計算機アーキテクチャ　63－10
（1986・11・20）

時間遅延を含む線形時不変システムの一非干渉化法

A Decoupling Method for the Linear Time-Invariant System with Time Delays

川上　篤
Atsushi KAWAKAMI
金沢工業大学　電子工学科
Kanazawa Institute of Technology

1. はしがき

システムの非干渉化とは，対象とするシステムに状態フィードバック又は出力フィードバックを施して，そのシステムの伝達関数行列を正則な対角行列にすることである。つまり，システムの入力と出力を一対一に対応させるわけである。この非干渉化理論は，ターボプロップやボイラーの制御を容易にするために生まれた実際的な理論で1960年代以降，多くの研究がなされている[1]～[3]。

本文では，時間遅延を含む線形時不変システムを非干渉化する一方法を提案する。与えられたシステムに，遅延素子を含む動的フィードバック，動的フィードフォワードを施して非干渉化する。その際，この動的フィードバック，動的フィードフォワードを，遅延演算子を変数とする伝達関数行列と見なして状態空間法によって実現し，線形動的システムとして施すという方法をとる。このとき，動的フィードバック，動的フィードフォワードを実現するのに要する遅延器の個数を解析する。

このような時間遅延を含む多変数制御システムの非干渉化問題に対する考察は，文献(4)でも報告されているが，本文で提案する方法を用いると，文献(4)の方法と比較して，非干渉化に要する遅延器の個数は大幅に低減される。

更に，本文で提案する方法の有効性を立証するために，適用例も示す。

2. 時間遅延を含むシステムの非干渉化法

次式の形で表現される，時間遅延を含む時不変線形システムを考える。

$$\begin{cases} \dot{\mathbb{x}}(t) = \left\{\sum_{k=0}^{p} \mathbb{A}_k \nabla^k\right\}\mathbb{x}(t) + \left\{\sum_{k=0}^{q} \mathbb{B}_k \nabla^k\right\}\mathbb{u}(t) \\ \mathbb{y}(t) = \left\{\sum_{k=0}^{r} \mathbb{C}_k \nabla^k\right\}\mathbb{x}(t) + \left\{\sum_{k=0}^{w} \mathbb{D}_k \nabla^k\right\}\mathbb{u}(t) \end{cases} \qquad (1)$$

ここで，$\mathbb{x}(t) \in \mathbb{R}_n$，$\mathbb{u}(t)$，$\mathbb{y}(t) \in \mathbb{R}_m$で，$\mathbb{A}_k$，$\mathbb{B}_k$，$\mathbb{C}_k$，$\mathbb{D}_k$ ($k = 0, 1, \cdots$)はそれぞれ$n \times n$，$n \times m$，$m \times n$，$m \times m$の実定数行列である。

本文では，入力数と出力数が等しいシステムのみを対象とする。

そして，∇^kは遅れ時間をσとすると

$$\nabla^k f(t) = f(t - k\sigma) \quad \sigma \in \mathbb{R} \qquad (2)$$

で定義される線形遅延演算子である。

簡単化のため，線形行列型演算子を使い，

$$\mathbb{A}(\nabla) = \sum_{k=0}^{p} \mathbb{A}_k \nabla^k \quad \mathbb{B}(\nabla) = \sum_{k=0}^{q} \mathbb{B}_k \nabla^k$$
$$\mathbb{C}(\nabla) = \sum_{k=0}^{r} \mathbb{C}_k \nabla^k \quad \mathbb{D}(\nabla) = \sum_{k=0}^{w} \mathbb{D}_k \nabla^k \qquad (3)$$

と表わすとすると，式(1)のシステムは次式のように表現される。

$$\begin{cases} \dot{\mathbb{x}}(t) = \mathbb{A}(\nabla)\mathbb{x}(t) + \mathbb{B}(\nabla)\mathbb{u}(t) \\ \mathbb{y}(t) = \mathbb{C}(\nabla)\mathbb{x}(t) + \mathbb{D}(\nabla)\mathbb{u}(t) \end{cases} \qquad (4)$$

問題とする非干渉化とは，式(4)のシステムに係数行列の各要素が∇を含む動的フィードバック

$$\mathbb{u}(t) = \mathbb{F}(\nabla)\mathbb{x}(t) + \mathbb{G}(\nabla)\mathbb{v}(t) \qquad (5)$$

と動的フィードフォワード

$$\mathbb{y}(t) = \mathbb{z}(t) + \mathbb{P}(\nabla)\mathbb{x}(t) + \mathbb{H}(\nabla)\mathbb{v}(t) \qquad (6)$$

を施して

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t)=\{\mathbb{A}(\nabla)+\mathbb{B}(\nabla)\mathbb{F}(\nabla)\}\mathbf{x}(t)+\mathbb{B}(\nabla)\mathbb{G}(\nabla)\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t)=\{\mathbb{C}(\nabla)+\mathbb{D}(\nabla)\mathbb{F}(\nabla)\}\mathbf{x}(t)+\mathbb{D}(\nabla)\mathbb{G}(\nabla)\mathbf{u}(t) \end{cases} \tag{7}$$

として，式(7)のシステムの伝達関数行列

$$\mathbb{F}(s,\nabla)=\{\mathbb{C}(\nabla)+\mathbb{D}(\nabla)\mathbb{F}(\nabla)\}\{s\mathbb{I}_n-\mathbb{A}(\nabla)-\mathbb{B}(\nabla)\mathbb{F}(\nabla)\}^{-1}\cdot\mathbb{B}(\nabla)\mathbb{G}(\nabla)+\mathbb{D}(\nabla)\mathbb{G}(\nabla)$$

を

$$\mathbb{F}(s,\nabla)=diag\{g_1(s,\nabla)/f_1(s,\nabla)\cdots\cdots g_m(s,\nabla)/f_m(s,\nabla)\} \tag{9}$$

($f_i(s,\nabla)$, $g_i(s,\nabla)$ ($i=1,2,\cdots,m$)は s と∇の混合した多項式)

のような正則な対角行列にすることにより，i番目の入力$u_i(t)$はi番目の出力$y_i(t)$だけにしか影響を及ぼさない。つまり入出力を一対一対応させる制御をいう。

〔定理1〕[1]

式(4)のシステムに対して，それを非干渉化する式(5)の動的フィードバックと式(6)の動的フィードフォワードが存在する必要十分条件は

$$\mathbb{B}^*(\nabla)=\begin{bmatrix}\mathbb{C}_1(\nabla)\mathbb{A}^{d_1}(\nabla)\mathbb{B}(\nabla)\\ \vdots \\ \mathbb{C}_m(\nabla)\mathbb{A}^{d_m}(\nabla)\mathbb{B}(\nabla)\end{bmatrix} \tag{10}$$

なる行列が正則であることである。ここで$\mathbb{C}_i(\nabla)$ ($i=1,2,\cdots,m$)は式(4)の$\mathbb{C}(\nabla)$の第i行で，d_i ($i=1,2,\cdots,m$)は

$$d_i=\begin{cases} \min\{j:\ \mathbb{C}_i(\nabla)\mathbb{A}^j(\nabla)\mathbb{B}(\nabla)\neq 0 \\ \qquad\qquad j=0,1,\cdots,n-1\} \\ n-1:\ \mathbb{C}_i(\nabla)\mathbb{A}^j(\nabla)\mathbb{B}(\nabla)=0 \quad \forall j \end{cases} \tag{11}$$

で非干渉化指数と呼ばれる。

〔定理2〕[1]

式(10)の$\mathbb{B}^*(\nabla)$が正則であれば，次式の$\mathbb{Q}_i[\mathbb{F}(\nabla)]$

$$\mathbb{Q}_i[\mathbb{F}(\nabla)]=\begin{bmatrix}\mathbb{C}_i(\nabla)[\mathbb{A}(\nabla)+\mathbb{B}(\nabla)\mathbb{F}(\nabla)]^{n-1}\mathbb{B}(\nabla)\\ \vdots \\ \mathbb{C}_i(\nabla)[\mathbb{A}(\nabla)+\mathbb{B}(\nabla)\mathbb{F}(\nabla)]^{d_i}\mathbb{B}(\nabla)\\ 0\end{bmatrix} \tag{12}$$

$$(i=1,2,\cdots,m)$$

に対して

$$rank\,\mathbb{Q}_i[\mathbb{F}(\nabla)]=1 \quad \forall i \tag{13}$$

となるような行列$\mathbb{F}(\nabla)$と

$$\mathbb{G}(\nabla)=\{\mathbb{B}^*(\nabla)\}^{-1} \tag{14}$$

を使った式(5)の動的フィードバックによって式(4)のシステムを非干渉化することができる。

〔系1〕[1]

式(5)の動的フィードバックによって式(4)のシステムを非干渉化し得るとき，入力変換行列$\mathbb{G}(\nabla)$は一般には次式のように表現される。

$$\mathbb{G}(\nabla)=\{\mathbb{B}^*(\nabla)\}^{-1}\Lambda(\nabla) \tag{15}$$

ここで，$\Lambda(\nabla)$は∇の任意の有理関数を要素とする対角行列である。

〔系2〕[1]

式(5)の動的フィードバックによって式(4)のシステムを非干渉化し得るとき，フィードバック行列$\mathbb{F}(\nabla)$は次式のように表現される。

$$\mathbb{F}(\nabla)\mathbb{B}(\nabla)=\{\mathbb{B}^*(\nabla)\}^{-1}\{\mathbb{N}(\nabla)\mathbb{A}^{**}(\nabla)-\mathbb{A}^*(\nabla)\}\mathbb{B}(\nabla) \tag{16}$$

ここで

$$\mathbb{A}^*(\nabla)=\mathbb{A}^{**}(\nabla)\mathbb{A}(\nabla)=\begin{bmatrix}\mathbb{C}_1(\nabla)\mathbb{A}^{d_1}(\nabla)\\ \vdots \\ \mathbb{C}_m(\nabla)\mathbb{A}^{d_m}(\nabla)\end{bmatrix}\mathbb{A}(\nabla) \tag{17}$$

で$\mathbb{N}(\nabla)$は任意の対角行列である。

式(6)の動的フィードフォワードにおいては，

$$\mathbb{P}(\nabla)=\mathbb{D}(\nabla)\mathbb{F}(\nabla) \tag{18}$$

$$\mathbb{H}(\nabla)=\mathbb{D}(\nabla)\mathbb{G}(\nabla) \tag{19}$$

と選定すればよい[4]。

式(4)のシステムを非干渉化するフィードバック行列$\mathbb{F}(\nabla)$の一般集合は

$$\mathbb{F}(\nabla)=\{\mathbb{B}^*(\nabla)\}^{-1}\left\{\sum_{k=0}^{\delta}\mathbb{M}_k(\nabla)\mathbb{C}(\nabla)\mathbb{A}^k(\nabla)-\mathbb{A}^*(\nabla)\right\} \tag{20}$$

と表現される。ここで，$\mathbb{M}_k(\nabla)$ ($k=0,1,\cdots,\delta$)は任意の対角行列で$\delta=\max d_i$ ($i=1,2,\cdots,m$)である。

式(20)において，$\mathbb{M}_k(\nabla)=0$ ($k=0,1,\cdots,\delta$)とした特殊な場合，

$$\mathbb{F}(\nabla)=-\{\mathbb{B}^*(\nabla)\}^{-1}\mathbb{A}^*(\nabla) \tag{21}$$

となる。

式(14)の$\mathbb{G}(\nabla)$と式(21)の$\mathbb{F}(\nabla)$を用いた式(5)の動的フィードバックと式(6)の動的フィードフォワードを式(4)のシステムに施して得られる，式(7)のシステムの伝達関数行列は

$$\hat{\mathbb{F}}(s)=diag\{1/s^{d_1+1}\cdots\cdots 1/s^{d_m+1}\} \tag{22}$$

となる。

式(22)のように対角要素に$1/s^{d_i+1}$ ($i=1,2,\cdots,m$)を持つ非干渉化されたシステムを積分型非干渉システムという。

式(20)のフィードバック行列$\mathbb{F}(\nabla)$に含まれる自由度$\mathbb{M}_k(\nabla)$ ($k=0,1,\cdots,\delta$)は非干渉化されたシステムの伝達関数行列の各要素の極を所望の位置に配置するために用いる。

次に，式(4)のシステムに

$$\mathbb{U}(t)=\mathbb{Q}(\nabla)\mathbb{Y}(t)+\mathbb{G}(\nabla)\mathbb{V}(t) \tag{23}$$

のような動的出力フィードバックを施して非干渉化することを考える。

この場合のフィードバック行列$\mathbb{Q}(\nabla)$は，式(5)の動的状態フィードバックによって非干渉化を行なう場合のフィードバック行列$\mathbb{F}(\nabla)$から

$$\mathbb{Q}(\nabla)\mathbb{C}(\nabla)=\mathbb{F}(\nabla) \tag{24}$$

によって求められ，入力変換行列$\mathbb{G}(\nabla)$は式(5)のそれと同様にして得られる。

又，このとき施す式(6)の動的フィードフォワードのフィードフォワード行列$\mathbb{P}(\nabla)$は

$$\mathbb{P}(\nabla)=\mathbb{D}(\nabla)\mathbb{Q}(\nabla)\mathbb{C}(\nabla) \tag{25}$$

によって求められ，直接伝達項の係数行列$\mathbb{H}(\nabla)$は式(5)のそれと同様にして得られる。

さて，話を動的状態フィードバックによる非干渉化に戻す。

具体的には，まず自由度を含まない，最も簡単化された表現である式(14)，(21)の$\mathbb{G}(\nabla)$，$\mathbb{F}(\nabla)$を使った式(5)の動的フィードバックを書き換えた

$$\mathbb{U}(t)=[\mathbb{F}(\nabla)\ \vdots\ \mathbb{G}(\nabla)][\mathbb{X}(t)^T\ \vdots\ \mathbb{V}(t)^T]^T \tag{26}$$

を$[\mathbb{X}(t)^T\ \vdots\ \mathbb{V}(t)^T]^T$を入力，$\mathbb{U}(t)$を出力とする伝達関数行列と見なして実現する。

このとき，$\mathbb{F}(\nabla)$，$\mathbb{G}(\nabla)$の分母，分子多項式の次数を調べてみる。

先ず，式(14)の$\mathbb{G}(\nabla)$であるが，式(1)のシステムによると，式(4)のシステムの各係数行列$\mathbb{A}(\nabla)$，$\mathbb{B}(\nabla)$，$\mathbb{C}(\nabla)$，$\mathbb{D}(\nabla)$はそれぞれ∇のp次，q次，r次，w次の多項式行列なので，式(10)の$\mathbb{B}^*(\nabla)$は$(r+p\delta+q)$次多項式行列となる。

又，$\mathbb{B}^*(\nabla)$は$m\times m$行列なので，$\det \mathbb{B}^*(\nabla)$は$(r+p\delta+q)m$次式，$\mathrm{adj}\,\mathbb{B}^*(\nabla)$は$(r+p\delta+q)(m-1)$次式となり，$\mathbb{G}(\nabla)(=[\mathbb{B}^*(\nabla)]^{-1})$は各要素の共通分母多項式が分子多項式より$(r+p\delta+q)$次高い$\nabla$の有理関数行列になる。

次に，式(21)の$\mathbb{F}(\nabla)$であるが，これは式(17)の$\mathbb{A}^*(\nabla)$が$(r+p\delta+p=)r+p(\delta+1)$次多項式行列なので，$\mathbb{F}(\nabla)$は各要素の共通分母多項式は式(14)の$\mathbb{G}(\nabla)$と同様，$(r+p\delta+q)m$次式で，分子多項式は$[(r+p\delta+q)(m-1)+(r+p(\delta+1))=](r+p\delta+q)m+p-q$次式となり，$p<q$の場合，分母が分子より$(q-p)$次高次で，$p>q$の場合，分子が分母より$(p-q)$次高次である有理関数行列になる。

まず，式(1)のシステムにおいて$p<q$の場合，つまり，式(14)の$\mathbb{G}(\nabla)$，式(19)の$\mathbb{F}(\nabla)$ともに各要素の共通分母多項式が分子多項式より高次である，つまり厳密にプロパーな有理関数行列である場合は，式(26)の伝達関数行列を∇に関して状態空間法によって実現したのでは，その構成回路網中に∇^{-1}なる実在し得ない素子が必要になってしまう。

そこで，まず式(5)の$\mathbb{G}(\nabla)$であるが，一般的表現である式(15)に含まれる自由度$\mathbb{\Lambda}(\nabla)$を利用して各要素の分子多項式が共通分母多項式と同次になるようにする。

$$\mathbb{\Lambda}(\nabla)=g_{\Lambda}(\nabla)\mathbb{I}_m \tag{27}$$

$(g_{\Lambda}(\nabla)$は任意の$(r+p\delta+q)$次多項式$)$

と選定すればよい。

次に，式(5)の$\mathbb{F}(\nabla)$に関しては，一般集合の表現である式(20)に含まれる任意の対角行列$\mathbb{M}_k(\nabla)$ $(k=0,1,\cdots,\delta)$を使って分子が分母と同次になるようにする。

$$\sum_{k=0}^{\delta}\mathbb{M}_k(\nabla)\mathbb{C}(\nabla)\mathbb{A}(\nabla)-\mathbb{A}^*(\nabla) \tag{28}$$

が全ての要素が$(r+p\delta+q)$次であるような多項式行列になるように$\mathbb{M}_k(\nabla)$ $(k=0,1,\cdots,\delta)$を設定すればよい。

$p\geqq q$の場合は，式(5)の$\mathbb{G}(\nabla)$だけに上述の操作を施せばよい。

結局，上述のような$\mathbb{G}(\nabla)$，$\mathbb{F}(\nabla)$の設定をして各要素の分子多項式が共通分母多項式と同次になった式(26)の伝達関数行列が

$$[\mathbb{F}(\nabla)\ \vdots\ \mathbb{G}(\nabla)]=\frac{1}{f(\nabla)}[\mathbb{F}_N(\nabla)\ \vdots\ \mathbb{G}_N(\nabla)] \tag{29}$$

$(f(\nabla)$は多項式で，$\mathbb{F}_N(\nabla)$，$\mathbb{G}_N(\nabla)$は多項式行列$)$

と表現されるとする。

式(29)の伝達関数行列に

$$\nabla=\hat{\nabla}^{-1} \tag{30}$$

なる変数変換を施して

$$[\hat{\mathbb{F}}(\hat{\nabla})\ \vdots\ \hat{\mathbb{G}}(\hat{\nabla})]=\frac{1}{\hat{f}(\hat{\nabla})}[\hat{\mathbb{F}}_N(\hat{\nabla})\ \vdots\ \hat{\mathbb{G}}_N(\hat{\nabla})] \tag{31}$$

とする。

式(31)の伝達関数行列は，$\hat{f}(\hat{\nabla})$は$(r+p\delta+q)m$次式であり，$(n+m)$入力m出力システムであるので，そのマクミラン次数は$(r+p\delta+q)m^2$次である。

式(31)の伝達関数行列を$\hat{\nabla}$に関して可観測同伴形式で実現すると，それが最小次元の実現システムになる。次式のシステムが得られるとする。

$$\begin{cases}\hat{\mathbb{z}} = \hat{\mathbb{A}}\hat{\mathbb{v}} + [\hat{\mathbb{B}}_1 \vdots \hat{\mathbb{B}}_2][\mathbb{x}(t)^T \vdots \mathbb{v}(t)^T]^T \\ \mathbb{u}(t) = \hat{\mathbb{C}}\hat{\mathbb{v}} + [\hat{\mathbb{D}}_1 \vdots \hat{\mathbb{D}}_2][\mathbb{x}(t)^T \vdots \mathbb{v}(t)^T]^T\end{cases} \quad (32)$$

$$(\hat{\mathbb{z}} = [\hat{z}_1\ \hat{z}_2 \cdots \hat{z}_{(r+p\delta+q)m^2}]^T \quad \hat{\mathbb{v}} = [\hat{v}_1\ \hat{v}_2 \cdots \hat{v}_{(r+p\delta+q)m^2}]^T$$

$$\hat{z}_i = \hat{\nabla}\hat{v}_i \quad (i = 1, 2, \cdots, (r + p\delta + q)m^2))$$

式(32)のシステムは，$\hat{\nabla}^{-1}$つまり∇なる遅延器と加算器，係数器を使って回路網構成され得る。

次に，式(17)，(19)の$\mathbb{P}(\nabla)$，$\mathbb{H}(\nabla)$を使った式(6)の動的フィードフォワードを書き換えた

$$\mathbb{y}(t) - \mathbb{z}(t) = [\mathbb{P}(\nabla) \vdots \mathbb{H}(\nabla)][\mathbb{x}(t)^T \vdots \mathbb{v}(t)^T]^T \quad (33)$$

を同様に実現するわけであるが，この場合も$\mathbb{P}(\nabla)$，$\mathbb{H}(\nabla)$の分母，分子多項式の次数を調べてみる。

式(18)の$\mathbb{P}(\nabla)$，式(19)の$\mathbb{H}(\nabla)$ともにそれぞれ多項式行列$\mathbb{D}(\nabla)$と各要素の分子多項式が共通分母多項式と同次である有理関数行列$\mathbb{F}(\nabla)$，$\mathbb{G}(\nabla)$の積なので，各要素の分子多項式が共通分母多項式より高次である有理関数行列になる。従って，式(33)は回路網として構成可能な伝達関数行列になる。

$$\mathbb{P}_N(\nabla) = \mathbb{D}(\nabla)\mathbb{F}_N(\nabla) \quad (34)$$

$$\mathbb{H}_N(\nabla) = \mathbb{D}(\nabla)\mathbb{G}_N(\nabla) \quad (35)$$

と表わすとすると，式(33)の伝達関数行列は

$$[\mathbb{P}(\nabla) \vdots \mathbb{H}(\nabla)] = \frac{1}{f(\nabla)}[\mathbb{P}_N(\nabla) \vdots \mathbb{H}_N(\nabla)] \quad (36)$$

と表現される。

式(36)の伝達関数行列は∇に関して状態空間法によって実現できないので，やはり式(30)の変数変換を施して

$$[\hat{\mathbb{P}}(\hat{\nabla}) \vdots \hat{\mathbb{H}}(\hat{\nabla})] = \frac{1}{\hat{f}(\hat{\nabla})}[\hat{\mathbb{P}}_N(\hat{\nabla}) \vdots \hat{\mathbb{H}}_N(\hat{\nabla})] \quad (37)$$

とすると，式(37)は$\hat{\nabla}$に関して厳密にプロパーな有理関数行列になり，$\hat{\nabla}$に関して状態空間法によって実現することができる。

式(37)の伝達関数行列は，$\hat{f}(\hat{\nabla})$は$[(r + p\delta + q)m + w]$次式であり，やはり$(n + m)$入力m出力システムであるので，そのマクミラン次数は$[(r + p\delta + q)m + w]m$次である。

式(37)の伝達関数行列も$\hat{\nabla}$に関して可観測同伴形式で実現すると，それが最小次元の実現システムになる。次式のシステムが得られるとする。

$$\begin{cases}\hat{\mathbb{z}} = \hat{\mathbb{A}}\hat{\mathbb{v}} + [\hat{\mathbb{B}}_1 \vdots \hat{\mathbb{B}}_2][\mathbb{x}(t)^T \vdots \mathbb{v}(t)^T]^T \\ \mathbb{y}(t) - \mathbb{z}(t) = \hat{\mathbb{C}}\hat{\mathbb{v}} + [\hat{\mathbb{D}}_1 \vdots \hat{\mathbb{D}}_2][\mathbb{x}(t)^T \vdots \mathbb{v}(t)^T]^T\end{cases} \quad (38)$$

$$(\hat{\mathbb{z}} = [\hat{z}_1\ \hat{z}_2 \cdots \hat{z}_{[(r+p\delta+q)m+w]m}]^T$$
$$\hat{\mathbb{v}} = [\hat{v}_1\ \hat{v}_2 \cdots \hat{v}_{[(r+p\delta+q)m+w]m}]^T$$

$$\hat{z}_i = \hat{\nabla}\hat{v}_i \quad (i = 1, 2, \cdots, [(r+p\delta+q)m+w]m))$$

式(38)のシステムも，∇なる遅延器と加算器，係数器を使って回路網構成され得る。

式(32)のシステムをフィードバックとして，式(38)のシステムをフィードフォワードとして式(4)のシステムに施す。

従って，式(4)のシステムを本文で提案した方法によって非干渉化するためには，動的フィードバックに$(r + p\delta + q)m^2$個，動的フィードフォワードに$[(r + p\delta + q)m + w]m$個の遅延器を必要とする。

文献[4]の方法で同じ式(4)のシステムを非干渉化すると，動的フィードバックに$m(r + p\delta + q)(2m - 1 + n) + n(p - q)$個，動的フィードフォワードに$m(r + p\delta + q)(2m - 1 + n) + n(p - q) + w(n + m)$個の遅延器を要するので，本文で提案した方法によると，文献[4]の方法と比較して非干渉化に要する遅延器の個数は動的フィードバックで$m(r + p\delta + q)(m - 1 + n) + n(p - q)$個，動的フィードフォワードで$m(r + p\delta + q)(m - 1 + n) + n(p - q) + w(n + m)$個と大幅に低減される。

3. 適用例

次式で表現される，時間遅延を含む時不変線形システムを非干渉化することを考える。

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a_{11}^{(0)}+a_{11}^{(1)}\nabla & a_{12}^{(0)}+a_{12}^{(1)}\nabla\\ a_{21}^{(0)}+a_{21}^{(1)}\nabla & a_{22}^{(0)}+a_{22}^{(1)}\nabla\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}b_{11}^{(0)}+b_{11}^{(1)}\nabla & b_{12}^{(0)}+b_{12}^{(1)}\nabla\\ b_{21}^{(0)}+b_{21}^{(1)}\nabla & b_{22}^{(0)}+b_{22}^{(1)}\nabla\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1(t)\\ u_2(t)\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}y_1(t)\\ y_2(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}c_{11}^{(0)}+c_{11}^{(1)}\nabla & c_{12}^{(0)}+c_{12}^{(1)}\nabla\\ c_{21}^{(0)}+c_{21}^{(1)}\nabla & c_{22}^{(0)}+c_{22}^{(1)}\nabla\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}d_{11}^{(0)}+d_{11}^{(1)}\nabla & d_{12}^{(0)}+d_{12}^{(1)}\nabla\\ d_{21}^{(0)}+d_{21}^{(1)}\nabla & d_{22}^{(0)}+d_{22}^{(1)}\nabla\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1(t)\\ u_2(t)\end{bmatrix}\end{cases} \quad (39)$$

式(39)のシステムにおける式(11)の非干渉化指数$d_i (i = 1, 2, \cdots, m)$は

$$d_i = 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, m) \quad (40)$$

であるとすると，式(10)の$\mathbb{B}^*(\nabla)$は

$$\mathbb{B}^*(\nabla) = \begin{bmatrix}e_{11}^{(0)}+e_{11}^{(1)}\nabla+e_{11}^{(2)}\nabla^2 & e_{12}^{(0)}+e_{12}^{(1)}\nabla+e_{12}^{(2)}\nabla^2\\ e_{21}^{(0)}+e_{21}^{(1)}\nabla+e_{21}^{(2)}\nabla^2 & e_{22}^{(0)}+e_{22}^{(1)}\nabla+e_{22}^{(2)}\nabla^2\end{bmatrix} \quad (41)$$

$$(e_{ij}^{(0)}+e_{ij}^{(1)}\nabla+e_{ij}^{(2)}\nabla^2 = (c_{i1}^{(0)}+c_{i1}^{(1)}\nabla)(b_{1j}^{(0)}+b_{1j}^{(1)}\nabla) + (c_{i2}^{(0)}+c_{i2}^{(1)}\nabla)(b_{2j}^{(0)}+b_{2j}^{(1)}\nabla)$$
$$(i, j = 1, 2))$$

となる。

従って，式(39)のシステムを非干渉化するために施す式(5)の動的フィードバックの入力変換行列$\mathbb{G}(\nabla)$は，式(15)によって得られるが，このとき式(27)の$g_\Lambda(\nabla)$を

$$g_\Lambda(\nabla)=\Lambda_0+\Lambda_1\nabla+\Lambda_2\nabla^2 \tag{42}$$

と選定すると

$$\mathbb{G}(\nabla)=\frac{1}{\sum_{i=0}^{4}g_{Di}\nabla^i}\begin{bmatrix}\sum_{k=0}^{4}g_{11}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}g_{12}^{(k)}\nabla^k\\ \sum_{k=0}^{4}g_{21}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}g_{22}^{(k)}\nabla^k\end{bmatrix} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}(\textstyle\sum_{i=0}^{4}g_{Di}\nabla^i&=(e_{11}^{(0)}+e_{11}^{(1)}\nabla+e_{11}^{(2)}\nabla^2)(e_{22}^{(0)}+e_{22}^{(1)}\nabla+e_{22}^{(2)}\nabla^2)\\&\quad-(e_{12}^{(0)}+e_{12}^{(1)}\nabla+e_{12}^{(2)}\nabla^2)(e_{21}^{(0)}+e_{21}^{(1)}\nabla+e_{21}^{(2)}\nabla^2)\\ \textstyle\sum_{k=0}^{4}g_{11}^{(k)}\nabla^k&=(e_{22}^{(0)}+e_{22}^{(1)}\nabla+e_{22}^{(2)}\nabla^2)(\Lambda_0+\Lambda_1\nabla+\Lambda_2\nabla^2)\\ \textstyle\sum_{k=0}^{4}g_{12}^{(k)}\nabla^k&=-(e_{12}^{(0)}+e_{12}^{(1)}\nabla+e_{12}^{(2)}\nabla^2)(\Lambda_0+\Lambda_1\nabla+\Lambda_2\nabla^2)\\ \textstyle\sum_{k=0}^{4}g_{21}^{(k)}\nabla^k&=-(e_{21}^{(0)}+e_{21}^{(1)}\nabla+e_{21}^{(2)}\nabla^2)(\Lambda_0+\Lambda_1\nabla+\Lambda_2\nabla^2)\\ \textstyle\sum_{k=0}^{4}g_{22}^{(k)}\nabla^k&=(e_{11}^{(0)}+e_{11}^{(1)}\nabla+e_{11}^{(2)}\nabla^2)(\Lambda_0+\Lambda_1\nabla+\Lambda_2\nabla^2))\end{aligned}$$

となる。

次に，式(5)のフィードバック行列$\mathbb{F}(\nabla)$であるが，式(39)のシステムにおいては式(1)のシステムにおけるp，qが$p=q=1$なので，特殊な表現である式(21)によって求めれば，各要素の共通分母多項式と分子多項式が同次である有理関数行列になる。

$$\mathbb{F}(\nabla)=\frac{1}{\sum_{i=0}^{4}g_{Di}\nabla^i}\begin{bmatrix}\sum_{k=0}^{4}f_{11}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}f_{12}^{(k)}\nabla^k\\ \sum_{k=0}^{4}f_{21}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}f_{22}^{(k)}\nabla^k\end{bmatrix} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}(\textstyle\sum_{k=0}^{4}f_{11}^{(k)}\nabla^k&=-(e_{22}^{(0)}+e_{22}^{(1)}\nabla+e_{22}^{(2)}\nabla^2)a_{11}^*(\nabla)\\&\quad+(e_{12}^{(0)}+e_{12}^{(1)}\nabla+e_{12}^{(2)}\nabla^2)a_{21}^*(\nabla)\\ \textstyle\sum_{k=0}^{4}f_{12}^{(k)}\nabla^k&=-(e_{22}^{(0)}+e_{22}^{(1)}\nabla+e_{22}^{(2)}\nabla^2)a_{12}^*(\nabla)\\&\quad+(e_{12}^{(0)}+e_{12}^{(1)}\nabla+e_{12}^{(2)}\nabla^2)a_{22}^*(\nabla)\\ \textstyle\sum_{k=0}^{4}f_{21}^{(k)}\nabla^k&=(e_{21}^{(0)}+e_{21}^{(1)}\nabla+e_{21}^{(2)}\nabla^2)a_{11}^*(\nabla)\\&\quad-(e_{11}^{(0)}+e_{11}^{(1)}\nabla+e_{11}^{(2)}\nabla^2)a_{21}^*(\nabla)\\ \textstyle\sum_{k=0}^{4}f_{22}^{(k)}\nabla^k&=(e_{21}^{(0)}+e_{21}^{(1)}\nabla+e_{21}^{(2)}\nabla^2)a_{12}^*(\nabla)\\&\quad-(e_{11}^{(0)}+e_{11}^{(1)}\nabla+e_{11}^{(2)}\nabla^2)a_{22}^*(\nabla)\\ a_{ij}^*(\nabla)&=(C_{i1}^{(0)}+C_{i1}^{(1)}\nabla)(a_{1j}^{(0)}+a_{1j}^{(1)}\nabla)\\&\quad+(C_{i2}^{(0)}+C_{i2}^{(1)}\nabla)(a_{2j}^{(0)}+a_{2j}^{(1)}\nabla)\\&\qquad(i,\ j=1,\ 2))\end{aligned}$$

となる。

式(43)，(44)の$\mathbb{G}(\nabla)$，$\mathbb{F}(\nabla)$を使った式(26)の伝達関数行列は

$$\begin{bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\end{bmatrix}=\frac{1}{\sum_{i=0}^{4}g_{Di}\nabla^i}\left[\begin{array}{cc:cc}\sum_{k=0}^{4}f_{11}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}f_{12}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}g_{11}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}g_{12}^{(k)}\nabla^k\\ \sum_{k=0}^{4}f_{21}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}f_{22}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}g_{21}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{4}g_{22}^{(k)}\nabla^k\end{array}\right]\left[x_1(t)\ x_2(t)\ \vdots\ v_1(t)\ v_2(t)\right]^T \tag{45}$$

となる。

式(45)の伝達関数行列は，各要素の分子多項式が共通分母多項式と同次である。

式(45)の伝達関数行列に式(30)の変数変換を施すと，

$$\begin{bmatrix}u_1(t)\\u_2(t)\end{bmatrix}=\frac{1}{\sum_{i=0}^{4}\hat{g}_{Di}\hat{\nabla}^i}\left[\begin{array}{cc:cc}\sum_{k=0}^{4}\hat{f}_{11}^{(k)}\hat{\nabla}^k & \sum_{k=0}^{4}\hat{f}_{12}^{(k)}\hat{\nabla}^k & \sum_{k=0}^{4}\hat{g}_{11}^{(k)}\hat{\nabla}^k & \sum_{k=0}^{4}\hat{g}_{12}^{(k)}\hat{\nabla}^k\\ \sum_{k=0}^{4}\hat{f}_{21}^{(k)}\hat{\nabla}^k & \sum_{k=0}^{4}\hat{f}_{22}^{(k)}\hat{\nabla}^k & \sum_{k=0}^{4}\hat{g}_{21}^{(k)}\hat{\nabla}^k & \sum_{k=0}^{4}\hat{g}_{22}^{(k)}\hat{\nabla}^k\end{array}\right]\left[x_1(t)\ x_2(t)\ \vdots\ v_1(t)\ v_2(t)\right]^T \tag{46}$$

$$\begin{aligned}(\hat{g}_{Di}&=g_{D(4-i)}\quad(i=0,1,\cdots,4)\\ \hat{f}_{ij}^{(k)}&=f_{ij}^{(4-k)}\quad \hat{g}_{ij}^{(k)}=g_{ij}^{(4-k)}\quad(k=0,1,\cdots,4)\\&\quad(i,\ j=1,\ 2))\end{aligned}$$

となる。

式(46)の伝達関数行列は，各要素の共通分母多項式が4次式であり，4入力2出力システムであるので，そのマクミラン次数は8次である。

式(46)の伝達関数行列を$\hat{\nabla}$に関して可観測同伴形式で実現すると，次式の最小次元の実現システムが得られる。

$$\begin{cases}\hat{\mathbf{z}}=\hat{\mathbb{A}}\hat{\mathbf{v}}+[\hat{\mathbb{B}}_1\ \vdots\ \hat{\mathbb{B}}_2][\mathbf{x}(t)^T\ \vdots\ \mathbf{v}(t)^T]^T\\ \mathbf{u}(t)=\hat{\mathbb{C}}\hat{\mathbf{v}}+[\hat{\mathbb{D}}_1\ \vdots\ \hat{\mathbb{D}}_2][\mathbf{x}(t)^T\ \vdots\ \mathbf{v}(t)^T]^T\end{cases} \tag{47}$$

$$\hat{\mathbb{A}}=\begin{bmatrix}\mathbb{O} & -(\hat{g}_{D0}/\hat{g}_{D4})\mathbb{I}_2\\ & -(\hat{g}_{D1}/\hat{g}_{D4})\mathbb{I}_2\\ \mathbb{I}_6 & \vdots\\ & -(\hat{g}_{D3}/\hat{g}_{D4})\mathbb{I}_2\end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbb{B}}_1=\begin{bmatrix}\hat{f}_{11}^{(0)}\hat{g}_{D4}-\hat{f}_{11}^{(4)}\hat{g}_{D0} & \hat{f}_{12}^{(0)}\hat{g}_{D4}-\hat{f}_{12}^{(4)}\hat{g}_{D0}\\ \hat{f}_{21}^{(0)}\hat{g}_{D4}-\hat{f}_{21}^{(4)}\hat{g}_{D0} & \hat{f}_{22}^{(0)}\hat{g}_{D4}-\hat{f}_{22}^{(4)}\hat{g}_{D0}\\ \vdots & \vdots\\ \hat{f}_{11}^{(3)}\hat{g}_{D4}-\hat{f}_{11}^{(4)}\hat{g}_{D3} & \hat{f}_{12}^{(3)}\hat{g}_{D4}-\hat{f}_{12}^{(4)}\hat{g}_{D3}\\ \hat{f}_{21}^{(3)}\hat{g}_{D4}-\hat{f}_{21}^{(4)}\hat{g}_{D3} & \hat{f}_{22}^{(3)}\hat{g}_{D4}-\hat{f}_{22}^{(4)}\hat{g}_{D3}\end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbb{B}}_2=\begin{bmatrix}\hat{g}_{11}^{(0)}\hat{g}_{D4}-\hat{g}_{11}^{(4)}\hat{g}_{D0} & \hat{g}_{12}^{(0)}\hat{g}_{D4}-\hat{g}_{12}^{(4)}\hat{g}_{D0}\\ \hat{g}_{21}^{(0)}\hat{g}_{D4}-\hat{g}_{21}^{(4)}\hat{g}_{D0} & \hat{g}_{22}^{(0)}\hat{g}_{D4}-\hat{g}_{22}^{(4)}\hat{g}_{D0}\\ \vdots & \vdots\\ \hat{g}_{11}^{(3)}\hat{g}_{D4}-\hat{g}_{11}^{(4)}\hat{g}_{D3} & \hat{g}_{12}^{(3)}\hat{g}_{D4}-\hat{g}_{12}^{(4)}\hat{g}_{D3}\\ \hat{g}_{21}^{(3)}\hat{g}_{D4}-\hat{g}_{21}^{(4)}\hat{g}_{D3} & \hat{g}_{22}^{(3)}\hat{g}_{D4}-\hat{g}_{22}^{(4)}\hat{g}_{D3}\end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbb{C}}=[\mathbb{O}_{2\times 6}\ \mathbb{I}_2]$$

$$\hat{\mathbb{D}}_1=\begin{bmatrix}\hat{f}_{11}^{(4)}/\hat{g}_{D4} & \hat{f}_{12}^{(4)}/\hat{g}_{D4}\\ \hat{f}_{21}^{(4)}/\hat{g}_{D4} & \hat{f}_{22}^{(4)}/\hat{g}_{D4}\end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbb{D}}_2=\begin{bmatrix}\hat{g}_{11}^{(4)}/\hat{g}_{D4} & \hat{g}_{12}^{(4)}/\hat{g}_{D4}\\ \hat{g}_{21}^{(4)}/\hat{g}_{D4} & \hat{g}_{22}^{(4)}/\hat{g}_{D4}\end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{z}}=[\hat{z}_1\ \hat{z}_2\cdots\hat{z}_8]^T\qquad \hat{\mathbf{v}}=[\hat{v}_1\ \hat{v}_2\cdots\hat{v}_8]^T$$

$$\hat{z}_i=\hat{\nabla}\hat{v}_i\quad(i=1,2,\cdots,8)$$

式(6)の動的フィードフォワードのフィードフォワード行列は式(18)により，

$$\mathbb{P}(\nabla)=\frac{1}{\sum_{i=0}^{4}g_{Di}\nabla^i}\begin{bmatrix}\sum_{k=0}^{5}p_{11}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{5}p_{12}^{(k)}\nabla^k\\ \sum_{k=0}^{5}p_{21}^{(k)}\nabla^k & \sum_{k=0}^{5}p_{22}^{(k)}\nabla^k\end{bmatrix} \tag{48}$$

$$(\sum_{k=0}^{4} p_{ij}^{(k)}\nabla^{k} = (d_{i1}^{(0)}+d_{i1}^{(1)}\nabla)(\sum_{k=0}^{4} f_{1j}^{(k)}\nabla^{k}) + (d_{i2}^{(0)}+d_{i2}^{(1)}\nabla)(\sum_{k=0}^{4} f_{2j}^{(k)}\nabla^{k}) \quad (i, j = 1, 2))$$

となる。

式(6)の直接伝達項の係数行列$\mathbb{H}(\nabla)$は式(19)により,

$$\mathbb{H}(\nabla) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{4} g_{Di}\nabla^{i}}\begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{5} h_{11}^{(k)}\nabla^{k} & \sum_{k=0}^{5} h_{12}^{(k)}\nabla^{k} \\ \sum_{k=0}^{5} h_{21}^{(k)}\nabla^{k} & \sum_{k=0}^{5} h_{22}^{(k)}\nabla^{k} \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$(\sum_{k=0}^{4} h_{ij}^{(k)}\nabla^{k} = (d_{i1}^{(0)}+d_{i1}^{(1)}\nabla)(\sum_{k=0}^{4} g_{1j}^{(k)}\nabla^{k}) + (d_{i2}^{(0)}+d_{i2}^{(1)}\nabla)(\sum_{k=0}^{4} g_{2j}^{(k)}\nabla^{k}) \quad (i, j = 1, 2))$$

となる。

式(48), (49)の$\mathbb{P}(\nabla)$, $\mathbb{H}(\nabla)$を使った式(33)の伝達関数行列は

$$\begin{bmatrix} y_1(t)-z_1(t) \\ y_2(t)-z_2(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sum_{i=0}^{4} g_{Di}\nabla^{i}}\left[\begin{array}{cc:cc} \sum_{k=0}^{5} p_{11}^{(k)}\nabla^{k} & \sum_{k=0}^{5} p_{12}^{(k)}\nabla^{k} & \sum_{k=0}^{5} h_{11}^{(k)}\nabla^{k} & \sum_{k=0}^{5} h_{12}^{(k)}\nabla^{k} \\ \sum_{k=0}^{5} p_{21}^{(k)}\nabla^{k} & \sum_{k=0}^{5} p_{22}^{(k)}\nabla^{k} & \sum_{k=0}^{5} h_{21}^{(k)}\nabla^{k} & \sum_{k=0}^{5} h_{22}^{(k)}\nabla^{k} \end{array}\right][x_1(t)\ x_2(t) \mid v_1(t)\ v_2(t)]^{T} \quad (50)$$

となる。

式(50)の伝達関数行列は, 各要素の分子多項式が共通分母多項式より1次高く, ∇に関して状態空間法によって実現できないため, やはり式(30)の変数変換を施すと

$$\begin{bmatrix} y_1(t)-z_1(t) \\ y_2(t)-z_2(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{5} \hat{g}_{Di}\hat{\nabla}^{i}}\left[\begin{array}{cc:cc} \sum_{k=0}^{5} \hat{p}_{11}^{(k)}\hat{\nabla}^{k} & \sum_{k=0}^{5} \hat{p}_{12}^{(k)}\hat{\nabla}^{k} & \sum_{k=0}^{5} \hat{h}_{11}^{(k)}\hat{\nabla}^{k} & \sum_{k=0}^{5} \hat{h}_{12}^{(k)}\hat{\nabla}^{k} \\ \sum_{k=0}^{5} \hat{p}_{21}^{(k)}\hat{\nabla}^{k} & \sum_{k=0}^{5} \hat{p}_{22}^{(k)}\hat{\nabla}^{k} & \sum_{k=0}^{5} \hat{h}_{21}^{(k)}\hat{\nabla}^{k} & \sum_{k=0}^{5} \hat{h}_{22}^{(k)}\hat{\nabla}^{k} \end{array}\right][x_1(t)\ x_2(t) \mid v_1(t)\ v_2(t)]^{T} \quad (51)$$

$$(\hat{g}_{Di} = g_{D(5-i)} \quad (i = 1, 2, \cdots, 5)$$
$$\hat{p}_{ij}^{(k)} = p_{ij}^{(5-k)} \quad \hat{h}_{ij}^{(k)} = h_{ij}^{(5-k)} \quad (k = 0, 1, \cdots, 5)$$
$$(i, j = 1, 2))$$

となる。

式(51)の伝達関数行列は, 各要素の分子多項式が共通分母多項式と同次であるため, 状態空間法によって実現することができる。

式(51)の伝達関数行列は, 各要素の共通分母多項式が5次式であり, やはり4入力2出力システムであるので, そのマクミラン次数は10次である。

式(51)の伝達関数行列も$\hat{\nabla}$に関して可観測同伴形式で実現すると, 次式の最小次元の実現システムが得られる。

$$\begin{cases} \hat{\mathbb{z}} = \hat{\mathbb{A}}\hat{\mathbb{v}} + [\hat{\mathbb{B}}_1 \mid \hat{\mathbb{B}}_2][\mathbb{x}(t)^{T} \mid \mathbb{v}(t)^{T}]^{T} \\ \mathbb{y}(t) - \mathbb{z}(t) = \hat{\mathbb{C}}\hat{\mathbb{v}} + [\hat{\mathbb{D}}_1 \mid \hat{\mathbb{D}}_2][\mathbb{x}(t)^{T} \mid \mathbb{v}(t)^{T}]^{T} \end{cases} \quad (52)$$

$$\hat{\mathbb{A}} = \begin{bmatrix} \mathbb{O} & \mathbb{O}_{2\times 2} \\ & -(\hat{g}_{D1}/\hat{g}_{D5})\mathbb{I}_2 \\ \mathbb{I}_8 & \vdots \\ & -(\hat{g}_{D4}/\hat{g}_{D5})\mathbb{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbb{B}}_1 = \begin{bmatrix} \hat{p}_{11}^{(0)}\hat{g}_{D5} & \hat{p}_{12}^{(0)}\hat{g}_{D5} \\ \hat{p}_{21}^{(0)}\hat{g}_{D5} & \hat{p}_{22}^{(0)}\hat{g}_{D5} \\ \hat{p}_{11}^{(1)}\hat{g}_{D5} - \hat{p}_{11}^{(5)}\hat{g}_{D1} & \hat{p}_{12}^{(1)}\hat{g}_{D5} - \hat{p}_{12}^{(5)}\hat{g}_{D1} \\ \hat{p}_{21}^{(1)}\hat{g}_{D5} - \hat{p}_{21}^{(5)}\hat{g}_{D1} & \hat{p}_{22}^{(1)}\hat{g}_{D5} - \hat{p}_{22}^{(5)}\hat{g}_{D1} \\ \vdots & \vdots \\ \hat{p}_{11}^{(4)}\hat{g}_{D5} - \hat{p}_{11}^{(5)}\hat{g}_{D4} & \hat{p}_{12}^{(4)}\hat{g}_{D5} - \hat{p}_{12}^{(5)}\hat{g}_{D4} \\ \hat{p}_{21}^{(4)}\hat{g}_{D5} - \hat{p}_{21}^{(5)}\hat{g}_{D4} & \hat{p}_{22}^{(4)}\hat{g}_{D5} - \hat{p}_{22}^{(5)}\hat{g}_{D4} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbb{B}}_2 = \begin{bmatrix} \hat{h}_{11}^{(0)}\hat{g}_{D5} & \hat{h}_{12}^{(0)}\hat{g}_{D5} \\ \hat{h}_{21}^{(0)}\hat{g}_{D5} & \hat{h}_{22}^{(0)}\hat{g}_{D5} \\ \hat{h}_{11}^{(1)}\hat{g}_{D5} - \hat{h}_{11}^{(5)}\hat{g}_{D1} & \hat{h}_{12}^{(1)}\hat{g}_{D5} - \hat{h}_{12}^{(5)}\hat{g}_{D1} \\ \hat{h}_{21}^{(1)}\hat{g}_{D5} - \hat{h}_{21}^{(5)}\hat{g}_{D1} & \hat{h}_{22}^{(1)}\hat{g}_{D5} - \hat{h}_{22}^{(5)}\hat{g}_{D1} \\ \vdots & \vdots \\ \hat{h}_{11}^{(4)}\hat{g}_{D5} - \hat{h}_{11}^{(5)}\hat{g}_{D4} & \hat{h}_{12}^{(4)}\hat{g}_{D5} - \hat{h}_{12}^{(5)}\hat{g}_{D4} \\ \hat{h}_{21}^{(4)}\hat{g}_{D5} - \hat{h}_{21}^{(5)}\hat{g}_{D4} & \hat{h}_{22}^{(4)}\hat{g}_{D5} - \hat{h}_{22}^{(5)}\hat{g}_{D4} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbb{C}} = [\mathbb{O}_{2\times 8} \quad \mathbb{I}_2]$$

$$\hat{\mathbb{D}}_1 = \begin{bmatrix} \hat{p}_{11}^{(5)}/\hat{g}_{D5} & \hat{p}_{12}^{(5)}/\hat{g}_{D5} \\ \hat{p}_{21}^{(5)}/\hat{g}_{D5} & \hat{p}_{22}^{(5)}/\hat{g}_{D5} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbb{D}}_2 = \begin{bmatrix} \hat{h}_{11}^{(5)}/\hat{g}_{D5} & \hat{h}_{12}^{(5)}/\hat{g}_{D5} \\ \hat{h}_{21}^{(5)}/\hat{g}_{D5} & \hat{h}_{22}^{(5)}/\hat{g}_{D5} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbb{z}} = [\hat{z}_1\ \hat{z}_2 \cdots \hat{z}_{10}]^{T} \quad \hat{\mathbb{v}} = [\hat{v}_1\ \hat{v}_2 \cdots \hat{v}_{10}]^{T}$$

$$\hat{z}_i = \hat{\nabla}^{-1}\hat{v}_i \quad (i = 1, 2, \cdots, 10)$$

従って, 式(39)のシステムを非干渉化するためには, 動的フィードバックに8個, 動的フィードフォワードに10個の遅延器を必要とする。

文献[4]の方法で同じ式(39)のシステムを非干渉化すると, 動的フィードバックに20個, 動的フィードフォワードに24個の遅延器を要するので, 本文で提案した方法によると, 文献[4]の方法と比較して非干渉化に要する遅延器の個数は動的フィードバックで12個, 動的フィードフォワードで14個と大幅に低減される。

4. まとめ

本文では, 時間遅延を含む線形時不変システムを非干渉化する一方法を提案し, そのために施す動的フィードバック, 動的フィードフォワードを実現するのに要する遅延器の個数を解析した。その結果, 文献[4]の方法と比較して, 非干渉化に要する遅延器の個数は大幅に低減され

た。

参考文献

[1] P.L.Falb and W.A.Wolovich:"Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems",IEEE Trans. Autom.Control,AC-12,6,pp.651-659(December 1967).

[2] E.G.Gilbert:"The decoupling of multivariable systems by state feedback", SIAM J.Control,vol.7,1,pp.50-63(February 1969).

[3] H.M.Power:"Simplification and extension of the Falb-Wolovich decoupling theory",INT.J.Control,vol.25,5,pp.805-818(1977).

[4] S.G.Tzafestas and P.N.Paraskevopoulos: "On the decoupling of multivariable control systems with time delays",INT. J.Control,vol.17,2, pp.405-415(1973).

[5] 川上 篤："多入出力2変数システムの非干渉化問題"，信学技報，CAS85-186(1986-03).

[6] 川上 篤："特殊な形の多入出力2変数システムの非干渉化問題"，昭61信学総全大，50.

[7] 川上 篤："双一次形式2変数システムの非干渉化"，信学技報，CAS86-1(1986-04).

[8] 川上 篤："共通分母多項式分離形多入出力2変数システムの非干渉化"，信学技報，CAS86-53(1986-06).