Vol.2022-ARC-248 No.39
Vol.2022-SLDM-198 No.39
Vol.2022-EMB-59 No.39
2022/3/11

ニューラルネットワークを用いた量子誤り訂正手法の改良の検討

小畠 晟裕[1]　上野 洋典[1,2]　近藤 正章[1,3]

概要：量子計算機の誤り訂正符号として表面符号 (Surface Code) が知られており、その復号プロセスは近似によりグラフの最小重み完全マッチング（MWPM: Minimum Weight Perfect Matching）問題に帰着されることが一般的である。しかし、MWPM による復号では量子計算機に生じるエラー同士の相関を考慮することができず、その復号性能は最適なものと乖離がある。そこで近年、ニューラルネットワークを用いてエラーの相関を考慮しつつを復号を行う手法がいくつか提案されている。本稿では、ニューラルネットワークを補助的に用いる復号についての先行研究を拡張し、観測エラーがある場合の表面符号を復号する手法を提案する。シミュレーションにより提案手法の復号性能を評価したところ，従来のニューラルネットワークベースの手法に比べて，精度が高く復号ができることが確認できた。

1. はじめに

量子計算機は，量子力学の重ね合わせの原理を積極的に利用して計算を行う計算機である．特定の問題において，古典計算機よりもはるかに高速に結果が出せるという量子超越性についても報告がなされるなど [1]，次世代の高性能計算環境の一つとして期待を集めている．しかし実応用上で有用なタスク，例えば Shor のアルゴリズム [2] による 256-bit の RSA 暗号の解読を実行するためには数千量子ビットが必要であり，現在の開発状況とはまだ乖離が大きい．

量子計算機の規模の増大を妨げている 1 つの要因として，量子ビットのエラーレートの高さが挙げられる．量子ビットのエラーを訂正する手法は量子誤り訂正（QEC: Quantum Error Correction）[3] と呼ばれ，盛んに研究されている．量子誤り訂正の手法の 1 つとして，複数の物理量子ビットを冗長に組み合わせることで 1 つの論理量子ビットを構成する量子誤り訂正符号がある．代表的な量子誤り訂正符号の 1 つに，図 1 で表現されるような表面符号 (Surface Code) がある [4].

表面符号は論理ビットの状態を表すデータ量子ビットと，観測用の補助量子ビットが 2 次元格子状に並べた構造を持つ．補助量子ビットの観測値からデータ量子ビットに生じているエラーの位置と種類を特定し必要な回復操作を得ることを，表面符号の復号と呼ぶ．与えられた補助量子ビットの観測値に対して最適な回復操作を選択する処理は NP 困難であるため，表面符号の復号処理は適切な仮定のもとグラフの最小重みマッチング（MWPM: Minimum Weight Perfect Matching）問題に帰着されることが一般的である [5]．補助量子ビットの観測に誤りが生じない場合は，復号プロセスは 2 次元平面上のマッチング問題に帰着される．一方，補助量子ビットの観測に誤りが生じる場合，補助量子ビットの観測を複数回行い，得られた観測値を時間方向に積み上げることで 3 次元格子を構築し，その 3 次元格子上でのマッチング問題を解くことに帰着される．

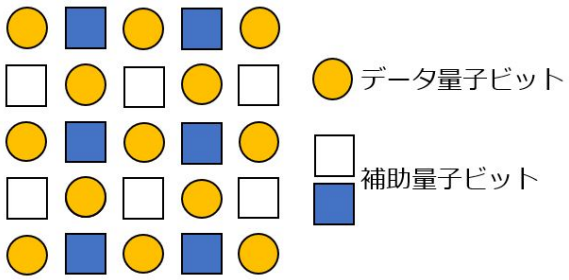


図 1　表面符号

しかし，MWPM による復号はエラーの間の相関を考慮していないため，最適な復号に比べて復号性能が低いということが知られている．それを解決する手法として，ニューラルネットワークを用いて表面符号の復号を行う手法がいくつか提案されている [6], [7]．MWPM による復号と異なりニューラルネットワークは学習によりエラーの相関を考慮しつつ復号を行えるため，MWPM よりも高い復号性能を持つことが期待される．また，Meinerz らのグループは

[1] 慶應義塾大学 理工学部
[2] 東京大学 大学院情報理工学系研究科
[3] 理化学研究所 計算科学研究センター

© 2022 Information Processing Society of Japan

Vol.2022-ARC-248 No.39
Vol.2022-SLDM-198 No.39
Vol.2022-EMB-59 No.39
2022/3/11

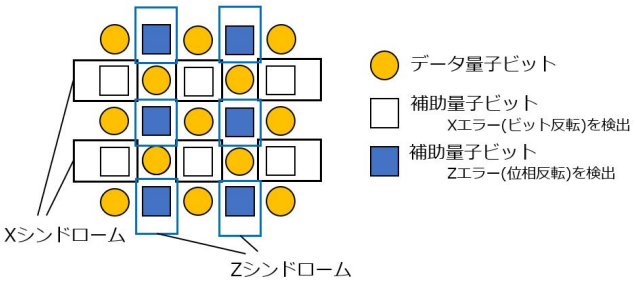


図 2 表面符号の構造

MWPM 等の通常の復号手法を拡張してニューラルネットワークを補助的に用いる手法を提案している．すなわち，比較的小規模なエラーをニューラルネットワークによりエラーの相関を考慮しつつ高精度に訂正し，残った距離の長いエラーを MWPM 等の手法で訂正することで，高精度かつスケーラブルな手法を提案している．しかしながら，彼らの手法は補助量子ビットの観測が誤りなく行われる場合のみを対象としており，補助量子ビットの観測に誤りがある場合には対応していない．また，彼らの手法は表面符号と境界条件が異なる Toric code のみを対象としており，そのまま表面符号に適用することは出来ない．

本研究では Meinerz らの手法を元に，ニューラルネットワークを補助的に用いて，補助量子ビットの観測に誤りがある場合の表面符号の復号手法を提案する．また，ニューラルネットワークの学習方法を工夫することで，提案手法をより高精度に復号が行えるように拡張する．数値計算により，提案手法の復号性能を評価する．

本稿の構成を以下に示す．2 章ではまず，表面符号やニューラルネットワークといった背景知識について説明する．3 章では，本稿に関連する研究について紹介する．4 章では，ニューラルネットワークを補助的に用いて補助量子ビットの観測エラーがある場合の表面符号の復号を行う手法を提案する．5 章では提案手法の復号性能を数値計算により評価し，最後に 6 章で結論を述べる．

2. 背景知識

2.1 表面符号 (Surface code)

表面符号（Surface code）と呼ばれる量子誤り訂正符号は，論理ビットの状態を表すデータ量子ビットとエラーの種類・偶奇を測定する補助量子ビットが交互に 2 次元格子状に並んだ構造を持つ．図 2 は符号化距離 $d = 3$ の表面符号を示しており，データ量子ビットと補助量子ビットをそれぞれ丸と四角で示している．

補助量子ビットには X と Z の 2 種類があり，それぞれパウリ X エラー (ビット反転) とパウリ Z エラー (位相反転) を検出する．各補助量子ビットは 4 つまたは 3 つのデータ量子ビットに隣接しており，隣接するデータ量子ビットのうち，エラーが生じているものの個数のパリティを表す．すなわち，補助量子ビットの観測値を $-1, +1$ の 2 値であ

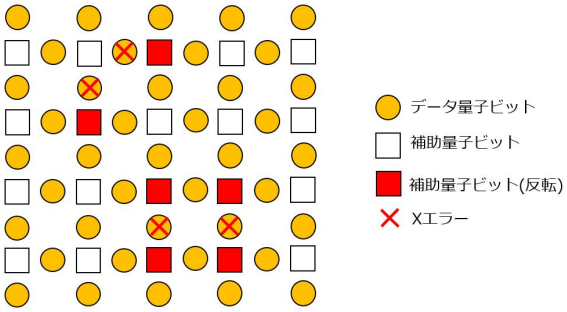


図 3 エラー発生時の X シンドローム

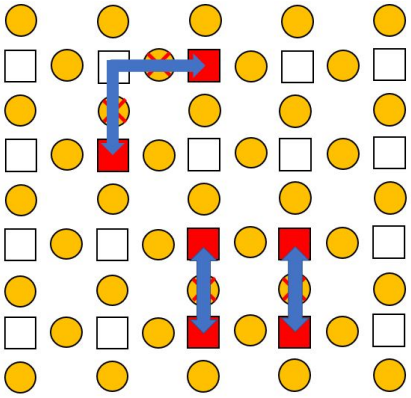


図 4 MWPM によるエラー位置特定

るとすると，隣接するデータ量子ビットにエラーが生じていない，または偶数個にエラーが生じている場合に 0，奇数個にエラーが生じている場合に 1 となる．補助量子ビットの観測値の集合のことをエラーシンドロームと呼ぶ．また，観測値 $+1$ と -1 に対応するシンドロームをそれぞれ Trivial シンドローム，Hot シンドロームと呼ぶ．表面符号における復号プロセスは，シンドロームからエラーの箇所と種類を特定する処理である．

ここで，符号化距離 $d = 5$ の表面符号において，4 つのデータ量子ビットで X エラーが発生したとする．このときのデータ量子ビットと X シンドロームは以下の図 3 のようになる．ここで反転している補助量子ビットから X エラーが起きているデータ量子ビットを特定する手法を考える．一般に用いられるのが MWPM(Minimum weight perfect matching) というアルゴリズムであり，反転している補助量子ビットを頂点として，各辺が補助量子ビット間の距離である完全グラフの最小重みマッチングとしてエラー位置を特定する．これはエラー率が低いとき，短いエラーの方が長いエラーよりも起きる確率が高いことを利用している．先ほどの 4 つエラーが発生した場合において，MWPM を用いた推定は図 4 のようになる．

MWPM の場合，以下の図 5 の場合もエラー鎖の距離が同じであるため，エラーの発生位置を一意に特定できない．しかし，もし間違ったエラー鎖を選んでビット反転による修正を行ったとしてももともと存在する X エラーと，訂正操作によるビット反転の X エラーで X-stabilizer が構成さ

© 2022 Information Processing Society of Japan

Vol.2022-ARC-248 No.39
Vol.2022-SLDM-198 No.39
Vol.2022-EMB-59 No.39
2022/3/11

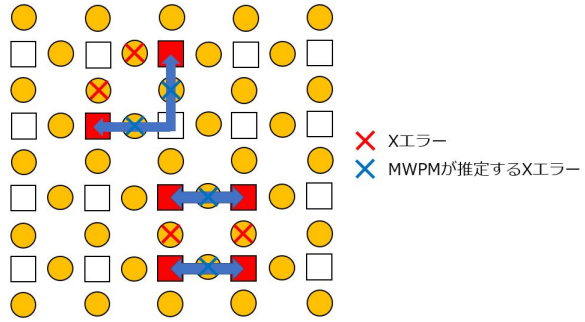


図 5 MWPM によってエラーと訂正が閉じたループを作った場合

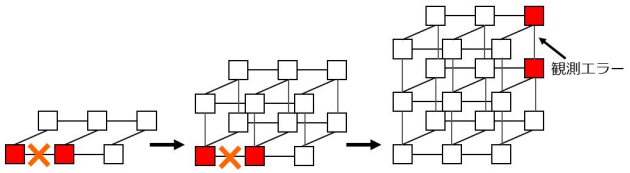


図 6 表面符号をスタックした 3 次元格子

れていることがわかる．$|\psi\rangle = U|\psi\rangle$ となる U が stabilizer の定義であるため，この場合でもエラーは無事に訂正される．このようにエラーと訂正が閉じたループを作る場合も訂正が成功し，論理エラーとはならない．

一般に，エラーが生じるのはデータ量子ビットのみとは限らず，補助量子ビットの観測にエラーが発生する場合もある．そのような状況では 1 度の観測では得られたシンドロームが信用できず，補助量子ビットの観測を複数回おこなってから復号を行う必要がある．すなわち，2 次元平面状のシンドロームを時間方向に重ねていくことで，図 6 のように 3 次元格子状のシンドローム格子を構築し，その上でマッチング問題を解くことで復号を行う．このようにして表面符号では観測エラーの訂正も含めて統一的に扱うことができる．

2.2 Depolarizing noise model

本稿では表面符号に生じるエラーモデルとして，Depolarizing noise model を想定する．Depolarizing noise model は Pauli エラーと呼ばれる I, X, Y, Z の各エラーがある正数 p に対してそれぞれ確率 $[1-p, p/3, p/3, p/3]$ で独立に生じるエラーモデルである．各 Pauli エラーの間には $Y = iXZ$ という関係が成り立つため，Y エラーが生じている場合は X と Z のエラーが同時に生じているとみなせる．よって，X エラーが生じているという条件のもとで同時に Z エラーが生じている条件付き確率 $P(Z|X)$ を考えると，

$$P(Z|X) = \frac{P(X \wedge Z)}{P(X)} = \frac{\frac{p}{3}}{\frac{p}{3} + \frac{p}{3}} = \frac{1}{2} \qquad (1)$$

となる．同様に $P(X|Z)$ も $\frac{1}{2}$ となる．すなわち，Depolarizing noise model においては，一見ランダムで X エラーと Z エラーの間に相関はないように見えるが，Y エラーの存在により X と Z が相関を持って生じるとみなすことができる．図 7 に Depolarizing noise model によるエラーパターンの例を示す．

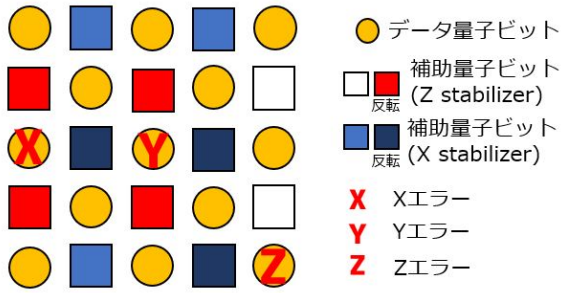


図 7 Depolarizing noise model によるエラーパターンの例

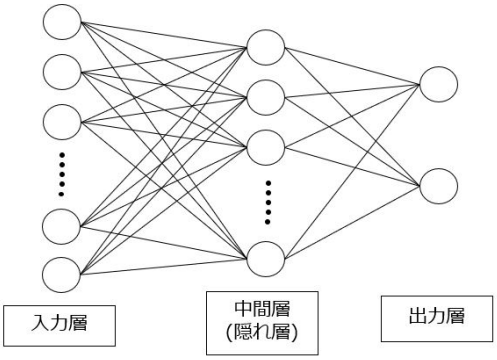


図 8 ニューラルネットワーク

MWPM による学習では，X シンドローム・Z シンドロームをそれぞれ別のものとしてエラー位置を推定するが，ニューラルネットワークを用いることによって X エラーの Z エラーの情報を統合することができ，Y エラーによる X と Z の相関を利用できると考えられる．

2.3 ニューラルネットワーク

ニューラルネットワークとは，微分可能な変換を繋げて作られた計算グラフのことである．下図 8 は全結合型ニューラルネットワークを表しており，円で表されたノードに値が入っており，ノードとノードがエッジで繋がれているものを考える．

ノードの縦方向の集まりのことを層 (layer) と呼び，左側から最初の層を入力層，最後の層を出力層，その間にある層は中間層もしくは隠れ層と呼ぶ．どのようなデータを入力し，どのような出力を作りたいかによって，入力層と出力層のノード数が決定される．層と層の間にあるノード間の結合は 1 つ 1 つが重みを持っており，全結合型ニューラルネットワーク場合はそれらをまとめて 1 つの行列で表現する．ニューラルネットワークの学習とは，目的関数を適切に定め目的関数の値を最小にするようにパラメータの値を更新させることである．

© 2022 Information Processing Society of Japan

3. 関連研究

3.1 Union-Find アルゴリズム

表面符号の復号で MWPM よりも効率的な手法として，Union-Find アルゴリズムを用いた UF デコーダが提案されている [8]．これは反転した各補助量子ビットごとにクラスタを生成し，各クラスタから辺を伸ばしていくという手法である．辺を伸ばしていく過程で各クラスタは相異なる他のクラスタと接触・融合し，１つのさらに大きなクラスタとなる．そしてクラスタ内に偶数個の反転した補助量子ビットがある場合，完成されたクラスタとして除外していき，奇数個しか補助量子ビットが存在していないクラスタがなくなるまで繰り返すというプロセスを経る．これは MWPM と同様，距離の長いエラーは起きにくいものであるという仮定を踏まえている．

実装結果は Z エラー 2 次元格子の復号において，エラー閾値が MWPM が 10.3%[9] であるのに対して UF デコーダは 9.9%と若干の精度低下はあったが，計算のオーダーが $O(n^3)$ から $O(nlog(n))$ などと大幅に軽量化されている．

3.2 ニューラルネットワークを用いた復号器の先行研究

ニューラルネットワークを用いて量子誤り訂正符号の復号を行う手法が近年提案されている [6], [7], [10], [11], [12]．前述のように，X エラーと Z エラーの相関を考慮しつつ復号できるため，MWPM や UF に比べて高い復号性能を持つと期待されている．ニューラルネットワークによる復号が提案された当初は，ニューラルネットワークにシンドローム値を入力して，全てのエラーを出力するような手法が一般的であった [7], [10]．しかしながら，符号の規模が大きくなるにつれてニューラルネットワークに入力するデータの規模が増大して学習が困難になるため，このようなアプローチはスケーラビリティが低いと考えられている．これらの問題点を解決するために，ニューラルネットワークを MWPM や UF 等の他の復号手法の前処理として用いる手法がいくつか提案されている [6], [12]．すなわち，ニューラルネットワークによって X エラーと Z エラーの相関を考慮しつつ比較的短いエラーのみを訂正し，MWPM や UF で残った比較的長いエラーを訂正するという手法である．これにより，符号の規模に依らずニューラルネットワークに入力するシンドロームの規模を一定に保つことができるため，高精度かつ高いスケーラビリティを持つことが期待される．また，後段のデコーダに与えるシンドロームが前処理によって簡単になることで後段のデコーダの復号にかかる時間が小さくなるため，全体として復号が高速になる可能性もある．

Meinerz らのグループは，表面符号と似ているが異なる境界条件を持つ Toric code について，全結合ニューラルネットワークによる前処理と UF デコーダを組み合わせる復号手法を提案している [6]．この復号手法においては，ニューラルネットワークの入力は，Toric code を構成しているあるデータ量子ビット（ターゲット量子ビット）を中心として抜き出された $L \times L$（L は符号距離 d に依存しない自然数）の範囲内の X と Z のシンドローム値である．このとき，X と Z の Trivial シンドロームは 0，X と Z の Hot シンドロームはそれぞれ $-1, 1$ で表す．つまり，入力の要素数は $2L^2$ であり，各要素は $-1, 0, 1$ の 3 値のいずれかである．そして，ニューラルネットワークがターゲット量子ビットに生じているエラーの確率を $[I, X, Y, Z]$ についてそれぞれ出力するように学習を行う．$[I, X, Y, Z]$ のうち，出力された確率が最も大きなものを推定したエラーとし，それを打ち消す回復操作を行うことでエラーを訂正する．すなわち，各データ量子ビットについて生じているエラーを 4 クラス分類によって特定していくことで，ニューラルネットワークによる復号を行う．これを，符号中のすべてのデータ量子ビットをターゲットとして行うことで，ニューラルネットワークの 1 度の推論時の入力の規模を符号距離 d に依らない定数に抑えつつ，符号全体のエラーを訂正する．これにより，長さが L 以下のエラーがニューラルネットワークにより訂正されることが期待される．その後，UF デコーダにより長さが L 以上の比較的長いエラーを訂正する．

Meinerz らの復号手法のエラーしきい値はニューラルネットワークによる前処理を行わなかった場合と比較して 10%向上し，全体の実行時間においても最大で 40%ほど短くなるなど，ニューラルネットワークを用いることの有用性が確認されている．また物理エラー率が 2%以下と十分に低い状態では，遠距離のエラーがほぼ発生しなくなると考えられるため，エラー減少倍率がニューラルネットワークを用いなかった場合と比較して 50 倍以上になるということも報告されている．しかしながら，この復号手法が対象としているのは Toric code のみであり，本稿で対象としてる表面符号に直接適用することはできない．また，先行研究に置いては補助量子ビットの測定にエラーがある場合，すなわち 3 次元格子状のマッチング問題については言及されていない．

4. 提案手法

本稿では，Meinerz らの先行研究 [6] を拡張して，補助量子ビットの観測にエラーが生じる場合の表面符号の復号をニューラルネットワークを用いて行う手法を 4.1 節で提案する．先行研究が対象としている Toric code と表面符号は異なる境界条件を持つため，表面符号に適する形に先行研究を拡張する．また，補助量子ビットの観測エラーに対応するため，対象のシンドローム格子を 2 次元平面状から 3 次元格子状のものへと変更する．さらに，先行研究では 1 つであったシンドロームを抜き出す中心となるデータ量子

© 2022 Information Processing Society of Japan

Vol.2022-ARC-248 No.39
Vol.2022-SLDM-198 No.39
Vol.2022-EMB-59 No.39
2022/3/11

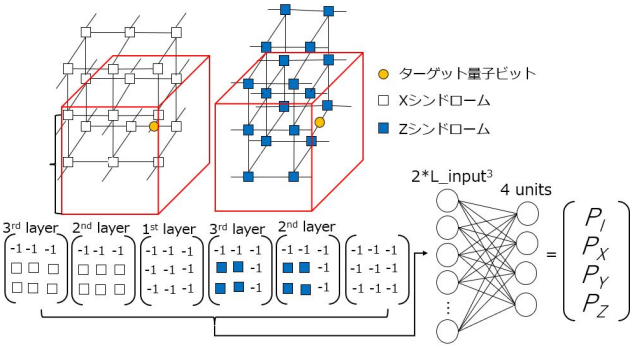


図 9 3 次元格子への対応

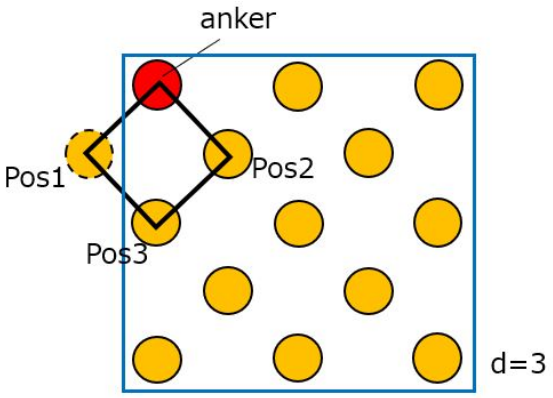


図 10 ターゲット量子ビットのグループ化

ビット（ターゲット量子ビット）をグループごとにまとめて推論するニューラルネットワークを用いる方法を 4.2 節で提案する．これにより，1 個のターゲット量子ビットのエラーを推論するだけでは考慮できていなかった情報を学習に組み込むことで復号性能の向上を図る．また，いずれの場合においてもニューラルネットワークによる前処理の後は MWPM により復号を行うこととする．

4.1 観測エラーがある場合の表面符号への先行研究の拡張

Meinerz らのグループによる先行研究 [6] は補助量子ビットの観測エラーが生じない場合，すなわち 2 次元平面状のシンドローム格子を対象とし，ターゲット量子ビットを中心に $L \times L$ の範囲のシンドロームを抜き出してニューラルネットワークの入力としていた．本稿では補助量子ビットの観測エラーに対応するため，対象を 3 次元のシンドローム格子へと変更する．それに伴い，ターゲット量子ビットを中心にシンドロームを抜き出す範囲を $L \times L$ の 2 次元から図 9 のように $L \times L \times L$ の 3 次元へと変更する．

また，先行研究が対象としている Toric code は表面符号と同様にデータ量子ビットと 2 種類の補助量子が規則正しく並んだ構造を持っているが，符号の左右および上下の境界が周期的に隣接しているという境界条件を持つ．一方で表面符号においては上下および左右の境界は隣接していない．そこで，表面符号のシンドローム格子からターゲット量子ビットを中心に $L \times L \times L$ の範囲を抜き出す場合，ターゲット量子ビットの位置に表面符号の境界の外部が含まれることがある．その場合は，境界の外部に相当する位置は-1 で padding を行う．また，本手法のニューラルネットワークの入力においては X と Z の Trivial シンドロームを 0，Hot シンドロームを 1 として表す．以降，先行研究 [6] を補助量子ビットの観測エラーがある場合の表面符号へと拡張した提案手法を “Single” と呼称する．

4.2 ターゲット量子ビットのグループ化

先行研究 [6] および提案手法 Single ではある単一のターゲット量子ビットを中心にシンドローム格子を抜き出し，それをニューラルネットワークに入力することでターゲット量子ビットに生じているエラーを推定していた．しかし，単一のデータ量子ビットのエラー推定を行うだけでは，ある程度の長さのエラー鎖の検出が難しいと考えられる．

これを解決するために，隣接している複数のデータ量子ビットに生じているエラーをニューラルネットワークにより同時に推定する方法を提案する．そこで，図 10 のようにターゲット量子ビットを隣接する 4 つのグループとする．すなわち，あるデータ量子ビットを anker に対して図の位置にあるデータ量子ビットをそれぞれ Pos1〜Pos3 とし，それら合計 4 つのデータ量子ビットのエラーを推定するニューラルネットを構成する．ニューラルネットワークの入力は Single の場合と同様に，anker データ量子ビットを中心とした $L \times L \times L$ の範囲内の X と Z のシンドローム値であり，出力は 4 つのデータ量子ビットのそれぞれについて，$[I, X, Y, Z]$ の生じている確率を表す 16 要素の値である．全てのデータ量子ビットを anker としてニューラルネットの推論を行うことで，符号全体のエラーを推定する．その際，各データ量子ビットについての推論がオーバーラップすることがあるが，その場合は各データ量子ビットについて推論されたエラーの確率の平均をとる．また，図 10 における Pos1 のように符号の範囲外となってしまったデータ量子ビットについての推論はエラー訂正の対象としない．以降，本手法を “Group” と呼称する．

表 1 に先行研究 [6] と提案手法 Single および Group の比較を表す．

表 1 先行研究 [6] と提案手法の比較

	対象の符号	観測エラー	NN の入出力サイズ	入力の各要素 (-1 / 0 / 1)
先行研究 [6]	Toric code	No	$2L^2/4$	X-hot / trivial / Z-hot
Single	表面符号	Yes	$2L^3/4$	blank/ trivial / hot
Group	表面符号	Yes	$2L^3/16$	blank/ trivial / hot

5. 評価

5.1 ニューラルネットワークの学習

ニューラルネットワークの学習の際には，シンドローム

© 2022 Information Processing Society of Japan

Vol.2022-ARC-248 No.39
Vol.2022-SLDM-198 No.39
Vol.2022-EMB-59 No.39
2022/3/11

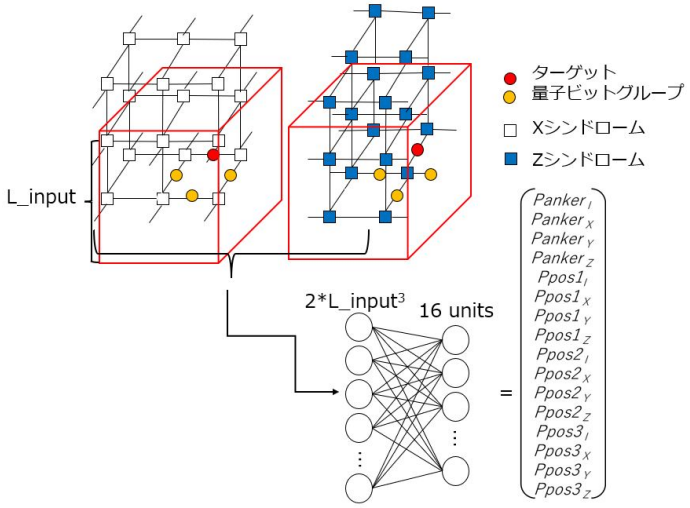


図 11 グループ化モデルにおける推論

値を入力データとして，実際に生じている物理量子ビットのエラーをラベルデータとして用いる．学習に用いるデータは，表面符号をシミュレートすることにより以下のように生成する．エラーモデルとして Depolarizing noise model を仮定し，符号距離 d_{train} の表面符号の各データ量子ビットにある確率 p_{train} に対して $[\frac{p_{train}}{3}, \frac{p_{train}}{3}, \frac{p_{train}}{3}]$ の確率で $[X, Z, Y]$ エラーを発生させる．また，同じ確率 p_{train} で補助量子ビットの観測にもエラーが生じるとする．このようにランダムに与えたエラーを元に補助量子ビットから出力されるシンドロームを算出する，すなわち復号と逆の操作を行うことでシンドロームを得る．このようにして，入力データであるシンドローム値と，それに対する教師データである物理量子ビットのエラーを得る．d_{train} および p_{train} は 5.3 節で予備評価により決定する．

本研究で用いるニューラルネットワークのモデルは，図 12 に示すように入・出力および隠れ層が各 1 層，合計 3 層の Dense layer からなるとする．Dense layer では線形変換を施しており，重みとバイアスのパラメータを保持している．各 Dense layer の出力に対して活性化関数 ReLU を作用させる．また，モデルの入力層のサイズにおける L_input はターゲット量子ビットを中心にしてシンドロームを抜き出す範囲の一辺の長さを表している．この値が大きくなるほどニューラルネットワークの一度の推論に使える情報が多くなるが，その分モデルの規模が大きくなり学習が困難になるというトレードオフがある．その他の学習パラメータを表 2 にまとめる．

ニューラルネットワークの実装は，PyTorch および PyTorch Lightning を用いて行う．学習・評価の環境として CPU は AMD Ryzen Threadripper 3960X を，GPU は GeForce RTX 2080 Ti を使用した．

5.2 評価手順

提案手法の復号性能の評価指標として，しきい値および

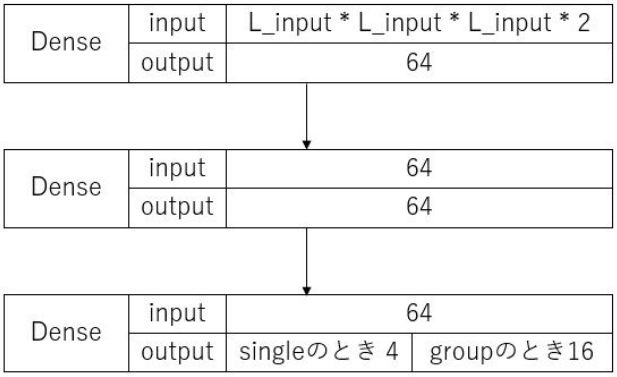


図 12 用いた学習モデル

表 2 NN モデルの学習条件

Parameter	Description
エポック数	100
入力データ数	200000
検証用データ数	100000
テストデータ数	100000
隠れ層の数	1
隠れ層のノード数	64
損失関数	クロスエントロピー誤差
Optimizer	Adam
学習率	0.01

疑似しきい値を用いる．しきい値 p_{th} は復号手法ごとに定義される値で，以下の条件を満たす物理エラー率を指す．すなわち，$p < p_{th}$ であれば符号距離 d が大きくなるにつれて論理エラー率 p_L が小さくなるような p_{th} である．しきい値は，ある復号手法について複数の d で物理エラー率 p と論理エラー率 p_L をプロットした場合に，各プロットが 1 点で交差する点の p として観察でき，この値が大きいほど復号手法の性能は高い．また，疑似しきい値はある符号距離 d および復号手法について，物理エラー率と論理エラー率が一致する値として定義される．同じ符号距離 d について疑似しきい値が大きいほど復号性能が高いと言える．

復号手法の性能評価は，d, p のパラメータをそれぞれ変え，ランダムにエラーを与えた表面符号の復号を各 100,000 回繰り返し，その成否を確かめることで論理エラー率を算出する数値計算により行う．また，それらの結果をグラフにプロットすることでしきい値および疑似しきい値を求める．

5.3 学習時のパラメータの決定

予備評価により，学習データの生成時にシミュレートする表面符号の適切な符号距離 d_{train} およびエラー発生率 p_{train} を決める．予備評価として，提案手法 Single について $L_input = 5$ のニューラルネットワークを $d_{train} = 7$ の表面符号のシミュレートにより得られた学習データで学習

© 2022 Information Processing Society of Japan

Vol.2022-ARC-248 No.39
Vol.2022-SLDM-198 No.39
Vol.2022-EMB-59 No.39
2022/3/11

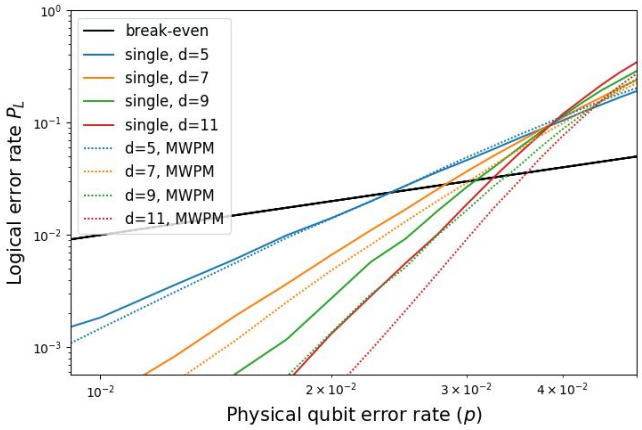


図 13 $p_{train} = 0.04$ で学習した場合

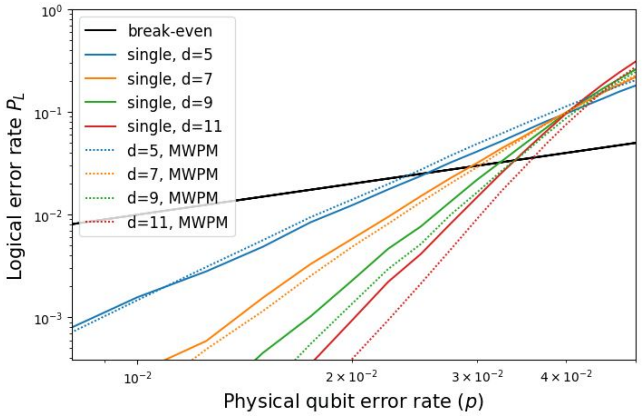


図 14 $p_{train} = 0.08$ で学習した場合

を行う場合を考える．図 13，および図 14 はエラー発生率 p_{train} をそれぞれ 0.04, 0.08 と変えたときの復号性能を表している．各グラフにおいて，横軸が物理エラー発生率，縦軸が論理エラー率を表している．実線が NN+MWPM での復号であり，破線が MWPM 単体で復号したときの復号成功率を表している．しきい値は $p_{train} = 0.04$ のとき 0.0389，$p_{train} = 0.08$ のとき 0.0406 であった．よって以降の学習ではエラー発生率は $p_{train} = 0.08$ とした．

次にニューラルネットワークのパラメータ L_input と，学習データの生成に用いる表面符号の符号化距離 d_{train} を変えた際の比較を示す．

提案手法 Single について，$L_input = 3, d = 5$ と変えた場合と MWPM のみの結果を以下の図 15 に示す．これを図 14 と比較すると，$L_input = 3, d = 5$ と学習の規模が小さい方はエラーしきい値が 0.0395 であったため，学習の規模が大きい方が精度が高いことが確認できた．このことから d_{train} および L_input が大きいほど提案手法の復号性能が上がることが予想されるが，学習にかかる時間やメモリサイズの観点からこれ以上の規模での学習は行わず，以降の学習は $L_input = 5, d = 7$ で行うこととする．

5.4 提案手法 Group の評価

学習用データの生成時の表面符号の生成時の符号化距離

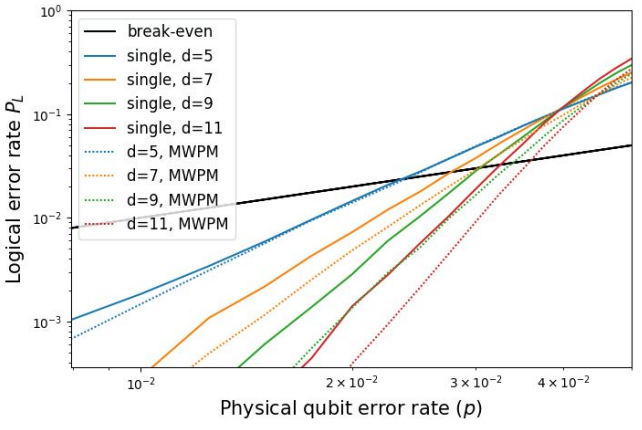


図 15 L_input3,d=5 で学習した場合

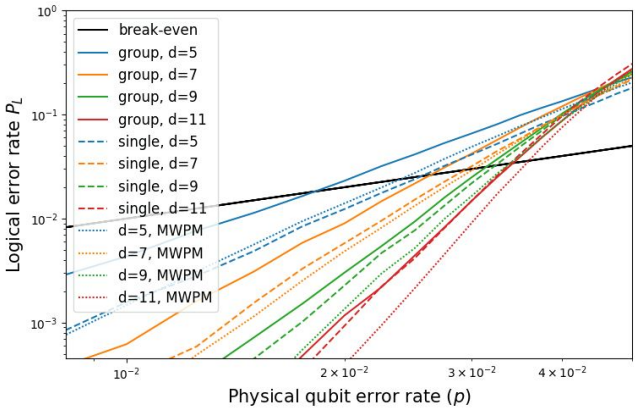


図 16 グループ化あり NN+MWPM，グループ化なし NN+MWPM，MWPM 単体との比較

表 3 各デコード手法でのエラーしきい値

復号手法	Group	Single	MWPM
しきい値	0.0468	0.0399	0.0447

$d = 7$ エラー発生率 $p_{train} = 0.08$ とし，ニューラルネットワークのパラメータを $L_input = 5$ とした場合の提案手法 Group の性能を評価し，ターゲット量子ビットのグループ化による復号性能への寄与を確認する．

図 16 は $L_input = 5, d = 7$ において，グループ化を施して学習した NN+MWPM (Group)，グループ化を施さずに学習した NN+MWPM (Single)，MWPM 単体 (MWPM) で復号したときのエラー率を示したものである．実線が group，破線が single，点線が MWPM の両対数グラフで表されている．

表 3 に group, single, MWPM それぞれについてのエラーしきい値を示した．グループ化を施した学習モデルがエラーしきい値が最も高く，MWPM のエラー訂正性能を上回ったことが確認できた．

表 4 に符号化距離 $d = 5, 7, 9, 11$ の場合における group, single, MWPM それぞれについての擬似しきい値を示す．ニューラルネットワークで学習したデコーダを用いた手法では，group, single いずれの場合でも MWPM に比べて疑

© 2022 Information Processing Society of Japan

表 4 異なる符号化距離における各デコード手法での擬似しきい値

符号化距離	d=3			d=5		
デコーダ	Group	Single	MWPM-only	Group	Single	MWPM-only
擬似しきい値	0.0182	0.0255	0.0239	0.0263	0.0294	0.0303
符号化距離	d=7			d=9		
デコーダ	Group	Single	MWPM-only	Group	Single	MWPM-only
擬似しきい値	0.0314	0.0323	0.0339	0.0342	0.0339	0.0360

似しきい値が低下してしまっていることが分かる．

6. 結論

本稿では，量子誤り訂正の手法の 1 つである表面符号において，ニューラルネットワークによりエラーパターンを学習し，それを MWPM の前処理として用いる先行研究をそのまま 3 次元格子に適用すると，MWPM 単体よりも悪い結果となることが示されたため，先行研究の手法の拡張として，エラー予測の対象となる量子ビットをグループ化する手法を検討した．

提案手法をシミュレーションにより評価したところ，MWPM 単体のエラーしきい値 0.0447 に対して，エラーしきい値が 0.0468 となり若干の性能向上が見られた．一方で，擬似しきい値は低下しており，本稿での評価からは提案手法が優れているとは言い切れないという結果であった．

今後の課題として，ニューラルネットワークのモデルを調整することで復号性能を向上させることがあげられる．また，今回はエラー訂正性能にしか焦点を当てていなかったが，実際のデコード時間についても検討していくことが必要であると考えられる．

謝辞

本研究は, JST 未来社会創造事業課題番号 JPMJMI18E1, および JST CREST 課題番号 JPMJCR18K1 によるものである．

参考文献

[1] Frank Arute, Kunal Arya, Ryan Babbush, Dave Bacon, Joseph C. Bardin, Rami Barends, Rupak Biswas, Sergio Boixo, Fernando G. S. L. Brandão, David A. Buell, et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*, 574(7779):505–510, 2019.

[2] Peter W. Shor. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM Journal on Computing*, 26(5):1484–1509, 1997.

[3] 第 9 章 量子誤り訂正 — quantum native dojo ドキュメント. `https://dojo.qulacs.org/ja/latest/notebooks/9\_quantum\_error\_correction.html`. Accessed on 01/28/2022.

[4] Austin G. Fowler, Matteo Mariantoni, John M. Martinis, and Andrew N. Cleland. Surface codes: Towards practical large-scale quantum computation. *Physical Review A*, 86(3), Sep 2012.

[5] Austin G. Fowler. Minimum weight perfect matching of fault-tolerant topological quantum error correction in average O(1) parallel time. *Quantum Information and Computation*, 15(1–2), 2015.

[6] Kai Meinerz, Chae-Yeun Park, and Simon Trebst. Scalable neural decoder for topological surface codes, 2021.

[7] Savvas Varsamopoulos, Ben Criger, and Koen Bertels. Decoding small surface codes with feedforward neural networks. *Quantum Science and Technology*, 3(1):015004, nov 2017.

[8] Nicolas Delfosse and Naomi H. Nickerson. Almost-linear time decoding algorithm for topological codes. *Quantum*, 5:595, Dec 2021.

[9] Andrew Landahl Alexei Kitaev and John Preskill. Topological quantum memory. 2002.

[10] Savvas Varsamopoulos, Koen Bertels, and Carmen Garcia Almudever. Comparing neural network based decoders for the surface code. *IEEE Transactions on Computers*, 2019.

[11] Amarsanaa Davaasuren, Yasunari Suzuki, Keisuke Fujii, and Masato Koashi. General framework for constructing fast and near-optimal machine-learning-based decoder of the topological stabilizer codes. *Phys. Rev. Research*, 2:033399, Sep 2020.

[12] Spiro Gicev, Lloyd CL Hollenberg, and Muhammad Usman. A scalable and fast artificial neural network syndrome decoder for surface codes. *arXiv preprint arXiv:2110.05854*, 2021.

© 2022 Information Processing Society of Japan