

ビットコイン市場におけるボラティリティ非対称性とマルチフラクタル性 (Volatility Asymmetry and Multifractality on the Bitcoin Market)

高石 哲弥†

広島経済大学†

1. はじめに

ビットコインは Satoshi Nakamoto[1]によって提唱され、2009年にブロックチェーン技術を利用した非集権的ビットコインシステムが立ち上がった。その後、ビットコインや他の暗号資産を取引する市場がいくつも作られ、現在は活発な暗号資産市場が形成されている。ビットコインの存在感が増すとともに、ビットコインについての研究も多くなされるようになってきている。例えば、価格のクラスタリング[2]、ラフボラティリティ[3]、テ일러効果[4]、市場効率性[5]などがある。

多くの金融資産価格には共通に見られる Stylized facts[6]という性質があることが知られている。例えば、収益率分布のファットテール性やボラティリティクラスタリングなどがある。ビットコインについても Stylized facts の性質が現れることが知られている[7]。一方で、他とは違う性質を示すことも知られている。その1つは、ボラティリティの非対称性である。株価収益率時系列のボラティリティは正の収益率の次の日よりも、負の収益率の次の日のボラティリティがより上昇するという性質があることが知られており、この性質を Leverage 効果とも呼ぶ。一方、ビットコインについて調べた結果では、負の収益率の日よりも、正の収益率の次の日のボラティリティがより上昇する結果が報告されており[8, 9]、この性質を Anti-Leverage 効果と呼ぶこともある。しかし、その後の研究では、ボラティリティ非対称性は大きくないという結果も報告されている[7, 10]。これらの異なる報告については、対象とするデータ区間が様々であり、またボラティリティ非対称性の性質が時間変動することによって異なる結果となっている可能性がある。実際、区間ごとに非対称性を調べた研究では、当初は Anti-Leverage 効果の性質を示しているが、その後は非対称性が小さくなっているという報告もある[8]。

本研究では、長期間にわたってのボラティリティ非対称性の時間変動を調べる。また、ボラティリティ非対称性の存在は、市場の何らかの

非効率性（ランダムウォークからのかい離度とする）を示している可能性があるので、市場の非効率性との関連性についても調べる。市場の非効率性の指標には、ハースト指数やマルチフラクタル性の強さを用いる。

2. ボラティリティ非対称性の測定

ボラティリティ非対称性の測定には先行研究で用いられている GARCH モデルを利用する。GARCH モデルには様々なタイプの GARCH モデルが存在するが、ここでは非対称 GARCH モデルの1つである Threshold GARCH (TGARCH) モデル[11]を用いる。TGARCH モデルは以下で定義される。

$$r_t = \mu + c_t r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma I(\varepsilon_{t-1}) \quad (2)$$

ここで、 r_t と σ_t^2 はそれぞれ t 日における日次収益率とボラティリティを表す。また、 $\mu, \omega, \alpha, \beta, \gamma, c_1$ はモデルのパラメータである。 ε_t は $\varepsilon_t = \sigma_t \delta_t$ で定義され、 δ_t は平均0分散1のランダム変数であるが、ここではスチューデント分布に従う乱数を利用した。 $I(x)$ は $x < 0$ のとき1を取り、その他は0となる関数である。 γ がボラティリティの非対称性を表し、負の時に Anti-Leverage 効果の場合に対応する。

本研究では、548日（約1年半）の区間に区切り、その区間で TGARCH モデルのパラメータを推定する。区間は30日毎ずらしながら、パラメータ推定を繰り返し、パラメータの時間変動を調べる。

3. 市場の非効率性の測定

市場の効率性の測定にはマルチフラクタル解析[12]より求めた一般化ハースト指数 $h(q)$ を利用する。 $h(q)$ は q 次の揺らぎに対応するハースト指数であるが、時系列が正規ランダムウォークであれば、一定値を取る。また、 $h(q)$ が変化する場合、時系列はマルチフラクタル性を持つという。本研究では、 $h(q)$ から $\alpha(q)$ に変形した

$$\alpha(q) = h(q) + qh'(q) \quad (3)$$

をもとに $\Delta \alpha = \alpha(-25) - \alpha(25)$ をマルチフラクタル性の強さとして定義した。

4. データ

本研究では、Bitstamp 取引所で取引された

†Tetsuya Takaishi • Hiroshima University of Economics

2011年9月10日～2020年6月6日までのビットコイン価格を利用した。データは <http://api.bitcoincharts.com/v1/csv/> よりダウンロードした。

5. 結果

図1はいくつかのパラメータの時間変動を表している。非対称性を表す γ は2014年以前、また2017年前後は負の値を表しており、Anti-Leverage効果の存在を示しているが、近年は γ の値はゼロに近く非対称性が小さいことを表しており、先行研究と一致する。

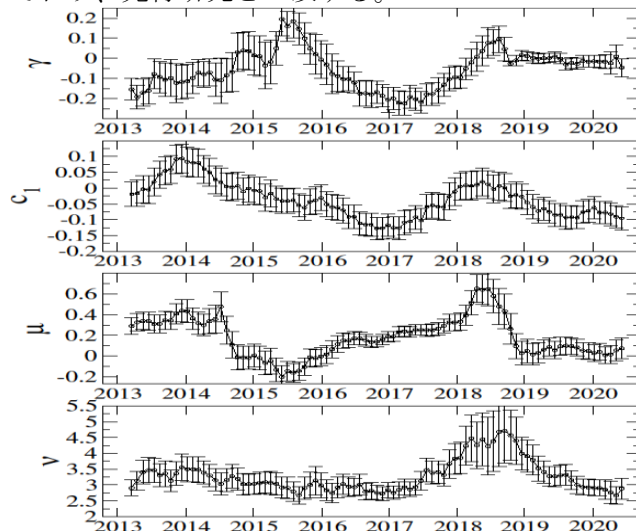


図1：TGARCHモデルのパラメータの時間変動。 γ はスチューデント分布の形状係数。

図2はボラティリティ非対称性 γ と市場の非効率性を表す指標 $h(2)$, $\Delta\alpha$, kurtosis(尖度)の関連を表している。 $h(2)$ は通常のハースト指数に対応し、ランダムウォーク(市場が効率的)であれば0.5を取る。図2(a)は、 γ がゼロに近いときに、 $h(2)$ は0.5(市場が効率的)に近くなることを示している。図2(b)から $\Delta\alpha$ が小さいときは γ がゼロに近くなっていることが分かる。 $\Delta\alpha$ が小さいときは市場が効率的なことを表すので、この結果も効率的な時は非対称性が小さいことを表している。図2(c)は尖度と γ の関係であり、市場が効率的な時はガウス分布(尖度は3)に近づくと思われるが、図2(c)は γ がゼロに近いときは尖度が3の方(効率的な方)に近づいていることを示している。

6. まとめ

本研究では、TGARCHモデルを利用して、ボラティリティ非対称性の時間変動を調べた。その結果、非対称性の性質は時間変動しており、近年、非対称性の大きさは小さくなっていることが分かった。また、非対称性は市場の効率性と

も関連があり、非対称性が小さいときと市場の効率性の改善が関連していることが分かった。

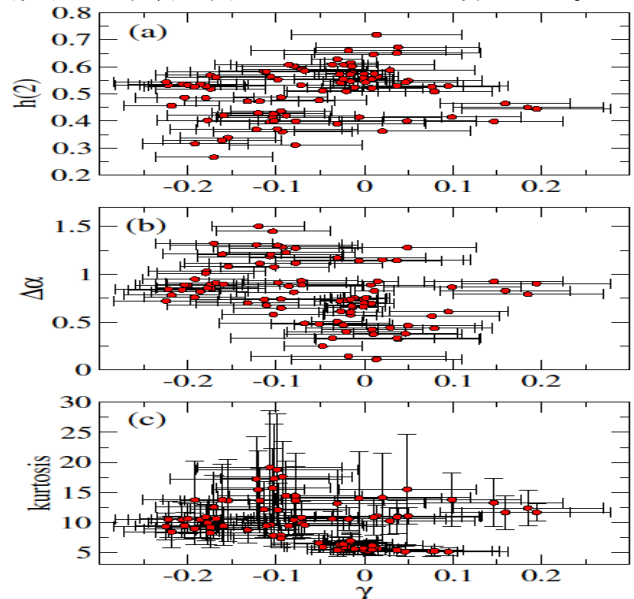


図2： γ と(a) $h(2)$, (b) $\Delta\alpha$, (c)kurtosisの関係。

参考文献

- [1] Nakamoto S. Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System; 2008.
- [2] Urquhart A. Price clustering in Bitcoin. *Economics Letters*. 2017;159:145–148.
- [3] Takaishi T. Rough volatility of Bitcoin. *Finance Research Letters*. 405 2020;32:101379.
- [4] Takaishi T, Adachi T. Taylor effect in Bitcoin time series. *Economics Letters*. 393 2018;172:5–7.
- [5] Takaishi T, Adachi T. Market efficiency, liquidity, and multifractality of Bitcoin: A dynamic study. *Asia-Pacific Financial Markets*. 2020;27:145–154.
- [6] Cont R. Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical 412Issues. *Quantitative Finance*. 2001;1:223–236.
- [7] Takaishi T. Statistical properties and multifractality of Bitcoin. *Physica A*. 418 2018;506:507–519.
- [8] Bouri E, Azzi G, Dyrberg AH. On the return-volatility relationship in the Bitcoin market around the price crash of 2013. *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*. 2017;11:1–16.
- [9] Katsiampa P. Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*. 2017;158:3–6.
- [10] Baur DG, Dimpfl T. Asymmetric volatility in cryptocurrencies. *Economics Letters*. 2018;173:148.
- [11] Glosten LR, Jaganathan R, Runkle D. On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess on Stocks. *Journal of Finance*. 1993;48:1779–1801.
- [12] Kantelhardt JW et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A*. 2002;316(1):87–114