

数学的帰納法を用いた証明問題の自動採点手法の提案

田中 祐成[†] 高木 正則[‡] 市川 尚[‡]

岩手県立大学 ソフトウェア情報学部[†]

1. はじめに

近年、技術革新に伴った社会構造の変化に対応できる力を養うことを目的に高等学校学習指導要領が改訂され、論理的な思考力・判断力・表現力の育成が重視された内容となっている。また、新型コロナウイルスの感染症対策として、遠隔授業や e-ラーニングが再度注目を集めている。一方、論理的な思考力・判断力・表現力を判断するのに有効とされる記述式問題は、自動採点の困難さから CBT(Computer Based Testing)で出題されることが少ない。大学入学共通テストにおいても、記述式問題の導入が検討されていたが、採点方法に課題があり[1]、導入は見送られた。指摘されている 6 つの課題のうち、質の高い採点者の確保は自動採点システムにより解決可能であると考えられる。また、これに限らず、テストの効果的な実施に不可欠な熟練した試験官や採点者の育成にはかなりの時間を要する上、複数の採点者の評価が完全に一致する保証はない。このような状況下で、客観的な評価基準と統計モデルに基づく自動採点の技術を開発することは非常に有用である[2]。

そこで、本研究では、解法がある程度限定的であり、機械的な処理に向いている数学的帰納法を用いた証明問題を対象とし、採点コストの軽減を目的とした自動採点手法を提案する。

2. 関連研究

小西ら[3]は算数・数学の計算問題において、学習者がタブレット上で手書きした数式を自動認識、および採点し、即座にフィードバックできるシステムを提案した。入力に関していくつか制約があるものの、部分点を含めた自動採点が可能なシステムとなっている。

亀田ら[4]は短答記述式問題における、自動採点を見据えた採点支援システムを提案した。亀田らのシステムでは、文字列処理や言語処理ツール、機械学習ツールなどを活用し、採点基準との適合度や多次元ベクトルの機械学習の結果を用いて得点を決定しており、いくつかの課題は残しているものの、文章の類似度だけでなく採点基準に沿った採点を模索している。

Proposal of an Automatic Scoring Method for Proof Problems Using Mathematical Induction

[†] Tanaka Yusei, [‡] Takagi Masanori, Ichikawa Hisashi,
Faculty of software and Information Science, Iwate Prefectural University

本研究は数式と文章が同時に存在する数学的帰納法を対象とした自動採点手法を提案している点で新規性がある。

3. 証明問題の自動採点の課題

証明問題の自動採点の課題は、採点の厳しさ、同値・同義・含意の判定、証明の順序の 3 つである[5]。採点の厳しさとは、数学の証明問題において必要のない採点項目(文字のとめ・はね・はらい等)は間違いにしていけないが、間違った表現を正答の方向へ推測して採点してはいけないということである。同値・同義・含意は、どの程度計算式がまとまっていれば正答とするのか、事前にその範囲を決めておく必要があるということである。証明の順序は、正答と比較したときに違った順序での証明であっても、論理的に正しければ正答とみなせなければならないということである。以上のことを踏まえ、課題の解決が可能なシステムを考案する必要があると考えた。

4. 解答例の収集

4.1 収集方法

数学的帰納法による証明の解答パターンや、採点基準を検討するため、本学部で開講されている情報基礎数学 C の授業で、解答を収集した。情報基礎数学 C の講義は、代数の分野で必要となる数学の基礎的な知識を身に着けることを目的としている講義で、e-ラーニングによる予習を活用した、反転授業の形をとっている[6]。解答は、受講生に対し出題された数学的帰納法の演習問題 2 問の解答を、Google フォームを利用した解答欄に入力してもらい収集した。

4.2 分析

収集した解答全てを手作業で採点し、解答パターンや採点アルゴリズム、採点基準について分析を行った。その結果、“成り立つ”や“与式の宣言”といった、採点のキーワードとなる語句や文章を抽出することができ、入力規則について予め明記しておくことが必要だとわかった。

5. システムの提案

図 1 に提案するシステムの概要図を示す。本システムでは、解答者がキーボードを利用して解答を入力し、任意のタイミングで自動採点することを想定

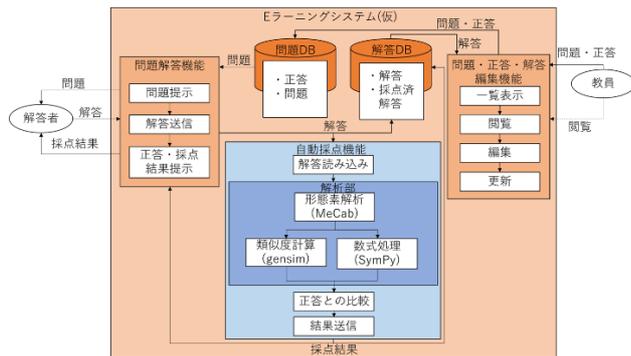


図1 システム概要図

している。この時、採点のプロセスと採点結果の根拠をデータとして残すことで教員が確認できるようにし、自動採点による不確実性を解消できるようにする。

提案システムは解答の入力と採点(解答の読み込み, 解答の解析, 正答との比較, 採点), 採点結果の出力の3つの処理段階に分けることができる。本稿では、このうちの採点処理に焦点を当てたシステムを検討する。以下に自動採点の処理フローの概要を各段階に分けて示す。

5.1 解答の読み込み

各解答を別々のテキストファイルとして保存し、そのテキストファイルを読み込む。

5.2 解答の解析

形態素解析を用いて文章と計算式の判別を行う。形態素解析には、オープンソースの形態素解析器である MeCab[7]を用い、品詞から文章と計算式を判別する。

5.3 正答との比較

文章の意味の一致を判別するために、単語の意味ベクトルを用いた類語判定を用いる。単語の意味ベクトルを合計し、単語の数で割ったものを文章の意味ベクトルとし、正答と比較することで類似度を算出する。類似度は0から1の値で算出されるが、今回は0.9以上の値になったものを正解とする。計算式は途中式を全て因数分解し、因数分解した結果から途中式の前関係が正しいか、正答と同値関係にあるかを判別する。

5.4 採点

採点項目は $n=1$ の時の証明, $n=k$ の時に成り立つことの仮定, $n=k+1$ の時に成り立つことの証明, 結論の4つに分け、各項目1点で4点満点として採点する。

6. 実験

4.1節で収集した解答10問に対して手動と自動採点の両方で採点を行った。手動採点は筆者と本学部

表1 実験結果

採点者	時間	正確さ
自動採点	6分52秒	70%
筆者	15分27秒	100%
A	20分18秒	100%
B	13分48秒	95%

4年生(A, B)に協力してもらった。結果を表1に示す。正確さは事前に用意されている答えと採点結果の一致率から算出した。以上の結果から、採点の正確さは劣るものの、採点時間が大幅に短縮されていることがわかった。

7. おわりに

本稿では、数学的帰納法の証明問題に対する採点コストの削減を目的とした自動採点手法について提案した。また、文章と式をそれぞれに適した手法で評価する本手法を実装したプロトタイプシステムを開発した。大学生が解答した数学的帰納法の回答を本システムで採点した結果、手動に比べ採点の正確さは劣るが、採点コストを削減できることが示唆された。

参考文献

- [1]. 文部科学省: “大学入試の現状について”, 大学入試改革中央教育審議会 124 回配布資料, p. 17, p. 18 (2020)
- [2]. 小林雄一郎: “デジタル技術は人間の知性を再現できるか?-自動採点システムの現状と課題-”, 情報処理学会研究報告, Vol. 2015-CH-105 No. 8 p. 1 (2015)
- [3]. 小西渉, 佐々木進亮, 松下朋永, レ・ドウック・アイン, 中川正樹: “手書き数式認識を用いた算数・数学自動採点システム”, 情報処理学会研究報告, Vol. 2016-CE-133 No. 7 (2016)
- [4]. 亀田雅之, 石岡恒憲, 劉東岳: “短答記述式問題解答文の採点支援システム JS4 の試作”, 言語処理学会, 第 23 回年次大会 発表論文集 (2020)
- [5]. 平井佑樹: “大規模共通試験において数学の証明問題を出題するための検討”, 信州大学総合人間科学研究, 巻 11, p. 35-50 p. 47 (2017)
- [6]. 高木正則: “数学リメディアル教育における反転授業の実践と評価”, 情報処理学会研究報告コンピュータと教育 (CE), 2015-CE-131, No. 14, pp. 1-6, 2015. 10
- [7]. 工藤拓: “MeCab: Yet Another Part-of-Speech and Morphological Analyzer”, 2013-02-18, <http://taku910.github.io/mecab/> (参照 2021-12-24)