生物モデルにおける同じ動態を再現可能なパラメタセットの グローバルなパラメタ変動解析

井上 健太郎^{1,a)}

概要:生体分子ネットワークに基づく生物モデルは、分子間の制御メカニズムの理解や分子の数、濃度、 活性の動態の予測に活用されている。モデル内にある反応速度パラメタなどは実験的に計測が困難なこと からほとんど測定されていない。そのため、未知のパラメタ値は実験で測定された分子の動態をもとにパ ラメタが推定されている。パラメタ推定によって実験を再現可能なパラメタセットは複数の候補があげら れるが、一般的に、モデル解析では1つのパラメタセットで解析が進められる。私たちは以前にローカル 感度解析において、同じ動態を再現可能な複数のパラメタセット間の共通の性質を調べた。その結果では、 異なるパラメタセット間で感度の大きさは異なっていたが、モデル内の特定の反応間でどちらの感度が相 対的に大きいかは一致する性質があることがわかった。ローカル感度解析は特定の動態に対してパラメタ の微小変化に関する動態の変化のみを調べるため、パラメタの大きな変化に関しての性質が明らかではな かった。そこで本研究では、同じ動態を再現可能なパラメタセットについて広くパラメタ値を変えること で、パラメタ値の変化と感度や動態の変化にパラメタセット間の共通の性質があるかを調べた。

1. はじめに

生体分子ネットワークに基づく生物の数理モデルは代謝 系、遺伝子発現系、シグナル伝達系で、その分子制御メカニ ズムを理解するためによく研究されている [1], [2], [3], [4]。 シグナル伝達系の数理モデルでは、増殖因子やサイトカイ ンのようなリガンドが細胞表面の受容体と結合した(細胞 が刺激を受けた)後、その結合したという情報が核内の転 写因子に伝わるまでの間の情報の流れについて主にモデル 化されている。この情報の流れは、情報を次の分子へ伝え る状態(一般に活性状態と呼ばれている)の量が実験により 測定される。この状態は例えば、リン酸化やユビキチン化 などで修飾されたタンパク質、結合タンパク質、細胞質や 核に局在化したタンパク質である。しかし、これらのタン パク質の変化がどれくらいの反応速度で起きているかは、 シグナル伝達系であまり測定されていない。

そこでシグナル伝達系の数理モデルでは、測定された実 験情報をもとに反応速度パラメタを推定する [3], [4]。一般 的に実験で測定された値とシミュレーションで計算され た値の誤差が最小になるように、反応速度パラメタを決め る。しかし、シグナル伝達系に関する定量実験データは、

 ¹ 宮崎大学工学教育研究部 Faculty of Engineering, University of Miyazaki, Miyazaki 889-2192, Japan

^{a)} inoue@cs.miyazaki-u.ac.jp

分子の数や濃度のような絶対量ではなく、コントロールの 実験値に対する相対量として測定されるため、値というよ りむしろ刺激後の分子の数の増減のような動態が重要であ る。実験の動態に着目して再現するためには、パラメタ推 定の目的関数を実験値とシミュレーション値のコサイン類 似度が高いパラメタセットを推定することで得ることがで きる。類似度の高いシミュレーションでは動態が実験値と 一致しているが、シミュレーションの絶対量は多様な値が 得られる [5]。

このように、パラメタ推定によって得られたパラメタ セットは実験を再現できるシミュレーションであるが、そ れらのパラメタセット間はどこまでモデルとしての性質が 一致しているのかは不明であった。私たちは以前に、特定 の動態を再現可能な多様なパラメタセット間で、モデルと しての共通性がないかを調べるために、ローカル感度解析 を行った [5]。その結果、異なるパラメタセットに対して反 応ごとの感度の大きさは異なっていたが、モデル内の特定 の反応間で相対的にどちらの感度が大きいかは一致した。 つまり、同じ動態を再現可能なパラメタセット間で、特定 の反応間の感受性の高さは同定できることが示唆された。 また、これは複数のパラメタセットが推定されたとしても、 ローカル感度解析においては1つのパラメタセットを解析 するだけで反応間の相対的な感受性の高さを予測するのに 十分であるとも考えられた。 IPSJ SIG Technical Report

しかし、ローカル感度解析は再現された動態について、 微小のパラメタ変動のみで感受性を解析しているため、パ ラメタが大きく変化した場合の動態に関する共通の性質は わかっていない。そこで、本研究では同じ動態を再現可能 なパラメタセットに関して、広いパラメタ空間で感受性や 動態に関する共通性を調べた。

2. 方法

2.1 モデルと再現可能なパラメタセット

2.1.1 Negative feedback loop $\forall \vec{\tau} \mathcal{H}$

本研究では、論文 [5], [6] で利用された Negative feedback loop モデルを用いた。Negative feedback loop モデルは 2 つの分子 X と Y で構成される (図 1A)。 X と Y の分子は 活性化し、活性状態を X*と Y*とする。反応は、上流のシ グナル s による X の活性化 (A)、X の不活性化 (D)、Y*に よる X の不活性化 (DS)、X*による Y の活性化 (FBA)、Y の不活性化 (FBR) の 5 つある。これは、

$$\frac{dX^*}{dt} = A - D - DS \tag{1}$$
$$\frac{dY^*}{dt} = FBA - FBR \tag{2}$$

と表せる。また、これらの反応は、質量作用の法則やミカ エリスメンテン則に従うと、

$$A = \frac{k1 \cdot s \cdot X}{km1 + X}, D = k2a \cdot X^*, DS = \frac{k2b \cdot Y^* \cdot X^*}{km2 + X^*},$$
$$FBA = \frac{k3 \cdot X^* \cdot Y}{km3 + Y}, FBR = \frac{k4 \cdot Y^*}{km4 + Y^*}$$

と表せる。一般的にシグナル伝達系では、タンパク質の総 量の変化は活性状態の変化に対して遅い反応であると考え るため、タンパク質の総量は変化しないと仮定する。その ため、X と Y の総量を1と仮定して、非活性状態の X と 非活性状態の Y を

$$X = 1 - X^*, Y = 1 - Y^* \tag{3}$$

とする。本研究では、上流のシグナル s の動態は図 1B の パターンとする (論文 [5], [6] の S3)。

シグナルsは図 1Bに示す時間0までが、外部刺激がない定常状態を示しており、小さなシグナル値を持っている。 つまり、反応速度パラメタが変われば、その定常値も変わる。シミュレーションの時間は上流のシグナルsが刺激によって変化する0~300分の範囲とした。

2.1.2 再現可能なパラメタセット

本研究では、論文 [5] で得られた同じ動態を再現可能な パラメタセットを使った。ここでは、再現可能なパラメタ セットがどのようにして得られたかの概要を示す。

論文 [5] では、生物実験データは用いず、特定の動態を 示すパラメタセットを以下の条件で取得した。

あるパラメタセット pc に対して、確率的シミュ





表 1 パラメタの変化の範囲

衣 1 パノバタの変化の範囲			
反応名	パラメタ名	パラメタ値の下限	パラメタ値の上限
А	k1	$R0 \times 10^{-6}$	$R0 \times 10^5$
D	k2a	$R0 \times 10^{-4}$	$R0 imes 10^4$
DS	k2b	$R0 imes 10^{-4}$	$R0 imes 10^4$
FBA	k3	$R0 imes 10^{-4}$	$R0 imes 10^8$
FBR	k4	$R0 \times 10^{-6}$	$R0 imes 10^4$

*R0 は 2.1.2 で得られたパラメタ値。

レーションによりデータを 30 分ごとで 300 分まで取 得する。

- 上記の1回の確率的シミュレーションに対して、そのデータに対する1回のパラメタ推定を行う。
- パラメタ推定は進化的アルゴリズム [7] を利用した。
 目的関数はコサイン類似度とし、パラメタの探索範囲は *exp*(-15) から *exp*(5) とした。
- 上記を 1000 回繰り返す。
- 1000回繰り返した確率的シミュレーションの各 30 分ごとの分布で、各時間点の平均から標準偏差内に推 定されたシミュレーションがすべて入るものを再現可 能なパラメタセットとした。

これらの条件で、112 個の同じ動態を再現可能なパラメ タセットが得られた。これらのパラメタセットはパラメタ 値が異なり、かつシミュレーションの値は異なるが同じ動 態を示していることは論文 [5] で示されている。

2.2 グローバル感度解析

グローバル感度解析は広いパラメタ空間に対して、その モデルに関する出力の感受性を解析する方法である [8]。本 研究では、2.1.2 で得られた同じ動態を再現可能なパラメタ セットのパラメタ値 (R0)を基準にして、表 1 の範囲で速 度パラメタ値をそれぞれ変化させた。このとき、R0 から変 化させたパラメタ値に対して感度を次のように計算した。

$$s_i = \frac{\partial lnq(\mathbf{p})}{\partial lnp_i} = \frac{\partial q(\mathbf{p})}{\partial p_i} \frac{p_i}{q(\mathbf{p})} \tag{4}$$

 s_i はパラメタiに対する感度、 p_i はパラメタiのパラメタ 値、 $q(\mathbf{p})$ は感度の標的となる値である。本研究では、 $q(\mathbf{p})$ は X*の時間変化における積分値を用いた。また、パラメ



図 2 X*の時間積分値を対象としたグローバル感度解析結果

タは0.1%変化させて感度を数値的に計算した。

論文 [5] では、ローカル感度解析において、特定の反応 間の感度の大きさがパラメタセットに関わらず決まってい るという性質があった。本研究では広いパラメタ空間でも 特定の反応間の感度の大きさが決まっているかを調べるた めに、 $R0 \times 10^{-1.5} \sim R0 \times 10^{1.5}$ の範囲で感度の大きさの 積分値を計算したものをグローバル感度として、反応間で 比較した。

2.3 パラメタ変化後の動態の類似度

2.1.2 で得られたパラメタ値 (R0) ではシミュレーション 値は異なるが、基準となったパラメタセット $\mathbf{p_c}$ の決定的 シミュレーションと同じ動態を示す。その R0 や $\mathbf{p_c}$ のシ ミュレーション値は時系列をベクトルとしたとき、ベクト ル間でのコサイン類似度 (CS) が高い。このとき、そのベク トルの大きさの比 (scaling factor(SF)) を R0 のシミュレー ションに乗じることで、R0 のシミュレーション値は $\mathbf{p_c}$ の シミュレーションと動態だけでなく同じ値として scaling できる [5]。

$$CS = \frac{\overrightarrow{x_i^2} \cdot \overrightarrow{x_j^2}}{|\overrightarrow{x_i^2}||\overrightarrow{x_j^2}|}, (0 \le CS \le 1)$$

$$(5)$$

$$SF = \frac{|\overline{x_i'}|}{|\overline{x_j'}|} \tag{6}$$

 $\vec{x_i}$ はパラメタセット $\mathbf{p_c}$ の X*の時系列のベクトル、 $\vec{x_j}$ は 推定されたパラメタセット jの X*の時系列のベクトルで ある。 CS が1に近いほど、 $\vec{x_i}$ と $\vec{x_j}$ の動態が類似してい ることを示す。また、 $SF \times \vec{x_j}$ で $\vec{x_i}$ と同じ値に scaling で きる。

パラメタセット*i*とパラメタセット*j*でパラメタ変化後 の動態を比較する場合、R0 で得られた scaling factor で scaling すれば、同じ値の動態となりパラメタ変化後の動態 の類似性を調べることが出来る。このとき、scaling 後の値 は動態の変化の大きさが考慮されているため、パラメタ変 化後の動態 $(\overrightarrow{x_i}, \overrightarrow{x_j})$ の類似性は各時間点の二乗誤差の総和 (SSE) で比較することができる。

$$SSE = |\overrightarrow{x_i'} - SF_j \cdot \overrightarrow{x_j'}|^2 \tag{7}$$

2.4 シミュレーションの実装

シミュレーションは微分方程式を解くために CVODE ソ ルバーを利用した [9]。パラメタ値の組み合わせによっては 非常に stiff な微分方程式となるため、シミュレーションで きないものがある。結果のグラフで不連続な線や空白があ る場合は、CVODE ソルバーで解けなかったものである。

3. 結果·考察

3.1 グローバル感度解析

3.1.1 シミュレーションの積分値と感度値

表1で示した範囲でパラメタ値を変化させ、感度の対象 となる X*の時間積分値と感度の値をモデル内のそれぞれ の反応に対して求めた (図 2)。図2の横軸は2.1.2で得ら れたパラメタ値 (R0) からのパラメタ変化率に log10 した もので、色は R0 のときの積分値の大きさを示している。

それぞれの反応のパラメタ値の変化に対して、積分値の 大きさと感度の大きさはパラメタセット間で似た変化の傾 向を示した。元のパラメタ値 R0(図 2 の点線)は、同じ動 態が再現できるパラメタ値であり、その積分値は異なる。 R0 からパラメタ値を変えると積分値は異なっているが、感 度は似た傾向を示していた。しかし、各反応における感度 の高さはパラメタセットによってばらつきも見られる。こ れはローカル感度解析の結果と同様である [5]。そこで、反 応間のグローバル感度の比較を行った。

3.1.2 反応間のグローバル感度の比較

ここでは、図 2 の FBR に見られるように、パラメタを変 化させたとき、シミュレーションできないものを含まない ようにするため、各反応のパラメタ変化が $R0 \times 10^{-1.5} \sim$ $R0 \times 10^{1.5}$ で、感度の絶対値に対する積分値を求めて、そ の大きさを比較した。



図3 反応間のグローバル感度の比較

反応間のグローバル感度は、反応 A は反応 D と FBR、 反応 DS は反応 FBR、反応 FBA は反応 FBR より感度の 積分値がどのパラメタセットでも高かった (図 3)。これら の感度の関係は、グローバルなパラメタ変化に対して X* の動態に与える影響の大きさが反応間で決まっていること を意味する。この結果はローカル感度解析の結果と一部異 なっていたが [5]、ローカル感度解析と同様に、グローバル 感度においても特定の反応間で感度の大小がパラメタセッ ト間で共通していることを示している。

3.2 反応 A のパラメタ変化に関する X*の動態

図 2 の反応 A の感度の値を見ると、R0 より低いパラメ タ値では、ほとんど同じ感度を示すのに対して、R0 より 高いパラメタ値では感度にばらつきが見られた。また、そ れは R0 の積分値の高さの違いで出ているように考えられ た。そこで、反応 A のパラメタ値で R0 に対するパラメタ 変化率が $(10^{-2}, 10^{-1}, 10^{0}, 10^{1}, 10^{2}, 10^{3})$ について、X*の動 態を調べた (図 4)。

図 2 の積分値や感度の結果と同様に、R0 よりパラメタ 値が低いときは同じ動態を示していた。一方、パラメタ変 化率が 10² や 10³ の高いときでは、R0 の積分値が低いと きと高いときで、200 分後の動態は異なっていた。これは 図 2 の反応 A の感度の値を見ると、積分値の高いパラメタ セットはパラメタ変化率が 10³ で感度が上昇していること と一致する。次に、パラメタ変化率が 10¹ の場合と 10² の 場合を見ると、R0 の積分値が高いときのパラメタ変化率 10¹ と R0 の積分値が低いときのパラメタ変化率 10² でほ ぼ同じ動態を示している。これらの結果は、同じ動態を再 現可能なパラメタセットをグローバルにパラメタ変化させ たとき、異なるパラメタ変化率で同じ動態が再現されるこ とを示唆している。

ここまでの解析では、パラメタ変化に対するシミュレー ション値を見てきた。そのため、R0の積分値が高いとき のパラメタ変化率 10¹ と R0 の積分値が低いときのパラメ タ変化率 10² でほぼ同じ動態を示していても、R0 のとき の動態を基準としたパラメタ変化後の動態の変化の大きさ までは一致していない。しかし、図2はシミュレーション の積分値における感度の変化の傾向がほぼ同じであること を示していた。従って、R0のときの動態を基準としたパ ラメタ変化後の動態の変化についてはパラメタセット間で 一致はしていないが、パラメタ変化における X*の積分値 の増加率や減少率にはパラメタセット間で関係があると考 えられる。

3.3 パラメタ変化後の動態の類似性

次に、パラメタ変化後の動態がどの程度パラメタセット 間で一致しているかを調べるために、シミュレーション値 を scaling させてパラメタ変化後の動態に関する類似性を 調べた。まずは、代表的なパラメタセットとして、R0 の 積分値が低いパラメタセット (P_low) と高いパラメタセッ ト (P_high) で動態の変化の関係性を調べた (図 5)。

図 5 は横軸に P_low のパラメタ変化率、縦軸に P_high の変化率、上部に P_low のパラメタ変化後の動態に対し て P_high のパラメタ変化後の動態と最も SSE が低い値を 取った折れ線グラフ、右部は P_high のパラメタ変化の動 態に対して P_low のパラメタ変化後の動態と最も SSE が 低い値を取った折れ線グラフである。黄色は SSE く 1 の 範囲を示しており、P_high と P_low のパラメタが増加また は減少で同じときだけを対象にして調べた。また、赤や青 は P_low と P_high で SSE が最小となるパラメタ変化率の 値を示している。対角の黒い点線が P_high と P_low で同 じパラメタ変化率を示している。

反応Aを見ると、P_highとP_lowのパラメタ値が減少 する部分では、動態の類似性が高かった。一方、パラメタ 値が増加する部分では、P_highとP_lowのどちらの動態か ら見ても類似性が低かった。これはP_highでは、Xの総 量が1であることから、シミュレーションの値が飽和して おり、パラメタを変化してもX*が増加していない一方で、 P_lowはパラメタ増加とともにX*が増加するためである (図 4)。同様に、ほかの反応でも、X*が減少するパラメタ



図 4 反応 A のパラメタ変化に関する X*の動態

変化で類似性が高かった。

P_high と P_low のパラメタ変化に対しての類似性の高 いパラメタ変化率を見ると、必ずしも同じパラメタ変化率 で最も類似しているとは限らなかった。また、P_high の SSE の折れ線グラフ (図 5 右) と P_low の SSE の折れ線グ ラフ (図 5 上)を見ると、P_high のほうが低い値を示して いることから、P_low が P_high を包含してパラメタ変化後 の動態を予測できることが示唆された。

そこで、P_lowのパラメタ変化の動態に対して、すべて のパラメタセットと比較して、どの程度の範囲でパラメタ 変化後の動態を再現できるかを調べた。

3.4 パラメタ変化後の動態の各時間点の共通性

P_low のパラメタを変化させた後の動態について、その 動態に最も近い動態を異なるパラメタセットのパラメタ変 化後の動態の中から探索した。これによって、P_low のパ ラメタ変化後の動態がどのくらいの範囲で異なるパラメ タセットと一致するかを調べた (図 6)。図 6 は、縦軸に P_lowのR0に対するパラメタ変化率、横軸は時間、色は パラメタ変化後の動態に最も類似している動態を異なる パラメタセットから求めて、各時間点においてその動態の 最大と最小となる誤差の大きさを示したものである。色が 黄色に近いほど、各時間点で誤差が小さく、赤や白は誤差 が大きいことを示す。例えば、反応 DS のパラメタ変化率 が 10¹ のときの動態を図 7 で示している。図 7 の点線が R0 のときの動態、実線はパラメタ変化率が 10¹ のときの P_low の動態、灰色の範囲が P_low の動態に対して異なる パラメタセットで最も類似していたときの動態の誤差範囲 である。各時間点で、この灰色の範囲の大きさが図6の色 に対応する。

図 6 の色が黄色に近いほど、どのパラメタセットでも同 じ値を示していることになる。反応 A や D では図 5 と同 様に X*が減少するパラメタ変化で、すべての時間点で近い 値を示しており、同じ動態を再現できている。また、反応 DS も同様に似た動態を再現できている。一方、反応 FBA、 FBR では X*が減少するパラメタ変化に対しては 200 分以 降では似た動態を再現できるが、シグナルが高い 0~200 分 では広いパラメタ変化に対しては動態にばらつきがある。 これらの反応は再現できる動態のパラメタ変化の範囲は反 応 A、D、DS に比べて狭い。これらをまとめると、パラメ タ変化後の動態を異なるパラメタセット間で共通性を調べ たとき、パラメタ変化後の動態の再現できる範囲は反応ご とに異なる。

4. おわりに

生物の数理モデルの多くは、ネットワーク構造や数式は 実験や先行研究による根拠や予測から一意に決められてい る。一方、パラメタ値は自由度が高く、実験を再現可能な パラメタセットの共通の性質がよくわかっていない。本研 究では、同じ動態を再現可能なパラメタセットに関して、 広いパラメタ値の変化に対する共通の性質を調べた。

図 2 で示したように、パラメタ変化に対してシミュレー ションの値で積分値と感度を見ると、パラメタセット間で ほぼ同じ変化の傾向が見られた。このグローバル感度を反 応間で比較すると、ローカル感度と同様に特定の反応間の 相対的な感度の大きさはパラメタセット間で共通していた (図 3)。パラメタ変化後の動態を見ると、異なるパラメタ 変化率で同じ動態が再現できるものもあった(図 4)。しか し、これは R0 の動態に対して、どれくらい値が変化した かを考慮しているわけでない。この性質は、R0 で同じ動 態を再現できるパラメタセット間のシミュレーション値の 動態に関する数理モデルの性質であることが考えられる。 パラメタ変化後の動態の類似性は、X*が減少する変化に対 して類似性が見られた(図 5、図 6)。ただし、パラメタ変 化後の動態を再現できるパラメタの広さは反応間で異なっ ていた。

ー般的に、生物の数理モデルの解析は実験データを再現 できる1つのパラメタセットで進める。それは、実験で得



図 6 パラメタ変化後の動態における類似する動態からの各時間点の誤差



図 7 反応 DS のパラメタ変化率 10¹(図 6 の ★) における動態の誤
 差範囲

られていない現象を予測するための1つの候補になる。し かし、広いパラメタ空間に対しては1つのパラメタセット からダイナミクスを予測することは慎重に行うべきかも しれない [10]。再現性のある予測をするためには、モデル として考えられるパラメタ値の範囲や分子の数などの制 約条件を適切に加えてパラメタ推定することが必要だろ う [2], [11]。本研究では、目的関数を 30 分おきのデータに して、パラメタ推定でパラメタ値を得た。しかし、再現す るデータの時間点は数理モデルとしてばらつきが大きくな る時間点で取ることで、予測するダイナミクスのばらつき を抑えることが出来かもしれない。ばらつきの大きい時間 点で実験データを取ることで、ばらつきの大きな時間点を 通るダイナミクスが決定され、ばらつきを抑えたパラメタ セットになることが予想される。これにより、予測するダ イナミクスもパラメタセット間でよりばらつきの小さいも のが得られるかもしれない。

謝辞 本研究は、東京大学ヒトゲノム解析センター・スー パーコンピュータを利用した。

参考文献

- Malik-Sheriff RS, Glont M, Nguyen TVN, et al.; BioModels—15 years of sharing computational models in life science. Nucleic Acids Res. 48(D1):D407 - D415 2020.
- [2] Maeda K, Westerhoff HV, Kurata H, et al.; Ranking network mechanisms by how they fit diverse experiments and deciding on E. coli's ammonium transport and assimilation network. npj Syst Biol Appl 5, 14 2019.
- [3] Inoue K, Shinohara H, Behar M, et al.; Oscillation dynamics underlie functional switching of NF-κB for B-cell activation. npj Syst Biol Appl 2, 16024, 2016.
- [4] Shinohara H, Behar M, Inoue K, et al.; Positive Feedback Within a Kinase Signaling Complex Functions as a Switch Mechanism for NF-κB Activation. Science 344(6185): 760-764, 2014.
- [5] Inoue K; Sensitivity analysis for reproducible candidate values of model parameters in signaling hub model. PLoS ONE 14(2): e0211654, 2019.
- [6] Behar M, Barken D, Werner S, Hoffmann A.; The Dynamics of Signaling as a Pharmacological Target. Cell 155, 448-461, 2013.
- [7] Kimura S, Nakakuki T, Kirita S, Okada M.; AGLSDC: A Genetic Local Search Suitable for Parallel Computation. SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration 4(2):10513, 2011.
- [8] Kent E, Neumann S, Kummer U, Mendes P.; What Can We Learn from Global Sensitivity Analysis of Biochemical Systems? PLoS ONE 8(11): e79244, 2013.
- [9] http://computation.llnl.gov/casc/sundials/main.html
- [10] Gutenkunst RN, Waterfall JJ, Casey FP, et al.: Universally Sloppy Parameter Sensitivities in Systems Biology Models. PLoS Comput Biol 3(10): e189, 2007.
- [11] Bandara S, Schlder JP, Eils R, et al.; Optimal Experimental Design for Parameter Estimation of a Cell Signaling Model. PLoS Comput Biol 5(11): e1000558, 2009.