- [3] 鈴木五郎，佐伯晃輔，"MOR 法の電源ノイズ解析システムへの適用"，電子情報通信学会論文誌 A Vol.J19-A, No. 6, pp.695-698, 2008
- [4] 堀 和輝，鈴木 五郎，"特異値分解を用いた回路端子 reduction"，信学総大，A-1-33, 2008.
- [5] A. Dharchoudhury, R. Panda, D. Blaauw, R. Vaidyanathan, B. Tutuianu, and D. Bearden, "Design and analysis of power distribution networks in PowerPC microprocessors," *Proceedings of the Design Automation Conference*, pp. 738-743, 1998
- [6] 三根 久，"モンテカルロ法・シミュレーション"，コロナ社，1994.
- [7] P. G. Doyle and J. L. Snell, "Random walks and electric networks", Mathematical Assn of Amer, 1984.
- [8] Stanley J. Farlow, "Partial Differential Equations for Scientists and Engineers," Dover Publications, pp. 346-352, 1993.
- [9] R.M.Bevensee, "Probabilistic Potential Theory Applied to Electrical Engineering Problem," *PRCEEDINGS OF THE IEEE*, vol. 61, no. 4, pp 423-437, Apr. 1999.
- [10] H. Qian, S. R. Nassif, and S. S. Sapatnekar, "Power grid analysis using random walks," *IEEE Transactions on Computer-Aided Design*, vol. 24, pp. 1204-1224, Aug. 2005.
- [11] 打波 守，"統計入門"，培風館，pp. 104-150, 2004.
- [12] T. Chiang, K. Banerjee and K. C. Saraswat, "Compact Modeling and SPICE-Based Simulation for Electrothermal Analysis of Multilevel ULSI Interconnections," *Digest of Technical Papers, IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design*, pp. 165-173, 2001.