

[面白い量子技術]

4 量子コンピュータを用いた金融計算



宇野隼平 | みずほ情報総研（株）



金融とコンピュータ

金融業務におけるコンピュータ利用の歴史は長く、1950年代から大型計算機を導入し、主に勘定系のシステムなどで膨大な情報処理を行ってきた。また、近年では、インターネットやスマートフォンの普及によるライフスタイルの変化、FinTechの流行、他業種による金融サービスへの参入の影響等もあり、コンピュータによる情報処理を活用して金融を便利にする革新的なサービスが次々と生み出されている¹⁾。具体的には、たとえば、AIを利用して投資や運用の支援をするロボアドバイザー、コンピュータを用いて自動的に取引を行うアルゴリズム取引、ブロックチェーン技術による仮想通貨等が挙げられる。こうしたサービスでは、顧客情報や取引データ等の大量の情報を高速に処理する必要がある、情報化社会の進展を考慮すると、今後さらに莫大な計算能力が必要になると予想される。

こうした金融サービス以外に、安定的な金融システムの確保や金融犯罪の防止等にも、今後多くの計算処理が必要になることが考えられる。たとえば、規制の強化の方向として、シミュレーションにより保有する資産のリスクを評価する、大量の取引の中から不正取引やマネーロンダリングを検出する、というような計算の必要性が議論されている。

金融業界では、こうした将来的な計算量の増大に備えて、近年、量子コンピュータの活用を検討し

ている。国内においては、2018年に慶應義塾大学にIBM Q Network Hubが設立され、筆者の所属するみずほが参画し、三菱UFJフィナンシャル・グループや三井住友信託銀行とともに量子コンピュータの活用の研究を行っているほか、海外においても、IBM Q Networkに参加しているJPMorgan ChaseやGoldman Sachs等をはじめ、さまざまな金融機関が将来的な活用に向けた研究を積極的に行っている。

本稿では、金融機関における量子コンピュータ活用に向けた取り組みのうち、特にデリバティブ（金融派生商品）の価格評価を中心に解説を行う。その他、金融計算への量子コンピュータの適用先として検討されている、最適化、機械学習等に関しては簡単に触れるにとどめる。最適化、機械学習等の詳細については最近のレビュー²⁾を参照のこと。

デリバティブ価格評価と量子計算

金融商品には、株価や為替レートなどの商品（原資産）から派生したデリバティブ（金融派生商品）と呼ばれる商品がある。デリバティブは、原資産の価格変動による損失のリスク回避、リスクを負った収益性の追求等、さまざまなリスク選好に対応するために考案された商品である。デリバティブの適正な価格を算出するためには、株価などの原資産の価格変動の履歴をサンプルするモンテカルロ・シミュレーションが用いられることが多い。モンテカルロ・

特集 Special Feature

シミュレーションでは、計算の誤差を十分小さくするためには大量のサンプルを発生させる必要があり、このため、デリバティブの価格評価は金融機関において最も時間を要する計算の1つとなっている。

量子コンピュータでは、デリバティブ価格評価の計算コストを大幅に削減することが可能なアルゴリズムが知られている。ここでは、デリバティブ価格評価と量子アルゴリズムの概要と、量子アルゴリズムを少しでも早く活用するために筆者らが行ってきた最近の研究について紹介する。

金融工学とデリバティブ

株価や為替レート等はあらかじめ決まった価格で売買されているのではなく、毎日のニュースなどで報じられるように時々刻々と価格が変化する。これらの金融商品（デリバティブと対比して原資産と呼ばれる）の価格は市場の参加者の需要（買手）と供給（売手）のバランスにより決まる。たとえば、企業の業績が好調だと判断した買手が売手に対して多

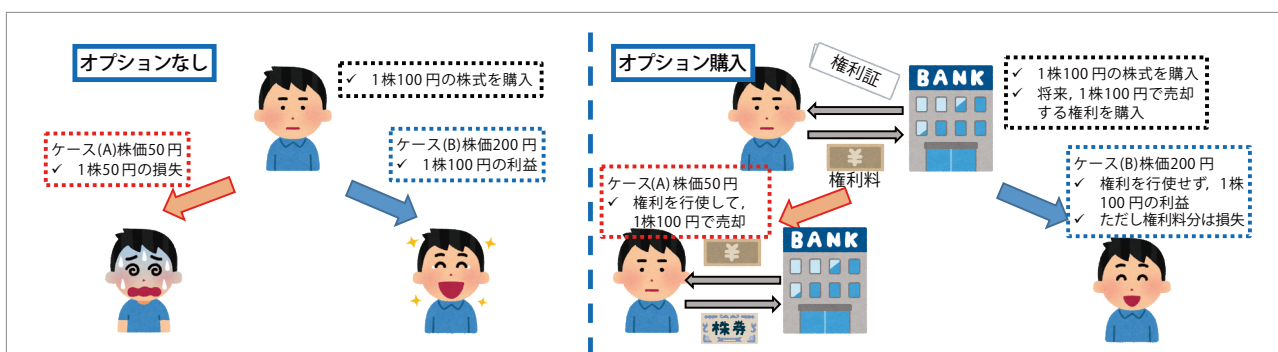
い場合には、株式の需要が高まり、一般には株価は上昇するといった具合である。

原資産価格の変動は、企業業績や社会情勢等により説明できることもあるが、ほとんどの場合には、多くの市場参加者のさまざまな思惑により、きわめて不規則に変動する。このため、価格の変化の動きを予測することはきわめて困難である。

株式などの原資産の所有者は価格の大幅な上昇により利益を得る可能性がある一方で、予測できない大暴落等により大きな損失を被るリスクがある。このようなリスク（不確実性）をコントロールして、さらに大きな利益を追求したり、リスクを回避したりするために、原資産の価格に依存して価値が決まる「デリバティブ」と呼ばれる金融商品が使われている（図-1）。たとえば、未来が予測できない中で、利益を得る可能性を残しつつ、損失を負うリスクを回避するのに使用されるデリバティブとして、オプションと呼ばれる金融商品がある。オプションは、将来のある時点（または期間）において、原資産を取引する権利のことである。定義だけだと分かりづらいので、具体例として、現在1株100円の株式を購入したときに、オプションとして「1年後にこの株式を1株100円で売る権利」を購入することを考える（このように特定の日に、特定の価格で売る権利をヨーロピアンプットオプションという）。これは株価下落のリスクに備えていることになる（図-2）。このような権利により、たとえば株価が大幅に下落した（たとえば1株50円になった）



■図-1 デリバティブ（金融派生商品）の種類



■図-2 オプションによるリスク回避の例

としても、株式を 100 円で売ることができ、損失を負わない。一方で、株価が大幅に上昇した（たとえば 1 株 200 円になった）場合には、権利を放棄して株式を直接売却することで、大きな利益を得ることも可能となる。もちろん、ただでリスクを回避することが可能になるというわけではなく、「権利」の購入には一定の手数料、オプションとして適切な価格を支払う必要がある。この権利の価格はいくらにするのが適切であろうか？ この価格を決定する方法を与えるのが、金融工学（数理ファイナンス）である。

金融工学では、原資産価格の予測不可能な不規則な変動を確率的な変動、確率過程としてモデル化する。ちなみに、モデル化を行うことで、確率的に莫大な利益があげられるようになる、というわけではない。金融工学では、確率的な議論をうまく利用し、適切なデリバティブの価格付を行うことで、販売する金融機関が不利益を被らない（損をしない）ことが可能となる。

裁定機会とリスク中立確率

金融工学におけるデリバティブの価格付理論によれば、デリバティブ価格は、原資産価格がある擬似的な確率（「リスク中立確率」と呼ばれる）で変動した場合の将来的な価値の期待値を取ることで算出することが可能となる。この価格算出手法の導出には比較的複雑な手順が必要となるため、ここでは主な前提条件と結果のみを示す。興味のある読者は金融工学の教科書³⁾を参照のこと。

デリバティブ価格算出で重要な仮定は、市場に裁定機会がないということであるということである。「裁定機会」とは、リスクなしに、確実に収益を得ることができる機会である。たとえば、ある企業の株式が、市場 A より市場 B で高額で取引されているとすると、その株式を安価な市場 B で購入し、市場 A で売却をすれば、リスクなしで利益をあげる裁定が可能となる。もしも、このような裁定

機会があるとした場合、多くの市場利用者がこれを利用することとなるため、裁定がなくなる方向に価格が是正され、速やかに無裁定に近い状態になると考えられる。このため、ごく短期の裁定機会を除いて、ほとんどの場合において、市場は裁定機会がないことが仮定される。

ここでは詳細に踏み込まないが、「裁定機会がない」ことに加えていくつかの仮定を置くと、デリバティブの適切な価格がある種の確率の下での期待値として算出される。もし、このようにして決められる価格から大きく離れた価格をつけたとすると、裁定機会が発生してしまい、金融機関は大きな損害を被る可能性があり、このため、適切な価格を算出することは重要な課題である。以下では、従来型のコンピュータ、量子コンピュータのそれぞれにおける期待値の算出手法について概説する。

既存コンピュータでの期待値計算

前述のように、デリバティブの価格評価には、ある確率の下での期待値を計算する必要があるが、ごく一部の単純な場合を除き、多くの現実的なケースでは、解析解を得るのは困難である。このため、近年のコンピュータ能力の大幅な向上も相まって、数値的に期待値を近似的に評価する方法が発展してきた。

簡単に言ってしまうと、期待値計算は確率変数の次元を d とすると、 d 次元ベクトル $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_d)$ 上の関数 $f(\mathbf{x})$ の単位区間 $[0,1]^d$ 内での定積分

$$I(f) = \int_{[0,1]^d} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (1)$$

の近似値を求める問題である。（なお、以下では簡単のため、関数 $f(\mathbf{x})$ は、区間 $[0,1]^d$ において $0 \leq f(\mathbf{x}) \leq 1$ を満たし、かつ、滑らかな関数であることを仮定している）。近似値を求めるにあたっては、任意のサンプル点 $\mathbf{x}$ に対して、関数値 $f(\mathbf{x})$ の値が算出可能だとする。一般に、関数 f は呼ばれるごとにコストがかかり、このため、アルゴリズムの

特集

Special Feature

計算コストは、 f の呼び出し回数 (= サンプル点の数) で評価できる (その他の計算コストは無視する)。ある一定のコストに対して、最も良い精度で積分の近似値を得ることが数値計算の目標である。

最も単純な方法としては、変数の各次元を区切って、関数の値を近似する方法が考えられる。たとえば、中点近似では、各 d 次元の $[0,1]$ の区間を m 等分にすることで、式 (1) の積分 $I(f)$ を以下のように近似する。

$$I(f) \sim S(f) = \frac{1}{m^d} \sum_{i \in J} g(i) \quad (2)$$

ここで $J = \{1, 2, \dots, m-1\}$, $g(i) = g(i_1, i_2, \dots, i_d) = f\left(\frac{i_1}{m} + \frac{1}{2}, \frac{i_2}{m} + \frac{1}{2}, \dots, \frac{i_d}{m} + \frac{1}{2}\right)$ とおいた。中点近似では、誤差 ϵ を達成するのに必要なサンプル点の個数は $O(\epsilon^{-d/2})$ と、次元 d に対して指数関数的に依存しており、いわゆる“次元の呪い”に陥っている。たとえば $d=100$ として、誤差 $\epsilon=10^{-3}$ を達成したいとすると、 $O(10^{150})$ 個程度と莫大なサンプル点 (関数 f の呼び出し) が必要となる。これは、 f の呼び出しに要する計算が 1flop (浮動小数点計算) であり、さらに、今後登場する Eflops 級 (1 秒間に 10^{18} 回浮動小数計算を行える) のスパコンを利用できるという楽天的な仮定をおいたとしても、実行に必要な時間は $O(10^{125})$ 年程度となり、現実的に実行するのは不可能な計算コストである。典型的な金融の問題では、確率変数の個数は数百次元に及ぶため、中点近似で期待値の計算を行うのは現実的ではない。

そこで、高次元の問題においては、モンテカルロ法が使われるのが一般的である。モンテカルロ法では、 N 個のランダムなサンプル $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ を用いて、以下のように近似値の計算を行う。

$$I(f) \sim \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (3)$$

この近似における誤差 ϵ とサンプル数 N の関係は、中心極限定理により、 $N=O(1/\epsilon^2)$ と次元に依らなくなり、次元の呪いを回避することができる。特に、モンテカルロ法は被積分変数の次元 d が大

きい場合のほぼ最適なアルゴリズムであることが知られている。なお、モンテカルロ法による計算 (式 (3)) が、中点近似 (式 (2)) に較べて大幅に改善した定性的な理由としては、中点近似では近似精度が最悪の場合に誤差がいくらになるかを示しているのに対して、モンテカルロ法では平均的な誤差 (最悪の場合にはこの誤差を遥かに超える) を議論しているためである。

量子コンピュータでの期待値計算

モンテカルロ法は、確率変数の次元に依らないため、高次元の積分計算をある程度短い時間で実行可能であるが、現実的には、必要な計算コスト (関数 f の呼び出し回数) $N=O(1/\epsilon^2)$ は非常に大きい。このため、モンテカルロ計算は、金融だけでなく、物理シミュレーションなどさまざまな分野で、最も多くの時間を要する計算の 1 つとなっている。一方で、量子コンピュータでは、必要なコストを $N=O(1/\epsilon)$ 程度まで減らせるような、アルゴリズムが知られている。このアルゴリズムは、非常に多くの複雑な演算が必要であるため、今後しばらくの間のノイズのある量子コンピュータで実行するのは困難である。このゲート演算を減らし、少しでも早く振幅推定アルゴリズムを活用するために、近年、筆者らはアルゴリズムの改良を行ってきた。ここでは、これらの量子アルゴリズムについて紹介を行う。

まず、既存の振幅推定を用いた量子アルゴリズムについて概説する。振幅推定を使った期待値推定の量子アルゴリズムでは、本来求めたい式 (1) の積分ではなく、式 (2) の中点近似値に対する推定を行う。中点近似として、 d 次元積分の各次元を $m=2^l$ 分割するとする。 $l \times d$ 次元のビット列 i で表すとする、量子コンピュータ上ではこれらのビット列の重ね合わせ状態 $\frac{1}{m^{d/2}} \sum_{i \in J^d} |i\rangle$ を作成することが可能である。この重ね合わせ状態に 1 ビットの補助ビット $|0\rangle$ を加えた状態 $\frac{1}{m^{d/2}} \sum_{i \in J^d} |i\rangle |0\rangle$ に対して、以下のように $g(i)$ を並列的に作用するような演算を

仮定する.

$$\frac{1}{m^{d/2}} \sum_{i \in J} |i\rangle |0\rangle \rightarrow \frac{1}{m^{d/2}} \sum_{i \in J} |i\rangle (\sqrt{1-g(i)}|0\rangle + \sqrt{g(i)}|1\rangle) \quad (4)$$

ここで、関数 $g(i)$ は、中点近似の式 (2) と同じ定義を用いた。中点近似やモンテカルロ法では、アルゴリズムの計算コストは関数 $f(x)$ の呼び出し回数で数えられたのに対応して、量子アルゴリズムでは、式 (4) の演算の回数で数えられる。

式 (4) の演算後の状態の補助ビットを読み出したとき、1 となる確率は、期待値の中点近似 (2) の値 $S(f) = \frac{1}{m^d} \sum_{i \in J} g(i)$ で与えられる。このため、式 (4) の状態に対して、繰り返し測定を行って補助ビットが 1 になる確率を推定できれば、期待値の近似値が得られることとなる。ただし、単純に繰り返し測定を行った場合には、推定誤差 ϵ を達成するには、中心極限定理により $O(1/\epsilon^2)$ 程度とモンテカルロ法と同程度の計算コストを要することとなる。

この制限を回避し、量子コンピュータでよりよい推定誤差を達成するためのアルゴリズムとして振幅増幅法が知られている。補助ビットに 1 が得られる確率が p であるとしたとき、単純に j 回繰り返し測定をすると、1 が得られる確率はおおむね $j \times p$ 程度である。一方で、振幅増幅法を用いると、同じ j 程度のコストで 1 が得られる確率を $j^2 \times p$ 程度まで 2 乗加速することができることが知られている。この確率が増幅された状態を用いて、 p の推定を行うことで、計算コストを $O(1/\epsilon)$ 程度 (1/2 乗) に削減することが可能となる。

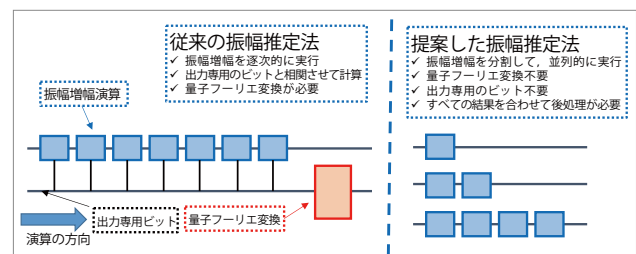
振幅増幅法では、振幅増幅回数 j を増やしていくに連れて、確率が増幅されるが、確率が 1 に到達した後にさらに振幅増幅を行うと、確率は j に対して振動を行う。確率を推定する振幅推定法では、従来、振幅増幅法に量子フーリエ変換を組み合わせ、この振動の振動数を求めることで $O(1/\epsilon)$ の計算コストの削減を達成していた。この振幅増幅法に量子フーリエ変換を組み合わせたアルゴリズムは非常に演算数が多く、現在の量子コンピュータでは、数

ビット程度 (1 次元を数分割程度) での検証しかできていない。量子コンピュータのハードウェア性能の向上により、いずれ、このアルゴリズムが利用できるようになると期待するが、少しでも早い量子コンピュータの活用に向けて、筆者らの研究グループでは、このアルゴリズムの改良を行ってきた。

前述のように、従来の振幅推定アルゴリズムは振幅増幅法と量子フーリエ変換の組合せであるが、計算コストの削減は振幅増幅法に由来しており、量子フーリエ変換は削減には寄与していない。したがって、筆者らの研究グループでは、量子フーリエ変換を使用しない新たなアルゴリズムを提案した (図-3)。提案したアルゴリズムでは、量子フーリエ変換を使用しないことで、制御ユニタリ演算と呼ばれる演算を大幅に削減することが可能となっている。具体的なアルゴリズムとしては、振幅増幅により、確率 p を変化させた状態の測定結果から、尤度関数を構成し、最尤推定により p を求めるという手法である。詳細については解説⁴⁾を参照されたい。

これに加えて、筆者らのグループでは提案アルゴリズムを実際に IBM の超電導量子コンピュータで実行し、現状のハードウェアにおいて、提案アルゴリズムの結果に、量子コンピュータのノイズがどのように影響するかを確認し、ノイズが多少あったとしてもアルゴリズムが動作するような改良を行った。さらに、ノイズがない場合には前述のアルゴリズムと同等の性能を示すが、ノイズがある場合には、より計算コストを下げられるような新たなアルゴリズムの提案も行っている。

この筆者らのグループのアルゴリズムでは、振幅増



■図-3 提案アルゴリズムの概念図

特集 Special Feature

幅の具体的な回数の組を規定していなかったが、その後、ほかの研究グループから、厳密に計算コストを見積もれる振幅増幅回数の組、高速化の程度は従来のものより劣るがより演算量が少ない振幅増幅回数の組等、さまざまな方向性の研究が進められている。

最後に、念のために改めて強調しておくが、このようなアルゴリズム改良を行ったとしても、今後数年の量子コンピュータで、この期待値推定アルゴリズムが有用なタスクで動作する見込みはほとんどない。これは式(4)の演算を構成するための基本演算の個数が非常に多く、近い将来に実現されるノイズのある量子コンピュータでは正確な演算を行うことが困難なためである。ここで示したような研究により、アルゴリズムを実行するのに必要な量子コンピュータの性能要求(ノイズの大きさ等)を下げることで、エラー訂正等に必要なおバーヘッドを少しでも減らし、活用時期を早めることに貢献できればと考えている。

デリバティブ価格評価以外の応用

ここまで、量子コンピュータの応用先として、将来の価格変動のシミュレーションによるデリバティブ価格評価について紹介したが、このほかにも多くの金融計算へのアプリケーションが提案されている(図-4)。特に、近い将来のノイズのある量子コンピュータであるNISQの活用に向けて、最適化問題や機械学習の量子アルゴリズムの応用が盛んに議論されている。

最適化問題とは、ある関数の値を、最大(または最小)にするような解を求める問題である。金融計

算では、最適な金融資産の組合せを見つけるポートフォリオ最適化、同一価値の商品の価格差を利用して利益を獲得する裁定取引、さまざまな金融商品を組み合わせて平均株価等と同様の値動きを行うパッシブ運用等、さまざまな最適化が行われている。これらの最適化では、計算資源の問題により、多くの場合に、制約条件や問題のサイズ等の簡素化した上で計算を行っており、これらの制限のない、より高速な最適化手法が求められている。

機械学習の量子アルゴリズムの詳細については御手洗氏の記事にあるが、これらを金融計算に、たとえば金融危機や株価の将来予測、信用リスク評価、不正検知等に応用するという研究も進められている。これらのNISQ向きのアルゴリズムの多くは、まだ、提案段階であり、小さなトイモデルでの検証が行われている状況である。今後より大規模な実データに対する検証が進められ、現実的なアプリケーションに利用できることを期待したい。

そのほかの研究の方向性としては、量子コンピュータの知識を活用した金融モデルの再構築の可能性も考えられる。金融のモデルは自然現象のモデルとは異なり、背景に強固な、再現性のある基本法則があるわけではなく、現実の現象をある程度説明するための単なるモデルとしての意味合いが強い。より量子コンピュータに適した新たな金融モデルの再構成という方向性にも期待したい。

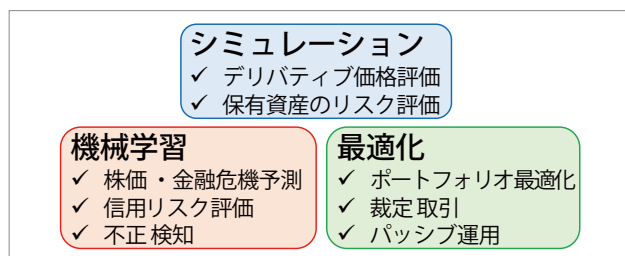
参考文献

- 1) 金融市場における最新情報技術, 情報処理, Vol.53, No.9 (Sep. 2012).
- 2) Egger, D. J., et al.: Quantum Computing for Finance: State-of-the-Art and Future Prospects, IEEE Transactions on Quantum Engineering (2020).
- 3) ジョン・ハル: フィナンシャルエンジニアリング[第9版] デリバティブ取引とリスク管理の総体系, 金融財政事情研究会 (2016).
- 4) 宇野隼平: 量子コンピュータを用いた高速数値積分, みずほ情報総研技報, 10(1) (2019).

(2020年12月24日受付)

■宇野隼平 shumpei.uno@mizuho-ir.co.jp

名古屋大学大学院卒業, 博士(理学). 専門は素粒子物理学, 計算物理学. 2018年より, 慶應義塾大学量子コンピューティングセンターの共同研究員として, 金融分野への量子コンピュータの活用の研究に従事.



■図-4 適用先として検討されている問題