

単目的問題への分割に基づく多目的分枝限定法の提案

下保 知輝[†] 渡邊 真也[†] 榊原 一紀[‡]

室蘭工業大学[†] 富山県立大学[‡]

1 はじめに

近年, 多目的混合整数計画 (Multi-Objective Mixed Integer Programming; MOMIP) 問題の研究が盛んである. MOMIP を解く汎用的な厳密解法として多目的分枝限定法 [1] が存在するが, すべてのパレート最適な端点を列挙する本手法では目的数の多い問題を解くのに膨大な計算コストを要する.

そこで本研究では, 多目的問題を重みベクトルにより複数の単目的問題に分割し, 各問題で分枝限定法を適用する実用解法を提案する.

2 多目的混合整数計画問題

多目的混合整数計画問題は以下で定式化される.

$$\begin{aligned} \min \quad & Cx = (c_1x, c_2x, \dots, c_kx)^\top \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b \\ & 0 \leq x \leq u \\ & x_i \in \mathbb{Z}, \quad i \in I_z, \end{aligned} \quad (1)$$

ただし, k を目的数, m を変数数, n を制約数として, x, u は m 次元実ベクトル, I_z は $\{1, \dots, m\}$ の部分集合, C は $k \times m$ 実行列, A は $n \times m$ 実行列, b は n 次元実ベクトルとする.

3 関連手法

MOMIP に対する代表的な解法を以下に示す.

3.1 多目的分枝限定法

多目的分枝限定法 (Multi-Objective Branch-and-Bound; MOBB)[1] は分枝限定法を多目的問題へと拡張した手法であり, MOMIP に対する汎用的な厳密解法である. MOBB では, 各整数変数について分枝し得られた多目的線形計画問題に対して

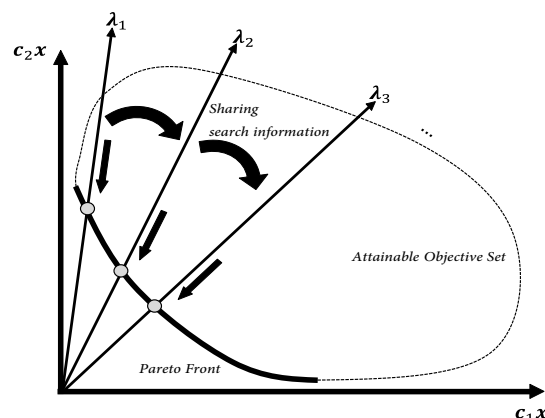


Fig.1 Conceptual diagram of MOBB/D

多目的シンプレックス法を適用し, 得られた非劣解を解データベースに保存する. すべてのパレート最適な端点を列挙するため, 大規模問題では現実的な時間での求解が困難である.

3.2 Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition

Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition (MOEA/D) は重みベクトルにより複数の単目的問題に分割する進化計算アルゴリズムである. MOEA/D をはじめとした発見的解法では, 規模に依らずある程度優れた解を導出できるが, 得られた非劣解集合の精度保証が難しい.

4 提案手法

本研究では, 規模の大きい MOMIP においても現実的な時間でパレートフロントを高精度に近似する手法 Multi-Objective Branch-and-Bound based on Decomposition (MOBB/D) を提案する. Fig.1 に MOBB/D の概念図を示す.

本手法では, MOEA/D と同様に多目的問題を単目的問題へ分割し各問題の最適化に分枝限定法を適用する. 各単目的問題どうしは似た性質を持ち, 得られた探索情報を活用することで探索を効率化することができる.

Proposal of Multi-Objective Branch and Bound Based on Decomposition

Tomoki Kaho[†], Shinya Watanabe[†],
Kazutoshi Sakakibara[†]

[†] Muroran Institute of Technology

[‡] Toyama Prefectural University

4.1 単目的問題への分割

単目的問題への分割には重みベクトルを用いる。問題 (1) を重みベクトル $\lambda \in \mathbb{R}^k$ により単目的化した問題を以下に示す。

$$\begin{aligned} \min \quad & \lambda^\top Cx = \lambda_1 c_1 x + \cdots + \lambda_k c_k x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b \\ & 0 \leq x \leq u \\ & x_i \in \mathbb{Z}, \quad i \in I_z, \end{aligned} \quad (2)$$

なお、ここでは単目的化手法として Weighted Sum アプローチを適用した。

1 本の重みベクトルから 1 個の非劣解を最適解とする単目的問題が定義されるため、重みベクトルの本数により得られる解の個数を制御することができる。

4.2 各部分問題の最適化

各部分問題の最適化には分枝限定法を用いる。各部分問題は単目的問題であるため、通常に分枝限定法および既存の多目的問題に対する知見をそのまま適用できる。

問題 (2) の定義より、重みベクトルの変化は目的関数にのみ線形に影響するため、各成分がほぼ同じ重みベクトルからなる問題どうしは非常に似た性質を持つ。従って探索情報を近傍の重みベクトルが成す問題へ共有することで探索効率を向上させることが可能と考えられる。

4.3 近傍情報の活用例

近傍の探索情報の活用例として、ここではシンプレックス表の各成分を重みベクトル λ の関数とし再利用する方法を考える。

分枝限定法において分枝操作により生成される各ノードでは、境界値テストのために緩和問題を解き、適宜限定操作を実行する。緩和問題を解く際にはシンプレックス法を用いるのが一般的だが、シンプレックス表の各成分は定数値を持ち、直接別の重みベクトルを再代入した表を作成することが出来ない。

そこで本稿ではシンプレックス表の各成分を λ の関数とすることを考える。すなわち、 λ を変数ベクトル、 λ_1, λ_2 をある定数ベクトルとしたとき、各 (i, j) 成分を関数 $f_{i,j}(\lambda)$ として持ち、ピボット選択のような更新操作では $\lambda \leftarrow \lambda_1$ と代入した値を用いる。そして λ_1 について最適なシンプレックス表が求まった後は、 $\lambda \leftarrow \lambda_2$ と代入して同様に更新操作を適用する。近傍の重みベクトルでは得られる最適

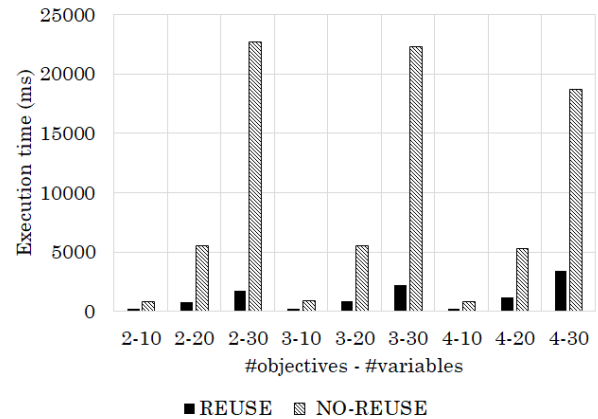


Fig.2 Results of execution time.

解も近傍にあると考えられるため、 λ_1 における最適解から λ_2 における最適解へ遷移するのに必要な更新操作の回数が大きく抑えられると考えられる。

5 数値実験

提案手法の有効性検証のため数値実験を行う。ただし、各関連手法とは導出する解集合の目標が大きく異なるため、ここでは近傍情報の活用によりどのくらい探索効率が向上するかについてのみの検証を行う。

対象問題はベンチマーク問題 [2] とし、シンプレックス表を再利用する REUSE, 再利用しない NO-REUSE で性能比較を行う。

Fig.2 に実験結果を示す。結果より、いずれの目的数、変数数においても探索効率が向上していることが確認できる。

6 まとめ

本稿では、MOMIP に対する実用解法の提案を行った。今後の課題として、既存手法との比較方法、非凸パレートフロントを持つ問題に対応した単目的化方法、更なる近傍情報の活用方法を検討する。

参考文献

- [1] G. Kiziltan, E. Yucaoglu, An algorithm for multiobjective zero-one linear programming, Management Science, vol.29, no.12, 1983, pp. 1444-1453.
- [2] G. Mavrotas, D. Diakoulaki, A branch and bound algorithm for mixed zero-one multiple objective linear programming, European Journal of Operational Research, Vol. 107, Issue 3, 1998, pp. 530-541.