

連結ピン組織構造の最上位メンバーと下位層メンバーとの関係追加

澤田 清†

流通科学大学 経済学部 経済情報学科†

1. はじめに

連結ピン組織構造は、上下関係のみで形成されるピラミッド組織構造に、同じ部署内の横方向の関係を追加した組織構造である[1]。ピラミッド組織構造は組織内のメンバーを頂点とし、メンバー間の関係を辺として根付き木として表現され[2]、連結ピン組織構造は根付き木の兄弟（同じ親を持つ頂点）を隣接化した構造として表現される。

本研究では、完全 K 分木として表されるピラミッド組織構造の全兄弟を隣接化した完全 K 分木型連結ピン組織構造を対象とし、最上位メンバーと下位層メンバーとの間に関係を追加するときに、組織全体の情報伝達効率が最大となる関係追加階層を求めることを考える。筆者はすでに、完全 K 分木型連結ピン組織構造の最上位メンバーと下位層メンバー 1 人との間に関係を追加、すなわち 1 辺を追加するときの最適な下位層メンバーの階層を求めている[3]。そこでは、メンバー間関係の距離を表す辺の長さをすべて 1 としたときに、総頂点間短縮経路長（辺追加により短縮される最短経路長を全頂点对で合計したもの）を定式化し、これを最大にすることにより最適な階層を求めた。

本研究では、完全 K 分木型連結ピン組織構造の最上位メンバーと 1 つの下位層の全メンバーとの間に関係を追加するときの最適な下位層を求めることを考える。すなわち、高さ H ($H = 2, 3, \dots$) の完全 K 分木型連結ピン組織構造 ($K = 2, 3, \dots$) に対して、根と深さ N ($N = 2, 3, \dots, H$) の全頂点との間に辺を追加するモデルを提案する。ここでも、辺の長さをすべて 1 とし、辺追加による総頂点間短縮経路長を定式化する。なおここでは、完全 K 分木型組織構造の最上位メンバーと 1 つの下位層の全メンバーとの間に関係を追加するモデル[4]と同様の手順で定式化を行う。

2. 総頂点間短縮経路長の定式化

ここでは、本モデルの総頂点間短縮経路長を (i) 深さ N 以上の頂点間、(ii) 深さ N 以上の頂点と深さ N 未満の頂点間、(iii) 深さ N 未満の頂点間に分けて定式化する。

深さ N 以上の頂点間は、深さ N の頂点から追加辺を通して根まで行き、根から別の追加辺を通して深さ N の頂点まで行く経路により短縮される。この短縮経路長を、深さ N 以上の頂点のすべての対で合計すると、

$$A(N) = \frac{1}{2} \{M(H-N)\}^2 K^N (K-1) \sum_{i=1}^{N-1} (2i-1) K^i \quad (1)$$

となる。ここで、 $M(h)$ ($h = 0, 1, 2, \dots$) は高さ h の完全 K 分木の頂点数を表す。

次に、深さ N 以上の頂点と深さ N 未満の頂点間は、2通りの経路のいずれかによって短縮される。すなわち、深さ N の頂点から追加辺を通して根まで行き、根から別の追加辺を通して深さ N の頂点まで行ってから一階層ずつ上がって深さ N 未満の頂点へ到達する経路（下ルートと呼ぶ）と、深さ N の頂点から追加辺を通して根まで行った後、一階層ずつ下がって深さ N 未満の頂点へ到達する経路（上ルートと呼ぶ）である。両ルートの短縮経路長のうち大きい方の短縮経路長の総和を求めるが、下ルートと上ルートの短縮経路長が等しい場合は、式の上では上ルートの短縮経路長を用いることとする。このとき、下ルートおよび上ルートの短縮経路長は、それぞれ次のように定式化される。

$$B(N) = M(H-N) K^N (K-1) \sum_{i=1}^{\lfloor N/2 \rfloor - 1} \sum_{j=1}^{N-i-1} (2j-1) K^j, \quad (2)$$

Adding relations between the top and members of lower level in a linking pin organization structure

†Kiyoshi Sawada, Department of Economic Information, Faculty of Economics, University of Marketing and Distribution Sciences

$$C(N) = M(H - N)K^N(K - 1) \times \sum_{i=1}^{\lfloor (N-1)/2 \rfloor} M(\lfloor (N+1)/2 \rfloor - i)(N - 2i) + M(H - N)K^N \sum_{i=1}^{\lfloor N/2 \rfloor} (N - 2i + 1). \quad (3)$$

ただし、 $\lfloor \bullet \rfloor$ は $\bullet$ を越えない最大の整数を表す。

また、 $\sum_{i=1}^0 \bullet = 0$ と定義する。

次に、深さ N 未満の頂点間は、以下の3通りに分けて考える。まず同じ深さの頂点同士の場合は、その頂点から一階層ずつ下がって深さ N の頂点まで行き、追加辺を通して根まで行く。さらに別の追加辺を通して深さ N の頂点へ行き、そこから一階層ずつ上がって行く経路（下ルート）により短縮される。このときの短縮経路長は、

$$D(N) = \frac{1}{2}K^N(K - 1) \sum_{i=1}^{\lfloor N/2 \rfloor - 1} \sum_{j=1}^{N-2i-1} (2j - 1)K^j \quad (4)$$

となる。2頂点の深さが異なる場合は、深い方の頂点から深さ N の頂点まで一階層ずつ下がって行き、追加辺を通して根まで行く。そこから、別の追加辺を通して深さ N の頂点まで行ってから一階層ずつ上がって浅い方の頂点へ行く経路（下ルート）と、根から一階層ずつ下がって浅い方の頂点へ行く経路（上ルート）に分けられる。ここでも、下ルートと上ルートの短縮経路長のうち大きい方の短縮経路長の総和を求めるが、短縮経路長が等しい場合は、式の上では上ルートの短縮経路長を用いることとする。このとき、下ルートおよび上ルートの短縮経路長は、それぞれ次のように定式化される。

$$E(N) = K^N(K - 1) \sum_{h=1}^{\lfloor N/2 \rfloor - 2} \sum_{i=1}^{\lfloor N/2 \rfloor - h - 1} \sum_{j=1}^{N-2h-i-1} (2j - 1)K^j, \quad (5)$$

$$F(N) = \sum_{i=1}^{\lfloor (N-1)/2 \rfloor - 1} K^{N-i}(K - 1) \times \sum_{j=1}^{\lfloor (N-1)/2 \rfloor - i} M(\lfloor (N+1)/2 \rfloor - j)(N - 2i - 2j) + \sum_{i=1}^{\lfloor N/2 \rfloor - 1} K^{N-i} \sum_{j=1}^{\lfloor N/2 \rfloor - i} (N - 2i - 2j + 1). \quad (6)$$

ただし、 $\sum_{i=1}^{-1} \bullet = 0$ と定義する。

以上より、総頂点間短縮経路長 $S(N)$ は、

$$S(N) = A(N) + B(N) + C(N) + D(N) + E(N) + F(N) \quad (7)$$

と定式化される。

総頂点間短縮経路長 $S(N)$ を最大にする最適深さ N^* に関する考察は、発表時に報告する。

参考文献

- [1] R. Likert and J. G. Likert, New Ways of Managing Conflict, McGraw-Hill, 1976.
- [2] Y. Takahara and M. Mesarovic, Organization Structure: Cybernetic Systems Foundation, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2003.
- [3] 澤田 清, 総頂点間短縮経路長を最大にする完全 K 分木連結ピン型組織構造の根との関係追加モデル, 情報処理学会研究報告, Vol.2011-MPS-86, No.23, pp.1-2, 2011.
- [4] 澤田 清, 総頂点間経路長を最小にする完全 K 分木の根と深さ同一全頂点の追加的隣接化, 情報科学技術フォーラム講演論文集(1), pp.75-76, 2002.