

ビルディングパズルに対するゼロ知識証明

宮崎 勇斗 真鍋義文
 工学院大学 情報学部 システム数理学科

1. はじめに

ビルディングパズル[1]は矢印の方向から数字の数だけのビルが見えるように高さの違うビルを並べるペンシルパズルである。各マスにはビルの高さを表す数字が入る。ビルディングパズルに対するゼロ知識証明を示す。ビルディングパズルのパズルインスタンスに対して、解答に関する情報を一切開示することなく、解答を知っていることを検証者に確信させることができるプロトコルを示す。本プロトコルはトランプのような物理的カードを用いて実現される。

2. 定義

2. 1 ゼロ知識証明

ゼロ知識証明[5]は、証明者が検証者に自分が持っている命題が真であることを伝えるのに真であること以外の知識を与えずに証明する手法である。

ゼロ知識証明は次の3条件を満たさないとイケない。

1. 完全性

検証者は証明者が持つ命題が真である場合、真であることが必ずわかる。

2. 健全性

検証者は、証明者が持っている命題が偽である場合、高い確率でそれが偽であることが見抜ける。

3. ゼロ知識性

証明者の持つ命題が真であるなら、検証者が証明者から知識を盗もうとしても「命題が真である」こと以外の何も知識を得ることができない。

2. 2 ビルディングパズル

本稿で取り扱うビルディングパズルの問題例を以下の図1の左に、答を図1の右に示す。問題は $n \times n$ の格子のマスから成り立っている。また、各行・列とも1から n までの数字が入り、数字はビルの高さを示すものである。数字と矢印の組は矢印の方向から見たときに見えるビルの数のことである。

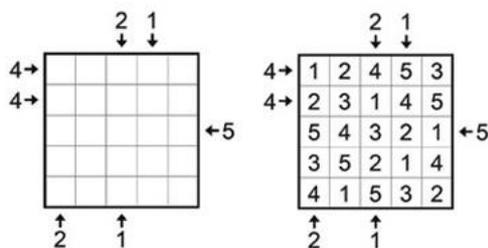


図1：ビルディングパズル

3. 証明プロトコル

3. 1 すべてのマスに1から n が含まれている証明

証明プロトコルではクローバーとハートのカードをおよび、1から n の数字のカードを用いる。ここでは \heartsuit, \clubsuit は全く同じカードが複数枚あり、トランプとは異なる。表が \heartsuit か \clubsuit のマークで、裏が同じ?であるカードを1ビットのデータを2枚で表現する。 $\clubsuit\heartsuit$ の組み合わせを0、 $\heartsuit\clubsuit$ の組み合わせを1とする。答えを知っている人を証明者A、答えを知らない人検証者Bとする。Aはすべてのマスに答えの数字を2進数に変換し、各ビットを2枚のカードで表現したものを伏せる。この証明手続きは数独のゼロ知識証明[3]と同じものである。Aはある行に対して1から n の数字カードを追加する。Aはここである行に対してのヒントのチェックを行う。このヒントのチェックは3. 2で説明される。ヒントのチェックが終わった後使われた行のカードをパイルスクランブルシャッフルし、2進数で表現された答えのカードのみを公開し、1から n があることを確認する。確認後、カードを伏せてもう1度パイルスクランブルシャッフルを適応し1から n が書かれた数字カードを公開し1から n の順になるようにカードを並べる。これをすべての行と列で行う。

このような方法で証明したとき、ゼロ知識証明の性質が満足されることを以下に示す。

1. 完全性

Aが答えにしたがって正しく数字をおくとBが作るすべてのパイルには1から n までのすべての数字が含まれていないとイケない。それらを確認することでBはすべてのカードが解答通りにおかれていることが確認できる。

2. 健全性

Aがカードのある行または列の答えにおいて1から n が1つずつでない場合、不正を必ず検知できる。

3. ゼロ知識性

Bはカードの行と列にカードが1から n 含まれていることは知っているがカードの正確な位置は知ることができない。

以上のことよりゼロ知識証明の条件を満たしている。

3. 2 ヒントに従った配置のチェック

ここでは3. 1での説明で必要になるヒントに従った配列のチェックを行う。実行するためには以下のプログラムを用いる。チェックする行(または列)でヒントの数字から近い方から $X[1], X[2], \dots, X[n]$ とする。 n は格子の大きさである。このプログラムはある矢印から見るビルの高さが k に正しく出力されるプログラムである。まずはじめに $k=1$ とセットし、Maxの値を $X[1]$ と置き、 $X[i]$ と比較を行いMaxが大きければ、次に $X[i+1]$ と比較をし、 $X[i]$ が大きければMaxの値に $X[i]$ の値が入り k の値が1増える。次に $X[i+1]$ と比較をする。この手続きを $i=2$ から n まで $n-1$ 回繰り返す。

Zero knowledge proof for building puzzles

† Hayato Miyazaki · Faculty of Informatics, Kogakuin University

‡ Yoshifumi Manabe · Faculty of Informatics, Kogakuin University

```

int n
int k = 1;
int i;
int Max = X[1];
for(i=2; i<=n; i++) {
    if(X[i] > Max) {
        Max = X[i];
        k++;
    }
}
printf("数は%dです。%n", k);

```

次にこのプログラムで行う値の大小を比較するため金持ちプロトコルと呼ばれるプロトコルが必要になる。

金持ち比べは2つの値を見比べてお互いの値を知ることなくどちらの値が大きいかを調べる手法である。今回の研究では、既存のカードベースプロトコル[2]を用いる。

そしてここからはヒントとしてでている数字とその列の値を用いる。回路ベースの金持ち比べは以下のようなものである。

input : $a = (a_n, \dots, a_1)_2, b = (b_n, \dots, b_1)_2$

```

 $f_1 = \bar{a}_1 \cap b_1;$ 
for(i:2 to n){
     $f_i = (\bar{a}_i \cap b_i) \cup ((\bar{a}_i \cup b_i) \cap f_{i-1});$ 
}

```

output : $f_n (= \text{bool}(a < b))$

このときの結果がコミットされた1ビットデータで与えられる。(♣♡のとき $a < b$, ♡♣のとき $b > a$ となる)

$X[i]$ の配置が別列のチェックにも必要になるので配置を元に戻すための1からnの数字のカードを置く。そしてMaxと $X[i]$ の値をCOPYプロトコル[4]を用いてコピーする。そしてコピーした値を回路ベースプロトコルを用いて比較を行う。そして出力は♣♡または♡♣となる。今回は♡♣のときMaxの方が大きく、♣♡のときは $X[i]$ の方が大きくなるように計算を行う。出力されたカードを裏向きに置き、COPYプロトコルでコピーする。結果の左側のカードをMaxと組にする。右側のカードを $X[i]$ と組にする。そしてこの2組にパイルスクランブルシャッフルを行う。行った後結果のカードのみオープンする。♡のカードがある方を新しいMaxとおく。次に新しいMaxと $X[i+1]$ に対して同じ手順を行う。この流れをn-1回繰り返す。

こうして出力されたn-1回の結果のn-1組のカードをパイルスクランブルシャッフルし結果のカードを公開する。このときの♣♡の組み合わせの個数を数えてその数に基のカウント1を足した結果がヒントとなる数字と同じになればこの行は正しい、そうでなければ正しくない。

そして実行が終わった後、パイルスクランブルカットを用いたあと数字が書かれたカードを公開して正しい配置に戻すことを行う。

この手続きは以下のゼロ知識証明を満たす。

1. 完全性

上記のアルゴリズムで矢印の方向から見えるビルの数を求めることができることは明らかである。したがってAが正しく答えを置いている場合、計算結果はヒントの数字に一致する。

2. 健全性

Aが置いたカードに対して、矢印の方向から見えるビルの数がヒントと異なっている場合、上記アルゴリズムによって不正を必ず検知できる。

3. ゼロ知識性

Bはカードの行と列に対する矢印から見たときのkの値を知ることができるがそれぞれの大小の関係値をしることはできない。

以上のことよりゼロ知識証明の条件を満たしている。

4. 結論

本論文ではカードを用いたビルディングパズルに対するゼロ知識証明のプロトコルを示した。

その結果ゼロ知識証明における条件の完全性、健全性、ゼロ知識性を満たすことが示せた。

参考文献

[1] ビルディングパズルのルールと解き方 (2021年12月1日参照)

<https://jp.calcblocks.com/>

[2] Miyahara, D., Hayashi, Y. i., Mizuki, T., Sone, H.: "Practical card-based implementations of yao's millionaire protocol," Theoretical Computer Science Vol. 803, pp.207-221 (2020).

[3] Sasaki, T., Miyahara, D., Mizuki, T., Sone, H.: "Efficient card-based zero-knowledge proof for sudoku," Theoretical Computer Science Vol. 839, pp.135-142 (2020).

[4] Mizuki, T., Sone, H.: "Six-card secure and and four-card secure xor," Proc. of 3rd International Workshop on Frontiers in Algorithms (FAW 2009), LNCS Vol. 5598, pp.358-369 (2009).

[5] 暗号解説シリーズ 「ゼロ知識証明」について解説!! (2021年12月1日参照)

<https://qiita.com/kenmaro/items/d968375793fe754575fe>