

## 3 人対戦三目並べの必勝解析

鹿野陽大<sup>1,a)</sup> 阿原一志<sup>1,b)</sup>

**概要** : 3×3 マスの 2 人対戦三目並べにおいて, お互いが最善手をプレイする場合引き分けになることが知られている. 本研究では盤面を 5×5 マスに拡大し, プレイヤー数も 3 人に増やして解析を行い全てのプレイヤーが最善手を取るときの必勝について調べた. 本研究では各プレイヤーの着手のうち, 経験則から序盤に勝ちに向かっていないような着手を消極的な手と位置づけ, これを枝切りして調査を行った. その結果, 2 番目のプレイヤーのみに必勝の順がないことが示された.

## Three player tic tac toe

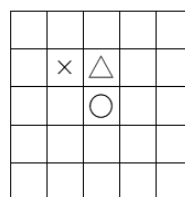
YODAI KANO<sup>1,a)</sup> KAZUSHI AHARA<sup>1,b)</sup>

**Abstract**: It has been known that in a 3×3 square 2-player tic tac toe game, if both players make the best move, the game ends in a draw. In this study, we expanded the board to 5×5 squares and increased the number of players to three to analyze the winning strategy when all players play their best moves. Among the moves made by each player, we considered moves that did not seem to be winning moves at the beginning of the game to be passive moves, and removed these moves from the study. The results showed that only the second player did not have a winning move.

### 1. 背景・先行研究

3×3のマスに2人のプレイヤーが交互に駒を置いていき, 先に三目並べた方が勝利というルール of 三目並べの場合, お互いが最善手を知っていれば勝敗はつかず引き分けることが知られている. ここで最善手とはその手を打った後に相手の打ち方に関わらず自分が勝利する盤面に持っていける手のことを指す. また盤面が 4×4 以上のマスで同じことを行った場合は先手必勝となることが同様に確認することができる. 盤面の平面上拡大以外にも溝辺[1]によると, 盤を立体にした 3×3×3 で三目並べを行う場合も先手必勝となることが指摘されている. ただしこの場合では上に駒を積み上げる際, 下に駒がなければ置くことができないというルールが追加されている. また Carroll ら[2]や Patashnic[3]は大きな盤の三目並べ, 立体四目並べの研究を行っている. 本研究では先行研究に見られない, 3 人対戦のものについて取り扱う.

### 2. 用語・ルール



○ : プレイヤー1  
× : プレイヤー2  
△ : プレイヤー3

図 1

本研究で使用する盤面は図 1 のような 5×5 マスのものである. 盤面の 4 つの角のマスを「角」と呼び, 角に挟まれる外周のマスを「辺」と呼ぶことにする. 盤面上に置かれている記号を「駒」と言い, 駒については○をプレイヤー1, ×をプレイヤー2, △をプレイヤー3 のものとする. いずれかのプレイヤーが次の手番で三目並べられる状態を「リーチ」と呼ぶ.

<sup>1</sup> 明治大学大学院先端数理科学研究科

<sup>a</sup> [cs222015@meiji.ac.jp](mailto:cs222015@meiji.ac.jp)

<sup>b</sup> [ahara@meiji.ac.jp](mailto:ahara@meiji.ac.jp)

また今回三目並べというゲームを成立させるために次のようなルールを設けた.

- ・ 1. プレイヤー1, プレイヤー2, プレイヤー3 の順に 1 つずつ駒を置いていく.
- ・ 2. 手番のパスは無く必ず 1 ターンに 1 つ駒を置く.
- ・ 3. 自分の手番中, 自分以外のプレイヤーがリーチをかけていない場合, かけられるならリーチをかけなければならない.
- ・ 4. 次の手番のプレイヤーがリーチをかけている場合, それを防ぐ位置に駒を置かなければならない. (2 つ後のプレイヤーが同時に 2 つのリーチをかけていた場合も同様. どちらのプレイヤーもかかっている場合は次の手番のものを優先)
- ・ 5. 三目並べたプレイヤーが出た場合, そのプレイヤーの勝利とする.
- ・ 6. いずれかのプレイヤーが勝利すること無く盤面が埋まった場合は引き分けとする.

ルール 3 と 4 は故意に敗北するプレイヤーがでないための措置として採用した.

### 3. 研究方法

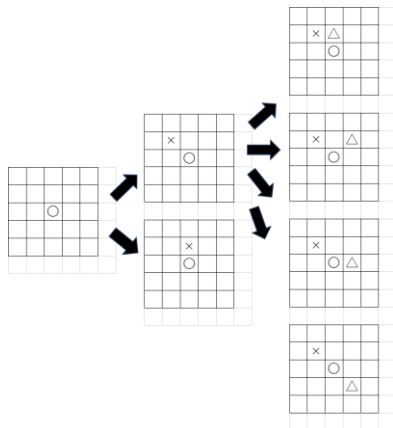


図 2

本研究では図 2 のようにプレイヤー1 の 1 手目から順に手を枝分かれさせ必勝を調べた.

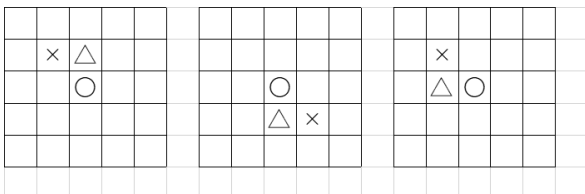


図 3

枝分かれする際, 図 3 のように盤を回転または反転させて同じ盤面になるものは同一のものとみなし, 1 つの盤面として省略している.

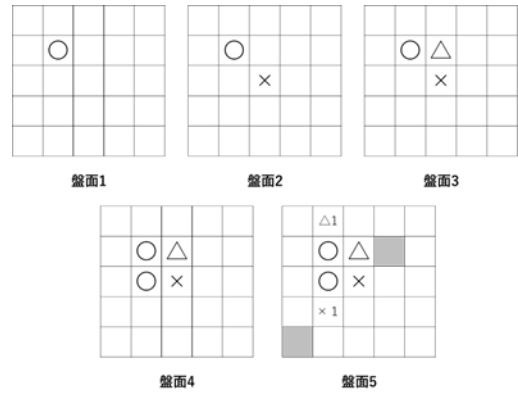


図 4

手がある程度進むと読み切りができるようになる. 図 4 に読み切りの例を示す. この場合盤面 4 になった時点でプレイヤー2 の勝ちが決まる. 次の手番プレイヤー2 は盤面 5 の×1 に駒を置くことで(プレイヤー1 を勝たせないために)プレイヤー3 の駒を置く位置を△1 へと決められるため(ルール 4 より), プレイヤー1 がどこに駒を置いた場合でもプレイヤー2 の三目並べが成立する.

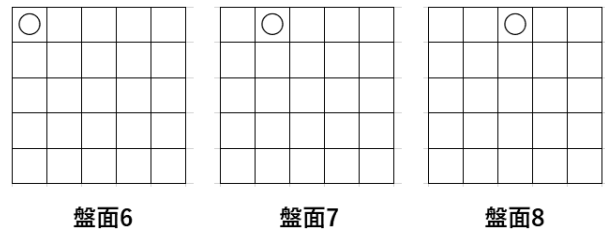


図 5

枝分かれをさせる際プレイヤー1 の 1 手目は角と辺以外のマスに置くものとして解析を行った. 仮に 1 手目を角または辺に置いた場合同一の盤面を除いて置き方は図 5 の 3 通りになる.

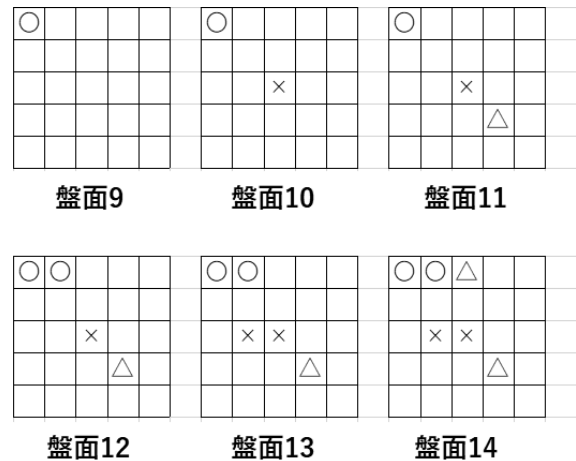


図 6

プレイヤー1が盤面6に1手目を置いた場合の例を図6に示す。プレイヤー1は2手目でリーチをかけても同時に1つしかかけることができない。そこでプレイヤー2が盤面13の様に同時に2つのリーチをかければルール4よりプレイヤー3はプレイヤー1のリーチを優先して防ぐのでプレイヤー2のリーチを防ぎきれずプレイヤー2の勝利となる。つまり盤面6の置き方はプレイヤー2の必勝である。

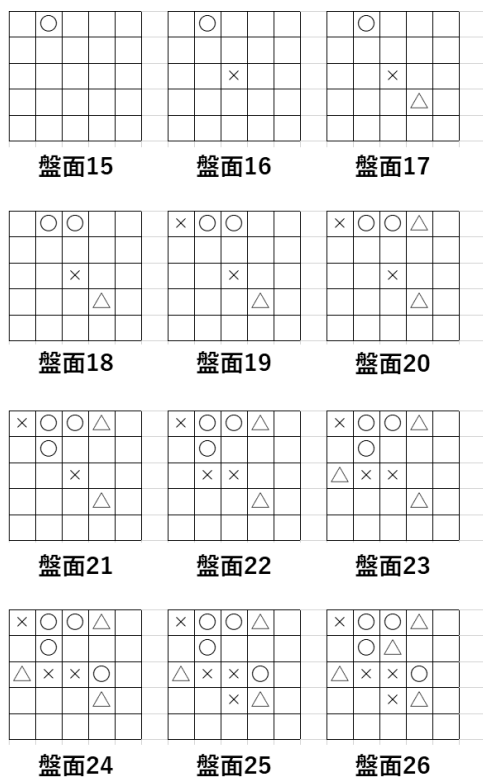


図7

図7は盤面7の1つの例である。盤面7に1手目を置いた場合、プレイヤー1が2手目にかけられるリーチは同時に1つか2つになる。1つしかかけなければプレイヤー2が2手目にリーチを2つかけた時点でルール4よりプレイヤー2の勝利となる。そのためプレイヤー1はリーチを2つかける必要があり、そのときのプレイヤー1の駒の置き方は盤面18のみである。この例では盤面26の時点でプレイヤー2の勝利となるが盤面16からの展開次第ではプレイヤー1の勝利も確認できた。ただし盤面17でプレイヤー2の必勝が決まってしまうため盤面7からのプレイヤー1の必勝はなくなる。

ここでプレイヤー1が盤面8に1手目を置いた場合2手目にかけられるリーチは同時に1つか2つ。ルール4より2つかけなければならぬためプレイヤー1の2手目までの駒の置き方は盤面18のみとなるため結果は1手目を盤面7に置いた場合と同じになる。

以上のことからプレイヤー1が1手目を角または辺に置いた場合のプレイヤー1の必勝は存在しないため解析から

除外した。

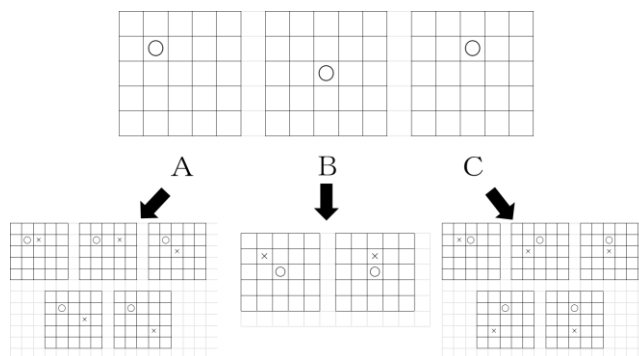


図8

プレイヤー1の1手目を同一の盤面になるものと角または辺に置くものを省くと図5にあるABCの3通りになり、そこから枝分かれを行う。このときプレイヤー2, 3も同様に1手目を角と辺以外のマスに置くものとする。その中でプレイヤー1, 2, 3がそれぞれ1手目を置いた際の置き方は66通り存在した。66通りの盤面で読み切りを行った場合勝敗は以下の表のような結果になった。

|               |      |
|---------------|------|
| プレイヤー1の勝ち     | 44通り |
| プレイヤー2の勝ち     | 8通り  |
| プレイヤー1が勝者を選べる | 2通り  |
| プレイヤー2が勝者を選べる | 7通り  |
| プレイヤー3が勝者を選べる | 1通り  |
| 引き分け          | 4通り  |

表1

読み切りの結果いずれかのプレイヤーの勝利もしくは引き分け以外に「自らには勝ちがなく、自分が他2プレイヤーの勝敗を決める」という盤面がでてきた。どのような盤面か下に示す。

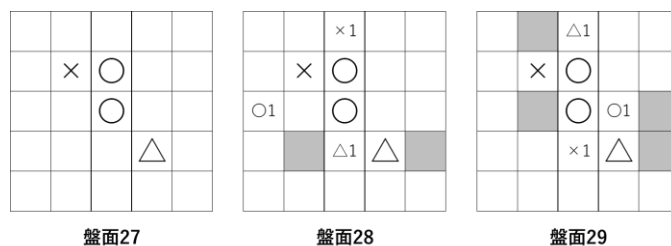


図9

まず盤面27の状況になったときプレイヤー2の2手目はプレイヤー1のリーチを防ぐため盤面28または盤面29の×1のマスに駒を置かなければならない。プレイヤー2が2手目を置いた時点でプレイヤー3の2手目はそれぞれの盤面の△1のマスに決まる。盤面28の場合プレイヤー1は○1

に 3 手目を置かなければならずプレイヤー3 の勝利が決まる．盤面 29 はプレイヤー1 が 3 手目を自由に置くことができ○1 のマスに置くと同時に 4 つのリーチをかけることができる．このように盤面 27 はプレイヤー2 が自分以外から勝者を選ぶ盤面となる．

表 1 を基に図 8 の ABC それぞれにおいて、いずれかのプレイヤーの必勝が存在するか調べた．その結果 A の盤面はプレイヤー2 の必勝となったが BC の盤面はいずれのプレイヤーも必勝とはならなかった．また A の盤面についてもプレイヤー1 の 1 手目次第のため 3 人対戦三目並べにおいていずれかのプレイヤーが必勝となることはなかった．

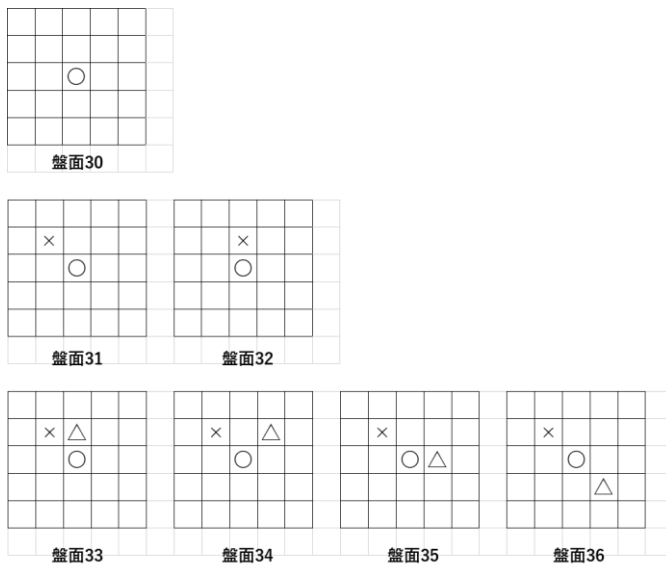


図 10

B の解析をした結果、全プレイヤーが最善手を選択した場合プレイヤー2 が勝者を選ぶ決着になった．プレイヤー2 の 1 手目は角と辺以外のマスに置き、同一のものを省くと盤面 31 と 32 の 2 通り存在する．読み切りにより盤面 32 はプレイヤー1 の必勝となるため最善手をとると盤面 31 に置くことになる．その場合プレイヤー3 の 1 手目は盤面 33 から 36 の 4 通りとなる．読み切ると盤面 33 はプレイヤー1 の必勝となり盤面 34, 35, 36 はプレイヤー2 の勝者選択となる．ここでプレイヤー3 の最善手は盤面 34, 35, 36 になるのでプレイヤー1 の 1 手目が B であればプレイヤー2 の勝利はなくなる．

C の結果はプレイヤー1 が勝者を選ぶ決着となった．プレイヤー2 の 1 手目の置き方は盤面 38 から 42 の 5 通り．その中で盤面 38, 39, 41 はプレイヤー1 の必勝、盤面 40 はプレイヤー1 の勝者選択、盤面 42 はプレイヤー2 の勝者選択になると読み切れた．この 5 通りでプレイヤー2 の最善手は盤面 40 になるため C の置き方ではプレイヤー1 は勝利できない．

い．

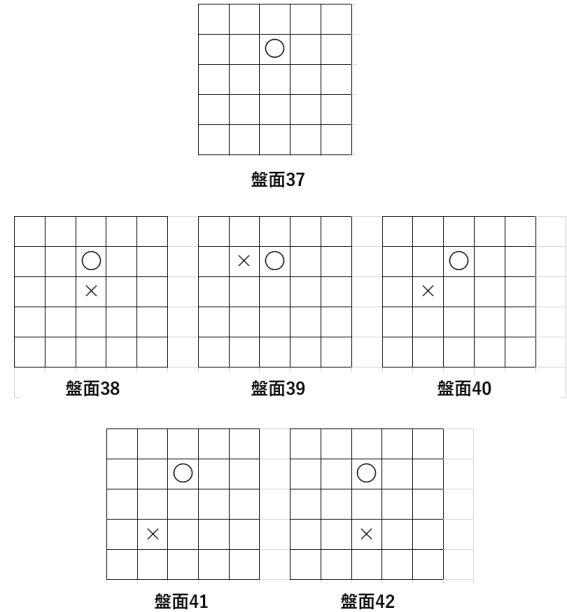


図 11

以上のことからプレイヤー1 が 1 手目を置く際の最善は B のマスであり、全てのプレイヤーが 3 人対戦三目並べで最善手をとった場合の決着はプレイヤー2 が勝者を選ぶ、つまりプレイヤー1 またはプレイヤー3 の勝利で終わる．

#### 4. 考察・今後の課題

3 人対戦三目並べに必勝が存在するか調べた結果いずれのプレイヤーにも必勝はなく、最善手を打った場合プレイヤー2 は勝つことができないと分かった．しかしながらプレイヤー1 の 1 手目が A ならばプレイヤー2 が必勝になり B に打たれた場合でもその後プレイヤー1 の 2 手目の置き方は 30 通りあり、その中で 19 通りがプレイヤー2 の必勝になるものだった．そのためプレイヤー1 が最善手を知らない場合はプレイヤー2 でも勝つ可能性が見えた．実際に全てのプレイヤーが最善手を知らない状態でプレイしたところ、それぞれが勝利することができた．

本研究では、4×4 の盤ではほぼ引き分けになることが見込まれることから盤の大きさを 5×5 にして解析を行ったが、盤の大きさが一般の場合に解析することも可能であると考えられる．

今回は故意に敗北するプレイヤーがでないためにルール 3 を設定したが、あえてリーチをかけないということは戦略の 1 つになるかもしれないため見直しを検討する．また全プレイヤーが人間であるならば感情があるため特定のプレイヤーを集中的に妨害したり、自分の手を妨害した復讐で勝者選択においてそのプレイヤーを選択しないというケースがでると考えられる．人にプレイしてもらうことで見えるものもあると考える．

### 3. 参考文献

- [1] 溝辺 恭平 : 立体三目並べにおける必勝戦略(2017)  
<https://www.kochi-tech.ac.jp/library/ron/pdf/2017/03/14/a1180484.pdf>
- [2] MAUREEN T. CARROLL, STEVEN T. DOUGHERTY : Tic-Tac-Toe on a Finite Plane, Mathematics Magazine, (2018)
- [3] Oren Patashnik : 4x4x4 Tic-Tac-Toe, Mathematics Magazine, (1980), Taylor&Francis