

線形量子ネットワークにおけるエンドツーエンドの量子もつれ蒸留

永山 翔太^{1,a)}

概要：量子インターネットにおけるエラー管理手法として期待されている量子もつれ蒸留は、複数のノードにまたがるステートフルかつ確率的な処理を必要とし、通信網にとって大きな負荷となると目される。現在のインターネットの歴史に鑑みると、エラー管理のためにエンドツーエンド原理が考案され、通信網での処理が簡略化されて資源効率が向上し、インターネットのスケラビリティに大きく寄与した。本研究では、量子インターネットの通信資源効率を向上させるため、量子インターネットのエラー管理にエンドツーエンド原理を導入する事を提案する。線形ネットワークでのシミュレーションの結果、エンドツーエンド原理と局所性を用いたエラー管理は、他の設定に比べ、より資源効率が高いことが示された。また、エンドツーエンドエラー管理を用いる場合、誤り耐性型量子コンピュータを利用する等してエンドノードにおける量子ビットのエラー確率を十分に低くできれば、ネットワーク側のエラー確率がエンドノードよりも高くとも、通信網の資源効率を高められる事が分かった。本提案は、量子インターネットの通信容量やスケラビリティの向上、量子自律システムの相互運用性の向上に寄与するものである。また、量子インターネットのルーティングなどに関する既存研究の一部は、処理が複雑なエラー管理を検討スコープから除外している場合がある。本研究の結果は、そのような研究の仮定に一定の妥当性を与える。

End-to-End Error Management in a linear network towards a Quantum Internet

NAGAYAMA SHOTA^{1,a)}

1. イントロダクション

量子インターネットは、量子データを伝送するための広域通信網である [26]。Beyond 5G などの他の次世代ネットワークと異なり、量子インターネットだけが唯一量子データを伝送できる。将来の本格的な量子技術時代には、現行インターネットと併用され、人類社会を支えていくと見込まれる。

量子インターネットの研究は大まかに 3 つに分けられる。アーキテクチャ、ハードウェア、アプリケーションである。アプリケーションでは、例えば、量子コンピュータ

同士を接続することにより、ビザンチン将軍問題に代表される分散計算問題を、より高速に解けるようになる [3]。分散性を重視せずとも、分散量子計算により量子コンピュータのスケラビリティが向上する [13, 19, 31, 40, 43]。現行型コンピュータでは二台のコンピュータを並列化すると計算力は高々二倍になるが、量子コンピュータを二台接続すると、扱える解空間が指数的に広がる [10]。したがって、現行型コンピュータとは並列性やスケラビリティの概念が根本的に異なる。世界規模の量子インターネットが実現すると、世界中の量子コンピュータを接続して、特に大きな問題を解けるようになる可能性がある。量子計算以外にも、量子インターネットには多様な用途が見つまっている。例えば、量子インターネットが持つ共通秘密鍵生成アルゴリズムは、現行の公開鍵暗号と異なり、解読するた

¹ 株式会社メルカリ
Roppongi Hills Mori Tower 18F, 6-10-1 Roppongi, Minato-ku, Tokyo 106-6118, Japan

^{a)} shota.nagayama@mercari.com

めに十分な情報がネットワーク上を流れない [4, 17]。したがって、理論上暗号解読できないという特異性がある。セキュリティでは、通信の秘匿性以外にも、認証や、データのプライバシーにとって重要な Blind 量子計算がある [8]。また、超高精度時刻同期 [24]、超長基線電波望遠鏡 [18]、基準系の補正 [2] など、計算分野に限らない多様な応用が発見されている。応用方法はこれからさらに発見されいくと見込まれる。

信号中継技術はコンピュータネットワークの重要技術であり、現行インターネットにおけるいかなるノードも、信号中継を実行している。量子インターネットにおけるハードウェアの研究では、量子信号中継の原理実証が難しく、実験研究の段階で長らく難航していた。^{*1}2019 年には、量子メモリを活用して、異なるタイミングで届く光子同士に量子操作をかけられるようになった [5]。近年、量子信号中継の原理実証が実現した [34, 35]。古典ネットワークで注目されている全光アーキテクチャの量子ネットワークバージョンも研究されており、全光量子中継の概念実証に成功している [22, 29]。また、22km のフィールド環境で量子もつれを生成する実験も成功している [47]。

量子を自在に操作する研究が進む中、ルーティングアルゴリズムやアーキテクチャなど、量子を用いて巨大なコンピュータネットワークとして組み上げていく仕組みの研究の重要性が増している。量子コンピュータネットワークのアルゴリズムやシステムは、初期の小規模ネットワークが段々と拡張され、相互接続され、大規模ネットワークへ発展していくことを考えたものが望ましい [45]。多々ある課題の中でも、基本となる課題として、リンクレベルで bell pair を生成することや、多数の中間ノードを介して end-to-end で bell pair を生成すること、end-to-end のコネクション管理、さらには各領域に跨る資源管理、エラー管理がまず挙げられる。リンクレベルでは精緻なシミュレーションで動作確認されたプロトコルが存在し [14]、マルチホップで bell pair を生成するために、Local 情報で経路決定を実行する手法 [12, 20] や、グローバルな情報を使って経路を決定する手法 [9, 11, 44]、広いエリアのネットワークリソースを予約し、たまたま成功した link Bell pair を”繋いで” end-to-end Bell pair を生成する手法 [15, 32, 39] が提案されている。事前に非隣接ノード間で Bell pair を作っておく手法は、リクエストがあった際の量子操作が少

なくなり、迅速にリクエストに答えられるが [38]、リクエストが多くなると、作って溜めておく余裕がなくなるので、利得がなくなる [12]。したがって、リクエストで飽和していない環境、例えば一部の VPN のような環境に適していると考えられる。また、graph state と呼ばれる多量子ビットもつれ状態を遠隔で生成するためのルーティング手法の提案もある [33]。End-to-end で connection を生成する手法の提案もある [30]。多重化は量子インターネットのリソース管理においても有効であり、時間分割多重化・空間分割多重化・統計多重化の有効性が報告されている [1]。エンドツーエンドの量子通信を可能にするために設計された量子ネットワークプロトコルも提案されている [27]。

1.1 関連研究

現実的なエラー管理手法として、エラー検知する基本操作である量子もつれ蒸留がある [7]。量子もつれ蒸留は、ノイズの乗った通信環境でもノイズをなかったことにでき、また、他のエラー管理手法に比べて実現難易度が低い素晴らしい手法であり、量子通信にとって大変重要である。しかし、量子もつれ蒸留は bell pair を共有しているノード間の同期処理であり、多用するとネットワーク上の処理が煩雑になるという問題がある。この煩雑さの原因は、量子もつれ蒸留の成否が確率的であり、この確率は入力状態に依存して変動する上に、成否を確認するためには遠隔ノード間で通信する必要があることである。量子もつれ蒸留の詳細については Subsec. 2.5 で述べる。成否を確認できるまで量子メモリを保持しておく必要があるため、ネットワークにとっての負荷が高い。特に、中継ノード間で量子もつれ蒸留を実行する必要がある場合、複数の通信が互いにリソースをブロックし合うため、スケーラビリティを大きく損なう恐れがある。つまり、量子もつれ蒸留は偉大な先行研究であるものの、それを実際のネットワークワイドで当てはめようとする、その運用指針は未だに明らかになっていない。そこで本研究では、end-to-end 原則を量子もつれ蒸留スキームに導入する。現行インターネットの研究開発において有効であった end-to-end 原則に基づくエラー管理 [36] が量子インターネットでも有効であることを仮説として、シミュレーションによって検証する。この中で、量子もつれ蒸留を下記の 3 パターンに分け、効果を分析する。

リンクレベルの量子もつれ蒸留 隣接ノード間の量子もつれ蒸留である。リンク量子もつれの生成の一環として捉えることもできる。

インターネットワーキングレベルの量子もつれ蒸留 非隣接ノード間の量子もつれ蒸留である。遠く離れたノード間で量子もつれ蒸留になるため、成否を確認するための通信時間が長く、負荷が高い。

end-to-end レベルの量子もつれ蒸留 成否を確認するた

^{*1} そのため、量子信号中継は実行せず、各ノードで量子通信アプリケーションを毎度終端してしまおうというアイデアに基づくスピンオフが生まれた。この結果生まれたのが量子鍵配送ネットワークであり、量子通信技術を使って現代インターネットのための暗号鍵を生成する特定目的ネットワークである。各リンクで量子鍵配送を実行して暗号秘密鍵を生成し、秘密鍵を他の秘密鍵でカプセル化して伝送することを繰り返すことで、エンドノード間に秘密鍵を共有する。共に量子ネットワークと呼ばれるため混同しやすいが、End-to-End で量子通信アプリケーションを実行でき、汎用通信網である量子インターネットとは異なる。

めの通信時間が最も長くなるが、エンドノード間の量子もつれ蒸留となるため、ネットワークの負荷とは切り離して考えることができる。

本研究では、ネットワークにとって特に高負荷であるインターネットワークレベルの量子もつれ蒸留を実行せず、リンクレベル及び end-to-end レベルでのみ量子もつれ蒸留を実行することを、「end-to-end 原則を持ち込んだエラー管理」として定義する。

その結果、end-to-end 原則を用いるエラー管理は、他のセッティングに比べてリソース効率が良いことがわかった。また、現行インターネットにおいても CDN 等によるデータや計算資源の局所性が大変有効であるように、量子インターネットにおいても局所性は重要であることが、シミュレーションによって確認できた。一方で、拠点間の暗号通信などローカライゼーション不可能なアプリケーションもある。十分に長くなるとインターネットワーキングレベルでの量子もつれ蒸留が必要になる。中継ノードで量子もつれ蒸留する方法もあるが、当該ノードが処理する短距離通信をブロックする恐れがある。この解決には、中継ノードにサイドボックスを付けることが有効であると考えられる。本研究で提案するエラー管理の end-to-end 性と 2 プロトコルシステムは、量子インターネットを大規模分散システムとして組み上げていく中で、スケーラビリティに大きく貢献していくと考えられる。また、集団原子や希土類など、量子もつれ蒸留のような複雑な量子操作が難しい物理系の量子ビットを用いて量子ルータを作り、量子インターネットを構成する場合に役立つ [28, 35]。また、量子インターネットのルーティング等のアルゴリズムに関する既存研究は、その複雑性ゆえに、エラー管理を仮定から除外していることがある。本研究の結果は、そのような研究の仮定に妥当性を与える。最後に、本研究の結論として、短距離用の end-to-end エラー管理をおこなうプロトコル及び超長距離用の non-end-to-end エラー管理をおこなうプロトコルの 2 種類を基本プロトコルとして併用する量子インターネットを提案する。

1.2 Related Work

量子インターネットを想定した量子もつれ蒸留についての研究はいくつかある。しかし、いずれの研究も、ネットワークとしての運用を考慮しているものではない。Van Meter *et al.* らの研究は、量子もつれ蒸留を用いるシステムデザインについて提案し、量子もつれ蒸留の scheduling algorithm について分析しているものの、量子もつれ蒸留に必要な古典通信時間について考慮していない [42]。Brand *et al.* らの研究は通信処理を開始してから最初に生成される end-to-end bell pair の生成時間と忠実度の計算を目的としており、ネットワークの負荷については考慮しておらず、また、Pauli frame の通信時間については考慮し

ていない [6]。Khatri *et al.* らの研究は最初の end-to-end bell pair 生成までの平均時間と、最大何ホップの bell pair を作れるか計算している。しかし、量子もつれ蒸留は link level での bell pair 生成プロトコルに含んでいることにしているのみで、陽に考慮していない。また、end-to-end 量子もつれ蒸留を含むマルチホップ量子もつれ蒸留については全く考慮していない [25]。Santra *et al.* らは、量子もつれスワッピングの nesting level（実際的には距離を表す）に応じて異なる種類の量子メモリを使うことにより、効率よく遠距離まで bell pair を繋げていく提案をおこなった [37]。隣接ノードとの bell pair を生成する量子メモリの負荷を下げる効果があるが、量子もつれ蒸留については考慮していない。これらの研究は、end-to-end の bell pair を生成する際のネットワークの負荷について十分考慮していない。スケーラブルな量子インターネットを構築するためには、量子もつれ蒸留によるネットワークの負荷について検討する必要がある。

2. Quantum Information and Quantum Networking

量子情報処理の量子ビットは、特徴として、重ね合わせと量子もつれを持つ。量子ビットはベクトルで表現され、 $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ として

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

と表現される。 α と β は 0 と 1 に対応する基底ベクトルそれぞれの係数となる複素数であり、この係数の存在により、量子ビットが 0 と 1 を同時に扱うという「重ね合わせ」現象が表現される。量子ビットを測定する際には $|\alpha|^2$ と $|\beta|^2$ がそれぞれ 0 と 1 の出現確率になる。量子もつれは 2 つ以上の量子ビットが存在する時に現れる特徴であり、例えば

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \quad (2)$$

という形式で表現される。2 つのコインを用いてコインフリッピングを行うと、2 つの結果の確率には相関関係が何ら存在しない。しかし、量子ビットの場合には相関を作れる。この例では、量子ビット a の値が 0 のときは量子ビット b も 0、量子ビット a の値が 1 のときには量子ビット b も 1 という相関が存在しており、この相関には量子ビット a が 0(1) のとき量子ビット b は 1(0) という状態は含まれていない。これは我々の直感に反する相関が、量子特有の相関である。この相関状態は量子もつれと呼ばれる。相関関係なので、量子もつれには向きがない。実は、 $|\Phi^+\rangle$ を任意の 2 ノード間に生成するのが、量子インターネットのもっとも基本となる機能である [41]。

2.1 量子状態エラー

量子ビットには、ノイズによる環境との相互作用等によってエラーが発生する。エラーは意図しないゲート操作の発生と見做すことができる。例えば、意図せずビット反転操作を行えばビット反転エラー (X エラー) であるし、意図しない位相反転操作は位相反転エラー (Z エラー) である。 $|\Phi^+\rangle$ にビット反転エラー・位相反転エラー・もしくは両方のエラーがどちらかの量子ビットに起こると、それぞれ下記の状態になる。

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) \quad (3)$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) \quad (4)$$

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle) \quad (5)$$

どちらかの量子ビットに同じエラーがもう一度発生すると、 $|\Phi^+\rangle$ に戻る。最大限にもつれた 2 量子ビット状態の中でも、 $|\Phi^+\rangle$ 、 $|\Psi^+\rangle$ 、 $|\Phi^-\rangle$ 、 $|\Psi^-\rangle$ の 4 状態は Bell state と呼ばれている。本研究では、 $|\Phi^+\rangle$ を、目的の Bell pair として、エラー状態として $|\Psi^+\rangle$ 、 $|\Phi^-\rangle$ 、 $|\Psi^-\rangle$ を扱う。

量子状態は fidelity と呼ばれる期待値を持っており、fidelity は本来あるべき状態にどれほど近いかを示す尺度である。fidelity = 1 のとき量子ビットは理想の状態にあり、エラーの発生し得る環境下では、fidelity < 1 となる。したがって、エラー訂正機能のない link で生成される Bell pair の fidelity は 1 より低い。密度行列として $|\Phi^+\rangle\langle\Phi^+|$ の形にして統計的に扱うことで、理想的な状態とエラーした状態を足し合わせて扱うことが可能になる。Equ. 11 は、本研究で扱う、エラーのある bell pair の量子状態のモデルである。

$$\rho = A|\Phi^+\rangle\langle\Phi^+| + B|\Psi^+\rangle\langle\Psi^+| + C|\Phi^-\rangle\langle\Phi^-| + D|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| \quad (6)$$

A は理想的な状態を取っている確率であり、fidelity に相当する。B, C, D は、エラーによって発生する状態それぞれを取っている確率である。完璧な量子操作や量子メモリには未だ至っていないため、量子状態の fidelity は操作の度、また、メモリで待機中にも悪化していく。

2.2 光子ロス と量子複製原理

量子インターネットのは光子を用いて通信する。しかし、光子を遠方まで飛ばすのは困難を伴う。例えば、光子が光ファイバーを通っている間に光ファイバー自体に光子が吸収されてしまう光子ロスが発生する [16]。定量的には、光ファイバーが持つ attenuation rate に依存して、到達する光子数は約 22km 毎に $\frac{1}{e}$ になる。すなわち、距離 L(km) に対して

$$\text{loss rate} = \frac{1}{e^{\frac{L}{22}}} \quad (7)$$

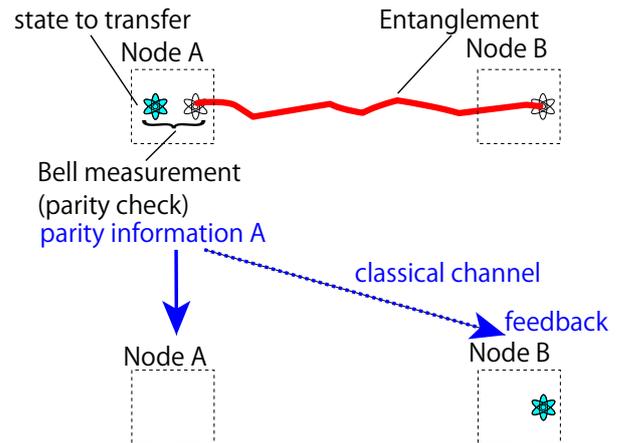


図 1 Procedure of quantum teleportation.

となる。しかも、no-cloning theorem という、量子ビットのバックアップを作れないという定理が存在する [46]。したがって、伝送すべき大切な量子データを lossy quantum channel に直接通すのは大変危険である。

2.3 再製造可能な $|\Phi^+\rangle$ と量子テレポーテーション

Lossy quantum channel を用いて量子データを伝送する手法として、quantum teleportation がある。Quantum teleportation を利用すると、既に存在する $|\Phi^+\rangle$ を消費することで、新たに量子チャンネルを用いずとも任意の量子ビットを遠方に伝送することが可能になる。図 1 に quantum teleportation の様子を図示する。測定によって Node A の量子ビットは消滅するが、Node B に残る量子ビットが目的の量子ビットと同じ状態になっている。Quantum Teleportation の操作の詳細については Sec. ?? を参照されたい。 $|\Phi^+\rangle$ は何度でも作成可能なりソースなので、lossy channel を通して作成しても問題ない。したがって、量子インターネットではまず $|\Phi^+\rangle$ を作成し、 $|\Phi^+\rangle$ を利用して quantum teleportation を実行することで、本当に送りたいデータを伝送する。

2.4 量子もつれスワッピング

しかし、光子ロスにはまだ問題がある。失われず生き残る光子数は距離に対して指数的に減っていくため、Direct Transmission は距離に対してスケールせず、遠方と量子通信することは難しい。この問題を解決するのが量子もつれスワッピングと呼ばれる、量子もつれを“繋げ”、量子中継機能を実現する操作である [7, 23]。図 2 に、量子もつれスワッピングの様子を図示する。n 個に区切った区間で量子もつれを生成し、出来た量子もつれを量子もつれスワッピングで“接続”して end-to-end の量子もつれを生成することにより、指数的に下がる到達率の問題を解決する。これにより、ロス確率は

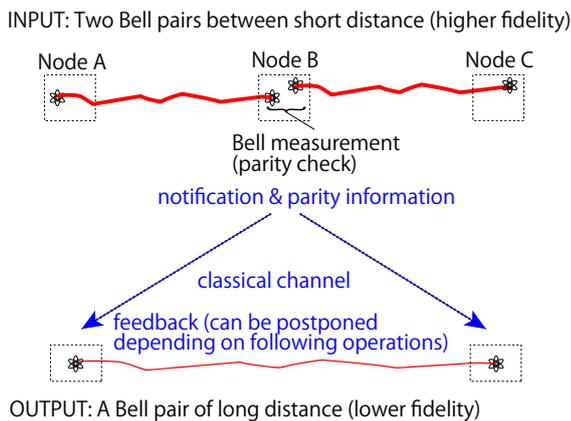


図 2 量子もつれスワッピングの模式図。残る量子ビットへのフィードバック（測定結果によって、X,Y,Z ゲートのいずれか）は、後続のオペレーション次第で、遅延可能である。特に、後続の量子もつれスワッピングならびに量子もつれ蒸留はフィードバックを掛ける前か開始可能である。

$$\text{loss rate} = \frac{1}{e^{\frac{22}{2n}}} \quad (8)$$

となり、適切な n を選ぶことで、遠距離での量子もつれ生成がスケールするようになる。量子インターネットでは、経路中の各リンクで作成した link Bell pair を”繋げて”end-to-end の Bell pair を生成し、繋げた量子もつれを用いて量子テレポーテーションを実行することにより、エンドノード間で任意の量子データの伝送を実現する。

2.5 量子もつれ蒸留

量子インターネットの重要な機能として、エラー管理がある。エラー検知によって Bell pair の fidelity を向上させるアルゴリズムが量子もつれ蒸留である。複数ある量子もつれ蒸留アルゴリズムの中でもっとも現実的なもののイメージを図 3 に示す [7]。このエラー検知にも bell pair を消費するため、量子もつれ蒸留は 1 セットの Bell pair を消費して別の 1 セットの fidelity を向上させるアルゴリズムとなっている。また、エラー検知された bell pair を廃棄することで、fidelity を向上させるという仕組みである。したがって、成功した場合にのみ高い fidelity を持つ Bell pair が生成される、確率的なアルゴリズムとなっている。

エラー検知の仕組みはパリティ検出である。エラーがない場合、2 セットの bell pair は両方とも、Node A の量子ビットが 0 (1) のときは Node B も 0 (1) となっている。したがって、Node A が保持する 2 つの量子ビットの bit パリティと、Node B が保持する 2 つの量子ビットの bit パリティは、具体的な偶奇こそわからないものの、一致する。エラーがない場合の量子状態は

$$|\Psi_{01}^+\rangle \otimes |\Phi_{23}^+\rangle = \frac{1}{2}(|0_0 0_1 0_2 0_3\rangle + |0_0 0_1 1_2 1_3\rangle + |1_0 1_1 0_2 0_3\rangle + |1_0 1_1 1_2 1_3\rangle) \quad (9)$$

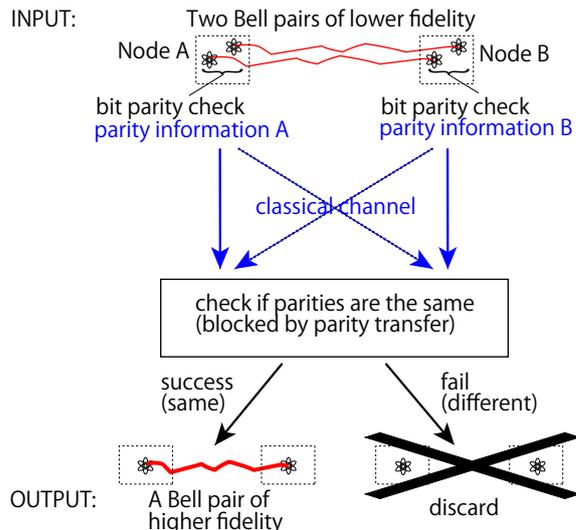


図 3 量子もつれ蒸留の模式図。成否は確率的である。入力される量子ビットの fidelity が高いほど、成功率が高くなる。

となる。Equ. 9 では、量子ビット 0 と量子ビット 2 が Node A に、量子ビット 1 と量子ビット 3 が Node B にある。展開後の重ね合わせの各要素の中身を見てみると、量子ビット 0 と量子ビット 2 のパリティと、量子ビット 1 と量子ビット 3 のパリティは一致している。エラーがある場合として、例えば量子ビット 1 がビット反転している場合を考える。

$$|\Psi_{01}^+\rangle \otimes |\Phi_{23}^+\rangle = \frac{1}{2}(|0_0 1_1 0_2 0_3\rangle + |0_0 1_1 1_2 1_3\rangle + |1_0 0_1 0_2 0_3\rangle + |1_0 0_1 1_2 1_3\rangle) \quad (10)$$

この場合、量子ビット 0 と量子ビット 2 のパリティと、量子ビット 1 と量子ビット 3 のパリティは一致しない。このパリティ検出によりエラーを検知するわけであるが、パリティ検出に消費された Bell pair と、残っている Bell pair のどちらにエラーがあったかまでは分からない。したがって、エラーが検知された場合には、出力された Bell pair を廃棄する必要がある。なお、2 セットの Bell pair の両方にビット反転エラーが存在する場合、エラーは検知されない。

以上のように、測定されたパリティをお互いに知らせて成功と失敗を判断しなければならないアルゴリズムとなっている。1 回の量子もつれ蒸留 毎に 1bit の情報を送り合うことになるため、古典通信リソースの消費は大したことがないが、相手のノードでの測定結果が届くのを待つ間、成否に関わらず量子メモリを専有する問題がある。これは通信リソースの消費であるため、スケラビリティ上の問題となる。特に、非隣接ノード間で量子もつれ蒸留を実行すると、通信時間が長くなるため、この問題は大きくなる。Sec. 3 で詳しく述べる。

なお、位相反転エラーを検知するためには、Hadamard gate という、量子ビットのビット成分と位相成分を交換するゲート操作を行い、再度量子もつれ蒸留を実行する。

したがって、2回量子もつれ蒸留を行うと、Bell pair の fidelity は大きく向上する。(fidelity 自体は、ビット反転もエラー反転も取り込まれた単一指標となっている。) アルゴリズムの詳細については ??を参照されたい。

3. 問題提議

本研究で解決する問題を図 4 に表示する 2 台のエンドノード (EN0, EN5) の間に、中継ノードが 4 台 (IN1, IN2, IN3, IN4) がある。これらは光ファイバー等で接続されており、隣接ノード間では量子メモリをもつれさせて、link Bell pair を生成できる ($t = 0$)。Fidelity が低い場合、link Bell pair レベルでの量子もつれ蒸留を織り込んだ上で link Bell pair を出力することもできる。さて、隣接ノード間で生成した量子もつれは、量子もつれスワッピングによって“繋げる”ことができる ($t = 1$)。しかし、接続前の両方の Bell pair の fidelity を受け継ぐため、fidelity が下がる。量子もつれスワッピングを繰り返すとさらに遠くのノード間で Bell pair を共有することができるが、fidelity がさらに下がる ($t = 2$)。Fidelity を上昇させるためには entanglement 量子もつれ蒸留を実行する (internetworking level での量子もつれ蒸留)。量子もつれ蒸留を実行すると、両ノード (EN0, IN4) での観測結果を照らし合わせるために、観測結果を古典チャンネル (おそらくインターネット) で伝送し合う必要が生じ、待ち時間が発生する ($t = 2 \sim 6$)。照らし合わせた結果、成功であれば、fidelity の良い Bell pair が出力される ($t = 6$)。この待ち時間はネットワークの負荷となり、遠くなればなるほど観測結果の伝送時間が増大するため、負荷が大きくなる。しかも、この待ち時間の間にも量子メモリは decoherence の効果を受けるため、さらなる量子もつれ蒸留の必要性が増大してしまう。

なお、連なるリンク数が 2^n 倍でない場合、量子もつれスワッピングによる接続には、Bell pair (QNI8-QNI9) のような“余り”が発生する。この“余り”によってどの Bell pair をどういうタイミングで作ら始めるかという問題が生じるが、量子通信リクエストがまとまった数の Bell pair を要求しており、十分な速度で連続的に Bell pair を作っている場合、生成される Bell pair (QNI0-QNI7) の集団と Bell pair (QNI8-QNI9) の集団の中には同じタイミングで生成されるものが存在すると期待できる。したがって、迅速に次の量子もつれスワッピングに移行できる ($t = 7$)。Bell pair (QNI0-QNI9) の fidelity が不足している場合、複数の Bell pair を用意して量子もつれ蒸留を実行することもできる (End-to-End level の量子もつれ蒸留)。

4. End-to-End Principle for 量子もつれ蒸留

本研究では、通信におけるネットワークの負荷を下げるため、量子もつれ蒸留はローカルリンクレベルもしくは

End-to-End レベルで実施することを提案する。概要を図 5 に図示する。図 4 では、中継ノードでも非ローカル量子もつれ蒸留を実行していた。図 5 に図示している本提案では、非ローカル量子もつれ蒸留はエンドノード同士でのみ実行することとする。これにより、中継ノードでの量子メモリ専有時間が減るので、ネットワーク側の負荷が減り、量子インターネットのスケラビリティが向上することが期待できる。一方で、当然ながら、end-to-end bell pair はネットワークのリソースを消費することで生成されるため、end-to-end 量子もつれ蒸留を実行するには、入力とする 2 セットの bell pair の分だけネットワークに負荷をかけていることになる。したがって、この負荷の軽減と増加の兼ね合いによって、リソース効率の面での効果が決定する。本研究では、このリソース効率についてシミュレーションを用いて検証した。

5. シミュレーション

本研究では、シミュレーションによって、図 4 および図 5 において要求された fidelity を持った end-to-end 量子もつれ 1 つを生成する際に生じるネットワーク (中継ノード) およびエンドノードでの総量子ビット占有時間を計算した。

5.1 モデル

本研究では、量子状態のモデルとして Equ. 11 を扱う。各 time step において、エラー確率 p によって状態が変化していく。 $1 - p$ の確率で同じ状態が維持 (Identity gate) され、 $\frac{p}{3}$ によって X, Y, Z エラー (unintended X, Y, Z gates, respectively) が発生する。図 6 に状態遷移図を図示する。時刻 t の状態を

$$\rho_t = A_t|\Phi^+\rangle\langle\Phi^+| + B_t|\Psi^+\rangle\langle\Psi^+| + C_t|\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| + D_t|\Phi^-\rangle\langle\Phi^-| \quad (11)$$

としたとき、 $t + 1$ では

$$\begin{aligned} \rho_{t+1} = & \left\{ (1-p)A_t + \frac{p}{3}(B_t + C_t + D_t) \right\} |\Phi^+\rangle\langle\Phi^+| + \\ & \left\{ (1-p)B_t + \frac{p}{3}(A_t + C_t + D_t) \right\} |\Psi^+\rangle\langle\Psi^+| + \\ & \left\{ (1-p)C_t + \frac{p}{3}(A_t + B_t + D_t) \right\} |\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| + \\ & \left\{ (1-p)D_t + \frac{p}{3}(A_t + B_t + C_t) \right\} |\Phi^-\rangle\langle\Phi^-| \quad (12) \end{aligned}$$

となる。

5.1.1 量子もつれスワッピングにおけるエラー

量子もつれスワッピングに入力される 2 セットの Bell pair が持つエラーによって、出力される Bell pair が持つエラーが決まる。表 1 に一覧する。このエラー状態の変化の他に、量子もつれスワッピングという量子操作自体も fidelity を悪化させる。したがって、量子もつれスワッピングにおけるエラーのシミュレーションでは、表 1 の

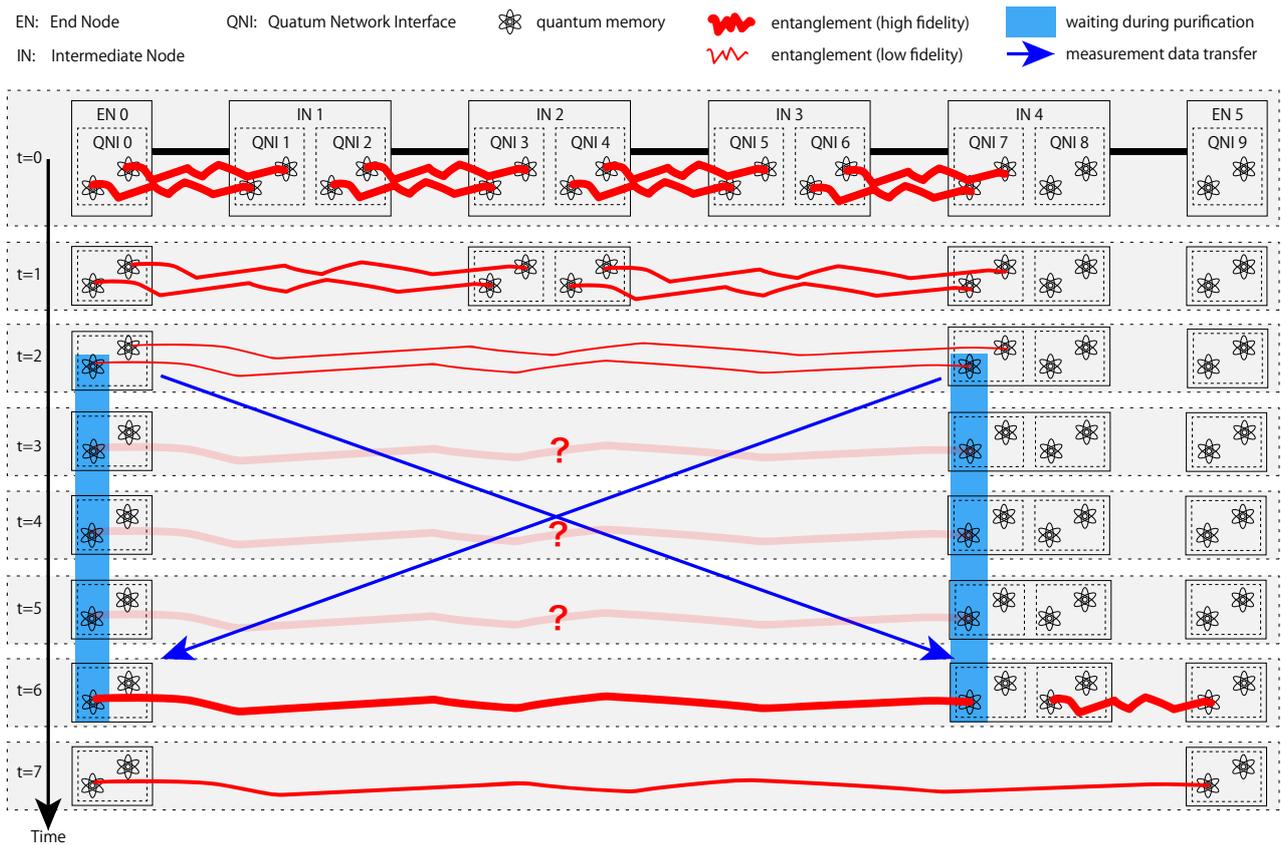


図 4 量子もつれ蒸留によって引き起こされるネットワーク負荷の例。エンドノード (EN) は quantum network interface (QNI) を持っており、中継ノード (IN) は、2つの QNI を持っている。中継ノードは QNI 間で量子もつれスワッピングを実行できる。各ノードは、量子もつれ蒸留を実行できる。見やすくするため各 QNI 内に 2 つずつの量子ビットを描画しているが、各 QNI は多数の量子ビットを持てる。

ようなエラー状態の変化について考慮した後、図 2 における Node B の持つ操作エラー確率 P_{op} に依存して Equ. 12 と同様の操作を加え、また、Node A と C の持つメモリエラー確率 P_{mem} に依存して同様の操作を加える。これらの操作は、量子メモリ 4 つを専有する 1 回分の単位時間で実行される。量子もつれスワッピングのパリティ information の feedback は、続く操作が量子もつれスワッピングもしくは量子もつれ蒸留の場合は、後者の操作を実施後に反映することができる。したがって、本研究においては量子もつれスワッピングのパリティ information の伝送待ち時間を考慮しない。

5.1.2 量子もつれ蒸留におけるエラー

量子もつれ蒸留に入力される 2 セットの Bell pair が持つエラーによって、出力される Bell pair が持つエラーが決まる。表 2 に一覧する。量子もつれスワッピングと同様に、量子もつれ蒸留という量子操作自体も fidelity を悪化させる。したがって、量子もつれ蒸留におけるエラーのシミュレーションでは、表 2 のようなエラー状態の変化について考慮した後、図 3 における Node A および B の持つ操作エラー確率 P_{op} に依存して Equ. 12 と同様の操

input 1	input 2	output
$ \Phi^+\rangle$	$ \Phi^+\rangle$	$ \Phi^+\rangle$
$ \Phi^+\rangle$	$ \Psi^+\rangle$	$ \Psi^+\rangle$
$ \Phi^+\rangle$	$ \Phi^-\rangle$	$ \Phi^-\rangle$
$ \Phi^+\rangle$	$ \Psi^-\rangle$	$ \Psi^-\rangle$
$ \Psi^+\rangle$	$ \Phi^+\rangle$	$ \Psi^+\rangle$
$ \Psi^+\rangle$	$ \Psi^+\rangle$	$ \Phi^+\rangle$
$ \Psi^+\rangle$	$ \Phi^-\rangle$	$ \Psi^-\rangle$
$ \Psi^+\rangle$	$ \Psi^-\rangle$	$ \Phi^-\rangle$
$ \Phi^-\rangle$	$ \Phi^+\rangle$	$ \Phi^-\rangle$
$ \Phi^-\rangle$	$ \Psi^+\rangle$	$ \Psi^-\rangle$
$ \Phi^-\rangle$	$ \Phi^-\rangle$	$ \Phi^+\rangle$
$ \Phi^-\rangle$	$ \Psi^-\rangle$	$ \Psi^+\rangle$
$ \Psi^-\rangle$	$ \Phi^+\rangle$	$ \Psi^-\rangle$
$ \Psi^-\rangle$	$ \Psi^+\rangle$	$ \Phi^-\rangle$
$ \Psi^-\rangle$	$ \Phi^-\rangle$	$ \Psi^+\rangle$
$ \Psi^-\rangle$	$ \Psi^-\rangle$	$ \Phi^+\rangle$

表 1 量子もつれスワッピングへの入力状態と、対応する出力状態。

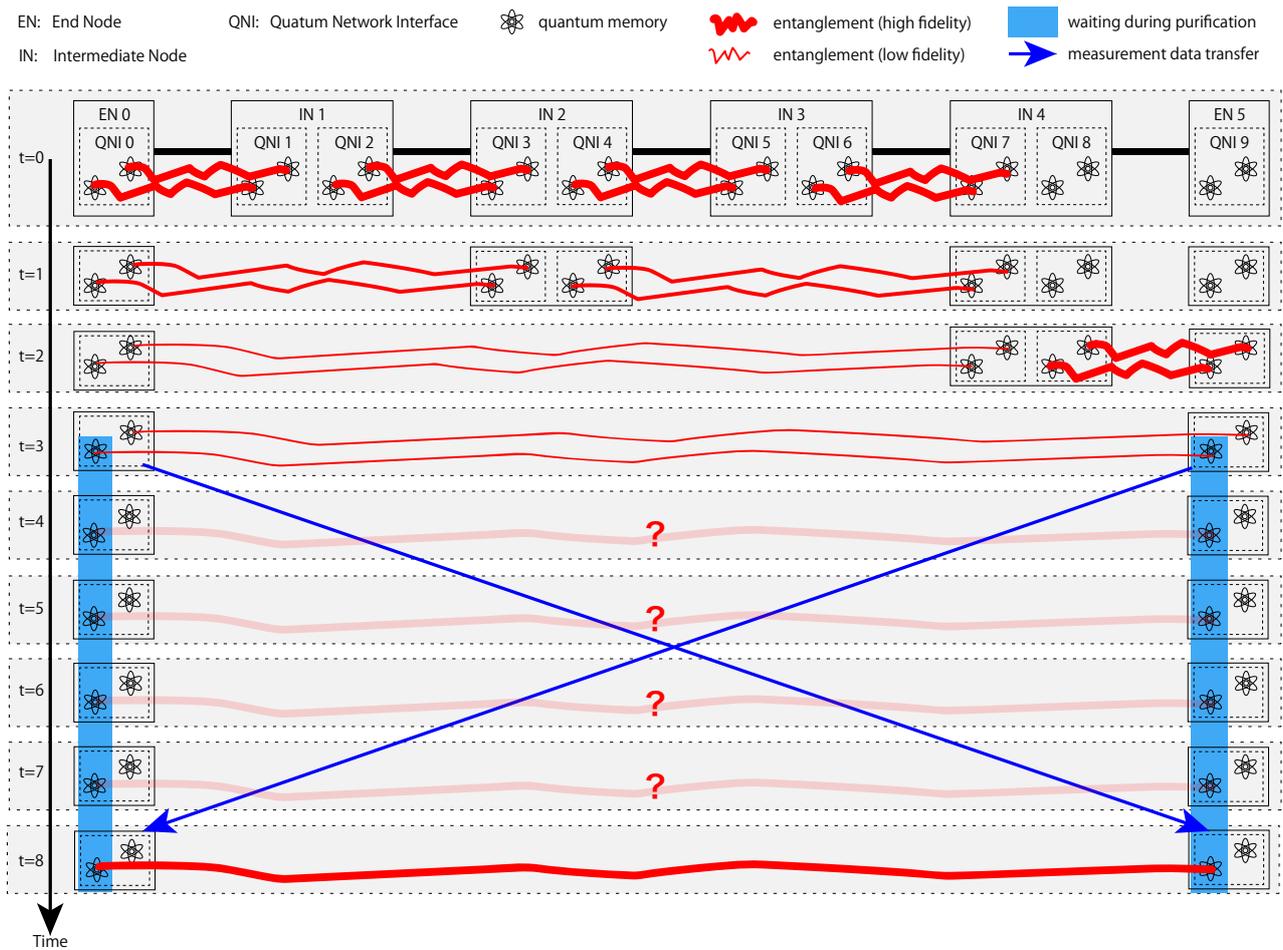


図 5 中継ノードでは非局所的な量子もつれ蒸留を実行しないアーキテクチャ。

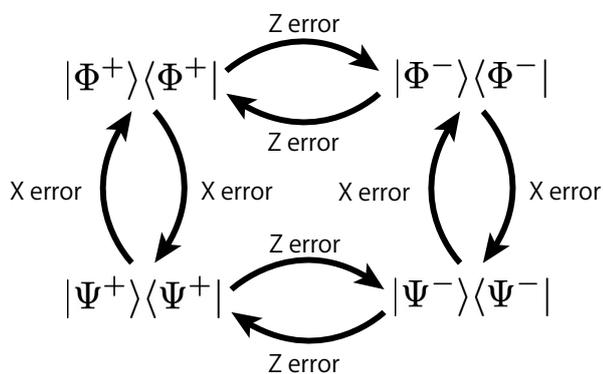


図 6 エラーによる状態変化。

input 1	input 2	output
$ \Phi^+\rangle$	$ \Phi^+\rangle$	$ \Phi^+\rangle$
$ \Phi^+\rangle$	$ \Psi^+\rangle$	discard
$ \Phi^+\rangle$	$ \Phi^-\rangle$	discard
$ \Phi^+\rangle$	$ \Psi^-\rangle$	$ \Psi^-\rangle$
$ \Psi^+\rangle$	$ \Phi^+\rangle$	discard
$ \Psi^+\rangle$	$ \Psi^+\rangle$	$ \Psi^+\rangle$
$ \Psi^+\rangle$	$ \Phi^-\rangle$	$ \Phi^-\rangle$
$ \Psi^+\rangle$	$ \Psi^-\rangle$	discard
$ \Phi^-\rangle$	$ \Phi^+\rangle$	discard
$ \Phi^-\rangle$	$ \Psi^+\rangle$	$ \Phi^-\rangle$
$ \Phi^-\rangle$	$ \Phi^-\rangle$	$ \Psi^+\rangle$
$ \Phi^-\rangle$	$ \Psi^-\rangle$	discard
$ \Psi^-\rangle$	$ \Phi^+\rangle$	$ \Psi^-\rangle$
$ \Psi^-\rangle$	$ \Psi^+\rangle$	discard
$ \Psi^-\rangle$	$ \Phi^-\rangle$	discard
$ \Psi^-\rangle$	$ \Psi^-\rangle$	$ \Phi^+\rangle$

表 2 量子もつれ蒸留への入力状態と、対応する出力状態。

作を加えた。これらの操作は、量子メモリ 4 つを占有する 1 回分の単位時間で実行される。量子もつれスワッピングと異なり、量子もつれ蒸留のパリティ information の伝送は量子もつれ蒸留の成否に関わるため、続く操作を先に実行することができない。このため、ホップ数 d に比例する伝送時間分だけ、Node A と B のメモリエラー確率 P_{mem} に依存して Equ. 12 の操作を加える。また、この伝送待ち時間のリソース消費として、量子メモリ 2 つを占有する d 回分の単位時間を追加で計上した。

5.1.3 量子もつれ蒸留の成功確率

前述の通り、量子もつれ蒸留には、discard がある。統計的に見ると、これは元のエラー状態に依存する成功確率として記述できる。本件研究では、Equ. 11 と表 2 を照らし合わせ、入力 Bell pair 0 と 1 があるとしたとき、 $(A_0 + D_0) * (A_1 + D_1) * (B_0 + C_0) * (B_1 + C_1)$ を成功確率とした。入力 Bell pair を生成するために消費したリソース消費量にこの成功確率の逆数をかけることで、出力 Bell pair を生成するためのリソース消費量を計算した。

5.2 仮定

本研究のシミュレーションでは、以下の仮定を置く。

- *raw Bell pair generation rate*: 光子ロス等を考慮して、リンクレベルの Bell pair を生成する確率。0.01 とした。現状の実験結果より良いが、将来実現可能な範囲であると考えられる。本研究における量子もつれ蒸留手法の比較には影響しない。
- *unit time*: 0.0001 秒。光ファイバー中を光が約 20km 進む時間に相当する。
- *raw bell pair generation rate*: 1/unit time。
- *link-level fidelity threshold (L2 fidelity threshold, temporarily named after classical OSI model)*: リンクレベルの Bell pair の fidelity がこの閾値を下回っていた場合、(再帰的に) 量子もつれ蒸留を実行する。0.90, 0.99, 0.999 の 3 パターンについて検証した。
- *internetworking-level fidelity threshold (L3 fidelity threshold)*: インターネットワーキングレベル Bell pair の fidelity がこの閾値を下回っていた場合、(再帰的に) 量子もつれ蒸留を実行する。0.90, 0.99, 0.999 の 3 パターンについて検証した。
- *end-to-end-level fidelity threshold (L4 fidelity threshold)*: end-to-end Bell pair の fidelity がこの閾値を下回っていた場合、(再帰的に) 量子もつれ蒸留を実行する。エンドノードでアプリケーション側に渡される Bell pair の fidelity にもなる。本研究では 0.99 とした。
- *raw bell pair fidelity*: 各リンクで生成される Bell pair の fidelity。0.8 とした。

- *memory error rate at 中継ノード*: 0.0001。0.0001 の確率で、X エラー/Z エラー/Y エラーのいずれかが発生する。Artificial value だが、実験で確かめられている量子ビットの寿命と整合性が取れている (unit time は 0.0001 秒であるため、0.8240 秒で fidelity が 0.5 を下回る)。
- *operation error rate at 中継ノード*: 0.0001。量子もつれスワッピングを実行した際の Bell 測定でエラーが起こる確率。量子もつれ蒸留を実行した際には、左右でそれぞれこのエラー確率をかけている。
- *memory error rate at エンドノード*: 0.0001, 0.00001, 0。エンドノードの能力を複数試し、比較する。
- *operation error rate at エンドノード*: 同上。

5.3 結果

図 7(a)、7(b)、7(c)、7(d) に、シミュレーション結果を図示する。これらの図では、ネットワークの負荷を考察するため、エンドノード 同士を繋げるノード数に対して、特定の fidelity (0.990) を持つ end-to-end Bell pair を 1 つ生成するために中継ノードで専有する量子ビットの総時間をシミュレートしている。なお、エンドノードでの量子ビット占有時間や、両者を足した total での占有時間は、appendix の Sec. ?? に記載している。全体的に、まず L2 レベルで高い fidelity 閾値 (0.999) を設定して量子もつれ蒸留を実行し、link Bell pair の fidelity を高くしておくことが効率に貢献することが分かる。図 7(a) では、いずれのセッティングも、ノード数 30 でグラフが途切れている。これは、end-to-end Bell pair を生成できるものの、エンドノードでのエラー確率が高すぎて、量子もつれ蒸留結果の確認のために 29 ホップの古典通信時間中に fidelity が悪化してしまうため、目標の fidelity 0.99 を持つ end-to-end Bell pair を生成できないことを表している。図 7(b) では、(l2:0.999, l3:None, l4:0.990) と (l2:0.999, l3:0.900, l4:0.990) の 2 つのセッティングの効率が良い。この 2 つの違いは、前者は end-to-end でのみ量子もつれ蒸留を実施している一方、後者は 0.9 という低い値を目標値として l3 量子もつれ蒸留も実施している。途中までグラフが一致している理由は、低い値を量子もつれ蒸留実行閾値としているので l3 量子もつれ蒸留が実施されにくく、実質的に end-to-end 量子もつれ蒸留となっているためである。また、エンドノードでのエラー確率が低く設定されているので、中継ノードで適宜量子もつれ蒸留するより、エンドノードまで Bell pair を繋いでから量子もつれ蒸留するほうが効率が良いと推察される。(l2:0.999, l3:0.990, l4:0.990) が 65 ノードで途切れており、図 7(a) の同様のセッティングの結果であった 30 ノードよりだいぶ良い。これは、図 4 の QN10 が示す通り、エンドノード

が Bell pair を保持している時間が長いため、エンドノードのエラー確率が低いことが大きく影響しているためと考えられる。図 7(c) は図 7(b) で低く設定したエンドノードのエラー確率をさらに低くし、0 とした。図 7(c) と図 7(b) の (12:0.999, 13:None, 14:0.990) および (12:0.999, 13:0.900, 14:0.990) を比較すると、エンドノードのエラー確率しか下げていないのに、中継ノードの負荷まで下がっていることがわかる。これは、エンドノードでのエラー確率の改善によって量子もつれ蒸留の効率もよくなり、一緒に量子もつれ蒸留している中継ノードの負荷も下がっていると考えられる。現実的には、エラー確率を 0 と見做すには、fault-tolerant quantum computer が必要である。しかし、fault-tolerant quantum computer が計算に用いる量子ビットは、数千個の量子ビットから成る量子エラー訂正符号によって作られる。本研究では、extreme なセッティングについて考察するために、エラー訂正符号については考慮せずにエラー確率を 0 とするセッティングについてもシミュレーションした。図 7(d) では、量子もつれ蒸留 threshold のために発生する通信距離の頭打ちを回避するため、エラー確率を一律 0.00001 とした。この結果、L2 レベルで高い fidelity 閾値を設定することの効果がよく見て取れる結果となった。(12:0.999, 13:None, 14:0.990)、(12:0.999, 13:0.900, 14:0.990)、(12:0.999, 13:0.990, 14:0.990) が似たようなリソース効率となっているが、さらにノード数を増やしていくと、図 7(b) 右図における (12:0.999, 13:None, 14:0.990) (12:0.999, 13:0.900, 14:0.990) のノード数 130 以降のような関係になっていくと見込まれる。

Non-end-to-end のデータで、ジグザグになっているものがある。これは、より遠いノード間で量子もつれ蒸留すると、より多くのリソースを消費することと、量子もつれ蒸留の実行に threshold を設けていることが原因である。簡単な説明を図 8 に示す。3 リンクの距離にあるノード間で量子もつれ蒸留を実行していたが、1 リンク増やすことで、3 リンクの距離にあるノード間での量子もつれ蒸留になり、少ないリソースで end-to-end Bell pair を生成できている。

6. ディスカッション

非ローカルな処理は、量子インターネットのインターオペラビリティでも問題になる。図 9 に、隣接する量子 Autonomous System (AS) 同士が異なるエラー管理スキームを用いている場合に起こりうる問題を図示する。量子もつれ蒸留を用いる AS にいる量子ノードは、Quantum Error Correction (QEC) を用いる AS にいる量子ノードと量子もつれ蒸留を実行したいが、reject され、エラー管理スキームが破綻する恐れがある。この問題は、非隣接関係にある量子 AS の間でも起こりうる。ネットワーク上でもエラー管理スキームがローカルに閉じている、もしくは

End-to-end でエラー管理を行っていれば、ローカルもしくは end-to-end の 2 者間での configuration で解決可能なので、このような問題は発生しない。したがって、End-to-end 原則を用いる量子もつれ蒸留は、量子インターネットの自立分散協調性の担保やインターオペラビリティ、スケーラビリティに貢献する。

本研究で unit time としている 0.0001 秒は、光子が光ファイバー内を 20km 進む時間である。したがって、1 ホップは 20km なので、256 ノードは、5100km に相当する。地球一周は約 40000km なので、これは地球の 1/8 に相当する。本研究のシミュレーションは、量子もつれ蒸留によって fidelity を改善できる距離はエンドノードの量子ビットのエラー確率に依存することを示している。地球の裏側と Bell pair を生成するにあたって、end-to-end で量子もつれ蒸留を利用するのは難しい可能性がある。その場合、距離限界を超えない範囲の中継ノードにおいて、目的の fidelity より十分高い fidelity を持つ Bell pair を生成し、量子もつれスワッピングで接続することが考えられる。そのような場合、重要な通信リソースである中継ノードの量子ビットがブロックされる問題が再発する。この問題を解決するには、Bell pair を長時間保持するための”side box”を量子ルータに接続しておき、エンドノードと side box 内で Bell pair を生成、量子もつれ蒸留はそちらで実行することが考えられる。

7. 結論

個別の通信処理における中継ノードの負荷を軽くすることでネットワークの通信容量の向上を狙うのはコンピュータ・ネットワークの鉄則である。すなわち、エンドノードで実行できる仕事は出来る限りエンドノードで実行することで、そもそも仕事が集中しがちなルータには通信処理をより多く実行させ、ネットワークの通信容量を確保する。本研究では、中継ノードでは高負荷の量子もつれ蒸留を実行しないアーキテクチャとすることを提案した。線形ネットワークにおけるシミュレーションの結果、エラー管理に特化したエンドノードを持つ場合、ネットワーク側のリソースはより効率よく利用可能になった。また、エンドノードと中継ノードのエラー管理能力が同じ場合でも、competitive な通信容量を持たせられることを確認した。

短距離の量子通信では、ホップ数が少ないので、必要な link Bell pair の数も量子もつれスワッピングの数も少ないため、エラーの原因となる要素が少ない。したがって、蓄積するエラー確率も小さく収まるため、End-to-end の量子もつれ蒸留で十分な距離やホップ数が存在するはずである。シミュレーションの仮定より 1 リンクは 20km であると想定できるため、本研究で取り扱った 256 ノードはおおよそ 5000km となる。少なくとも大陸レベルについては、本研究で提案する end-to-end アーキテクチャが動作する

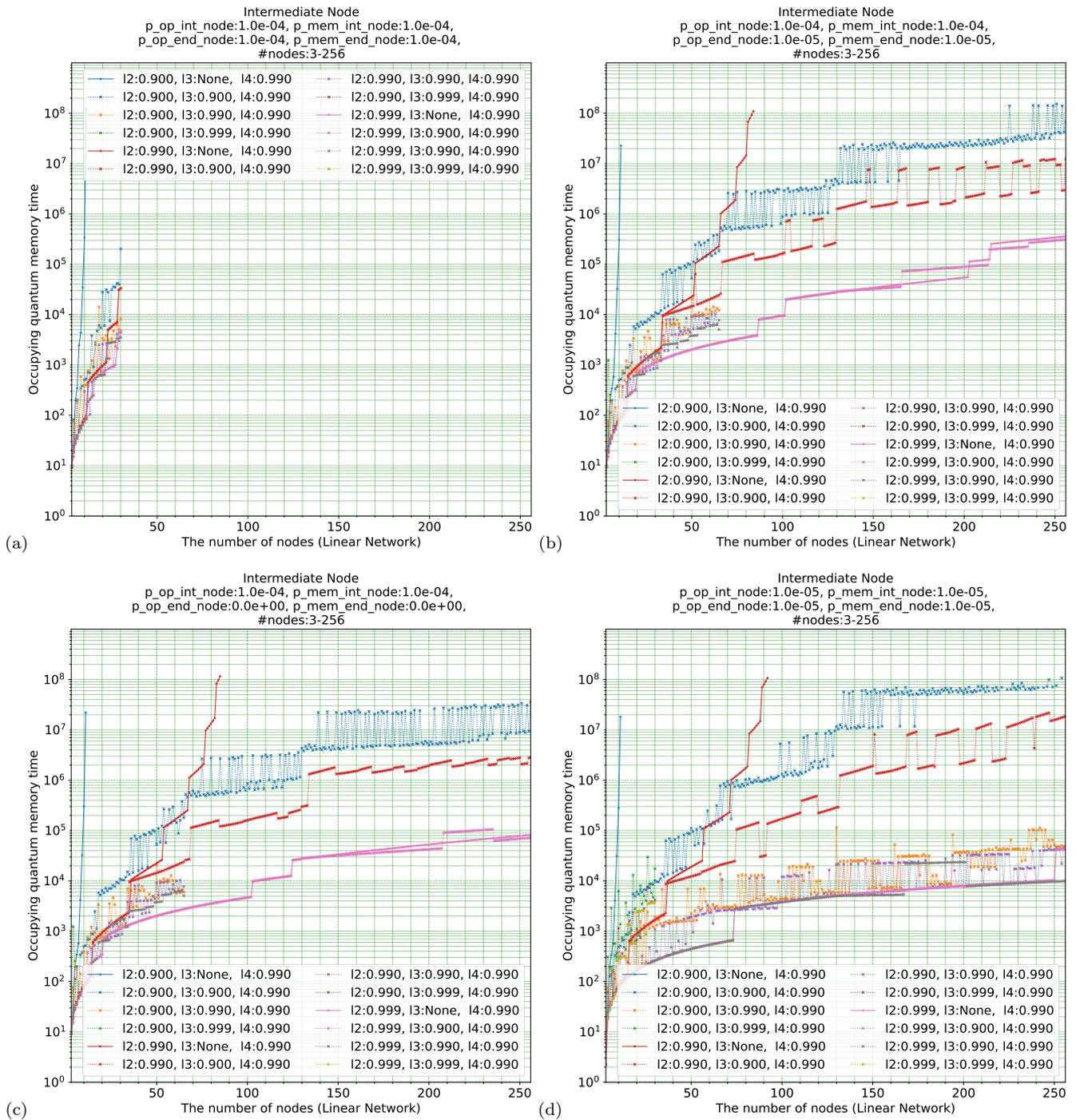


図 7 ホップ数と中継ノードの総負荷の関係を表すグラフ。(a) エンドノードのエラー確率は、中継ノードと同じく、0.0001。(b) エンドノードのエラー確率は、中継ノードの0.0001より低く、0.00001。エンドノードの量子ビットに Trapped-ion のような物理系を採用していることが考えられる [21]。Trapped-ion は量子ゲート操作にかかる時間が長いので、多数の処理をさばく必要がある中継ノードよりエンドノードが向いている可能性がある。(c) 中継ノードのエラー確率は0.0001。エンドノードのエラー確率は、さらに低く、0。例えば完全に動作する Fault-tolerant quantum computer が想定される。(d) 中継ノード、エンドノードともにエラー確率は0.00001。ほとんどエラーが発生しない状態。

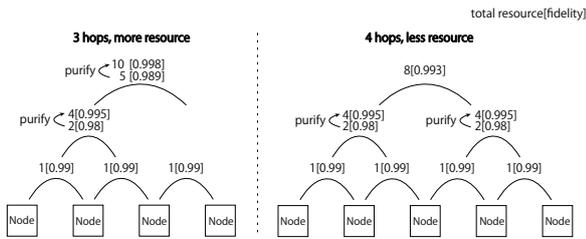


図 8 ホップ数が大きい方が消費リソースが少ない事例の模式図. 量子もつれ蒸留を実行する閾値は 0.99. 簡単のため, 数字は簡略化してある.

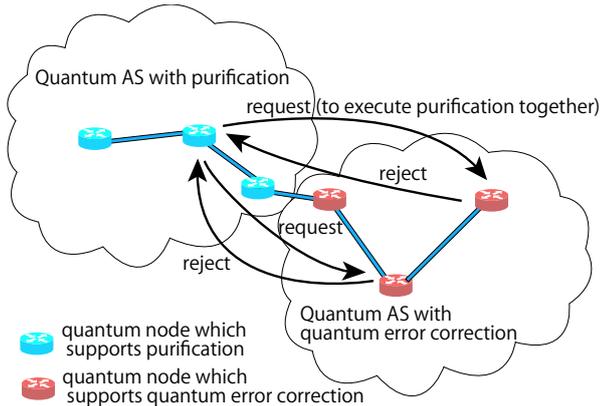


図 9 隣接 AS が異なるエラー管理スキームを用いている場合に起こりうる問題の図.

と考えられる。

量子情報のエラー確率は、ブレイクスルーによる改善を繰り返してきた。今後も、エラー確率は改善していき、end-to-end の量子もつれ蒸留で処理可能な距離やホップ数は伸びていくと見込める。量子インターネットは、エラー確率が良くなったあとでも高効率に稼働するように設計すべきである。本研究では、エンドノードのエラー確率を改善することで、量子インターネットのネットワーク側のリソース効率まで改善できることが明らかになった。

エラー管理以外の部分にも end-to-end 性を用いると、量子インターネットはさらに高効率にできると考えられる。

本研究により、動作することはわかったが、実際的には距離が長くなる分だけ fidelity が悪化しやすくなる。したがって、現行インターネットにおける CDN の有効性に見られるように同様に、量子インターネットにおいても局所性を活用していくことは重要であると考えられる。End-to-end protocol と、Sec. 6 で考察したように、side box を利用する超長距離用プロトコルの併用が考えられる。

また、量子インターネットを社会的にスケラブルにしたり、robust なインフラとするためには、単一技術ではなく多様な技術を用いることが重要である。通信ノードでの処理においてお互いへの依存性が少ないことは、コンパチビリティ・インターオペラビリティ・自立分散協調性の担保にも貢献する。逆に、end-to-end 性を持たないネット

ワークとしてしまうと、新しい技術を導入していく際に大きな障害になる可能性がある。エラー管理にとどまらず、今後の量子インターネットの研究として、end-to-end 性を積極的に考慮していくことは重要であると考えられる。

本研究では、end-to-end connection を模して、linear network での検証を実施した。Future work として、ダンベルネットワークなど、競合が発生するネットワーク環境において複数の通信を実行する場合の検証が考えられる。その際、量子もつれスワッピングのスケジューリングを調整することで、図 5 における IN4 のような、多少とは言えより長く量子ビットを保持するノードが集中しないようにすると、よりスケールしていくと考えられる。また、超長距離スケールを考えるために、side box が持つべき通信リソース量の検討も考えられる。

謝辞

寺元健太郎氏, ロドニー・バンミーター博士, 川原圭博博士には、初期草稿にコメント頂いた。ここに感謝する。また、量子インターネットタスクフォースのメンバーとは、量子インターネットのアーキテクチャに係る有意義な議論を交わした。ここに感謝する。

参考文献

- [1] Luciano Aparicio, Rodney Van Meter, Rodney Van Meter, and Rodney Van Meter. Multiplexing schemes for quantum repeater networks. *Quantum Communications and Quantum Imaging IX*, 8163:816308, sep 2011.
- [2] Stephen D. Bartlett, Terry Rudolph, and Robert W. Spekkens. Reference frames, superselection rules, and quantum information. *Reviews of Modern Physics*, 79(2):555–609, 2007.
- [3] Michael Ben-Or and Avinatan Hassidim. Fast quantum byzantine agreement. In *Proceedings of the Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, pages 481–485, 2005.
- [4] Charles H. Bennett and Gilles Brassard. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. In *Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing*, pages 175–179, 1984.
- [5] M. K. Bhaskar, R. Riedinger, B. Machielse, D. S. Levonian, C. T. Nguyen, E. N. Knall, H. Park, D. Englund, M. Lončar, D. D. Sukachev, and M. D. Lukin. Experimental demonstration of memory-enhanced quantum communication. *Nature*, 580(7801):60–64, 2020.
- [6] Sebastiaan Brand, Tim Coopmans, and David Elkouss. Efficient Computation of the Waiting Time and Fidelity in Quantum Repeater Chains. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 38(3):619–639, mar 2020.
- [7] H.-J. Briegel, W Dür, J I Cirac, and P Zoller. Quantum Repeaters: The Role of Imperfect Local Operations in Quantum Communication. *Physical Review Letters*, 81(26):5932–5935, dec 1998.
- [8] Harry Buhrman, Richard Cleve, John Watrous, and Ronald de Wolf. Quantum fingerprinting. *Physical review letters*, 87(16):167902, 2001.

- [9] Marcello Caleffi. Optimal Routing for Quantum Networks. *IEEE Access*, 5:22299–22312, 2017.
- [10] Marcello Caleffi, Angela Sara Cacciapuoti, and Giuseppe Bianchi. Quantum internet: From communication to distributed computing! In *Proceedings of the 5th ACM International Conference on Nanoscale Computing and Communication, NANOCOM 2018*. Association for Computing Machinery, Inc, sep 2018.
- [11] Kaushik Chakraborty, David Elkouss, Bruno Rijsman, and Stephanie Wehner. Entanglement Distribution in a Quantum Network, a Multi-Commodity Flow-Based Approach. *arXiv preprint arXiv:2005.14304*, pages 1–18, 2020.
- [12] Kaushik Chakraborty, Filip Rozpedek, Axel Dahlberg, and Stephanie Wehner. Distributed Routing in a Quantum Internet. *arXiv preprint arXiv:1907.11630*, jul 2019.
- [13] J. I. Cirac, A. K. Ekert, S. F. Huelga, and C. Macchiavello. Distributed quantum computation over noisy channels. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 59(6):4249–4254, 1999.
- [14] Axel Dahlberg, Julio de Oliveira Filho, Ronald Hanson, Stephanie Wehner, Matthew Skrzypczyk, Tim Coopmans, Leon Wubben, Filip Rozpedek, Matteo Pompili, Arian Stolk, Przemyslaw Pawelczak, and Robert Knegjens. A link layer protocol for quantum networks. In *Proceedings of the ACM Special Interest Group on Data Communication - SIGCOMM '19*, pages 159–173, New York, USA, 2019. ACM Press.
- [15] Siddhartha Das, Sumeet Khatri, and Jonathan P Dowling. Robust quantum network architectures and topologies for entanglement distribution. *Physical Review A*, 97, 2017.
- [16] Simon J. Devitt, Kae Nemoto, William J. Munro, and Kae Nemoto. Quantum Error Correction for Beginners. *Reports on Progress in Physics*, 76(7):076001, jun 2013.
- [17] Artur K. Ekert. Quantum cryptography based on Bell's theorem. *Physical Review Letters*, 67(6):661–663, 1991.
- [18] Daniel Gottesman, Thomas Jennewein, and Sarah Croke. Longer-baseline telescopes using quantum repeaters. *Physical Review Letters*, 109(7):1–5, 2012.
- [19] Lov K. Grover. Quantum Telecomputation. *arXiv preprint arXiv:quant-ph/9704012*, apr 1997.
- [20] Laszlo Gyongyosi and Sandor Imre. Decentralized Base-Graph Routing for the Quantum Internet. *PHYSICAL REVIEW A*, 98:22310, jan 2018.
- [21] T. P. Harty, D. T.C. Allcock, C. J. Ballance, L. Guidoni, H. A. Janacek, N. M. Linke, D. N. Stacey, and D. M. Lucas. High-fidelity preparation, gates, memory, and readout of a trapped-ion quantum bit. *Physical Review Letters*, 113(22):2–6, 2014.
- [22] Yasushi Hasegawa, Rikizo Ikuta, Nobuyuki Matsuda, Kiyoshi Tamaki, Hoi Kwong Lo, Takashi Yamamoto, Koji Azuma, and Nobuyuki Imoto. Experimental time-reversed adaptive Bell measurement towards all-photon quantum repeaters. *Nature Communications*, 10(1), dec 2019.
- [23] Liang Jiang, J. M. Taylor, Kae Nemoto, W. J. Munro, Rodney Van Meter, and M. D. Lukin. Quantum repeater with encoding. *Physical Review A*, 79(3), mar 2009.
- [24] Richard Jozsa, Daniel S. Abrams, Jonathan P. Dowling, and Colin P. Williams. Quantum Clock Synchronization Based on Shared Prior Entanglement. *Physical Review Letters*, 85(9):2010–2013, aug 2000.
- [25] Sumeet Khatri, Corey T. Matyas, Aliza U. Siddiqui, and Jonathan P. Dowling. Practical figures of merit and thresholds for entanglement distribution in quantum networks. *Physical Review Research*, 1(2):023032, sep 2019.
- [26] H. J. Kimble. The Quantum Internet. 453(June):1023–1030, 2008.
- [27] Wojciech Kozłowski, Axel Dahlberg, and Stephanie Wehner. *Designing a quantum network protocol*, volume 1. Association for Computing Machinery, 2020.
- [28] Dario Lago-Rivera, Samuele Grandi, Jelena V. Rakonjac, Alessandro Seri, and Hugues de Riedmatten. Telecom-heralded entanglement between multimode solid-state quantum memories. *Nature* 2021 594:7861, 594(7861):37–40, jun 2021.
- [29] Zheng Da Li, Rui Zhang, Xu Fei Yin, Li Zheng Liu, Yi Hu, Yu Qiang Fang, Yue Yang Fei, Xiao Jiang, Jun Zhang, Li Li, Nai Le Liu, Feihu Xu, Yu Ao Chen, and Jian Wei Pan. Experimental quantum repeater without quantum memory. *Nature Photonics*, 13(9):644–648, sep 2019.
- [30] Takaaki Matsuo, Clément Durand, and Rodney Van Meter. Quantum link bootstrapping using a RuleSet-based communication protocol. *Physical Review A*, 100(5), 2019.
- [31] Shota Nagayama. *Distributed Quantum Computing Utilizing Multiple Codes on Imperfect Hardware*. PhD thesis, Keio University, apr 2017.
- [32] Mihir Pant, Hari Krovi, Don Towsley, Leandros Tassiulas, Liang Jiang, Prithwish Basu, Dirk Englund, and Saikat Guha. Routing entanglement in the quantum internet. *npj Quantum Information*, 5(1):1–9, dec 2019.
- [33] A. Pirker and W. Dür. A quantum network stack and protocols for reliable entanglement-based networks. *New Journal of Physics*, 21(033003), mar 2019.
- [34] Matteo Pompili, Sophie L. N. Hermans, Simon Baier, Hans K. C. Beukers, Peter C. Humphreys, Raymond N. Schouten, Raymond F. L. Vermeulen, Marijn J. Tiggeleman, Laura dos Santos Martins, Bas Dirkse, Stephanie Wehner, and Ronald Hanson. Realization of a multi-node quantum network of remote solid-state qubits. *Science*, 372(6539):259–264, 2021.
- [35] Yun Fei Pu, Sheng Zhang, Yu Kai Wu, Nan Jiang, Wei Chang, Chang Li, and Lu Ming Duan. Experimental demonstration of memory-enhanced scaling for entanglement connection of quantum repeater segments. *Nature Photonics*, 15(5), 2021.
- [36] J. H. Saltzer, D. P. Reed, and D. D. Clark. End-to-end arguments in system design. *ACM Transactions on Computer Systems (TOCS)*, 2(4), 1984.
- [37] Siddhartha Santra, Liang Jiang, and Vladimir S Malinovsky. Quantum repeater architecture with hierarchically optimized memory buffer times. *Quantum Science and Technology*, 4(2):025010, mar 2019.
- [38] Eddie Schoute, Laura Mančinska, Tanvirul Islam, Iordanis Kerendis, and Stephanie Wehner. Shortcuts to quantum network routing. *arXiv preprint arXiv:1610.05238*.
- [39] Shouqian Shi and Chen Qian. Concurrent Entanglement Routing for Quantum Networks: Model and Designs. In *Proceedings of the Annual conference of the ACM Special Interest Group on Data Communication on the applications, technologies, architectures, and protocols for computer communication*, New York, NY, USA, 2020. ACM.
- [40] A. M. Steane and D. M. Lucas. Quantum computing with trapped ions, atoms and light. *Fortschritte der Physik*, 48(9-11):839–858, 2000.

- [41] Rodney Van Meter. *Quantum Networking*. John Wiley & Sons, Ltd, 2014.
- [42] Rodney Van Meter, Thaddeus D. Ladd, W. J. Munro, and Kae Nemoto. System design for a long-line quantum repeater. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 17(3):1002–1013, 2009.
- [43] Rodney Van Meter, W. J. Munro, Kae Nemoto, and Kohei M. Itoh. Distributed arithmetic on a quantum multicomputer. *Proceedings - International Symposium on Computer Architecture*, 2006:354–365, 2006.
- [44] Rodney Van Meter, Takahiko Satoh, Thaddeus D. Ladd, William J. Munro, and Kae Nemoto. Path selection for quantum repeater networks. *Networking Science*, 3(1-4):82–95, jun 2013.
- [45] Rodney Van METER, Joe TOUCH, and Clare HORS-MAN. Recursive quantum repeater networks. *Progress in Informatics*, (8):65, mar 2011.
- [46] W. K. Wootters and W. H. Zurek. A single quantum cannot be cloned. *Nature*, 299(5886):802–803, 1982.
- [47] Yong Yu, Fei Ma, Xi Yu Luo, Bo Jing, Peng Fei Sun, Ren Zhou Fang, Chao Wei Yang, Hui Liu, Ming Yang Zheng, Xiu Ping Xie, Wei Jun Zhang, Li Xing You, Zhen Wang, Teng Yun Chen, Qiang Zhang, Xiao Hui Bao, and Jian Wei Pan. Entanglement of two quantum memories via fibres over dozens of kilometres. *Nature*, 578(7794):240–245, 2020.