

渦電流を用いた巡回セールスマン問題における Greedy 法の改良

原匠一郎[†] 渡邊裕司[‡] 清水昭信[†]名古屋市立大学システム自然科学研究科[‡]

1 はじめに

巡回セールスマン問題 (TSP: Traveling Salesman Problem) [1]とは、いくつかの都市 (頂点)と、各2都市間 (枝)の移動コストが与えられている設定 (無向グラフ)において、すべての都市を一度ずつ通り出発地に戻るとき、移動コストの総和が最小となる巡回路を求める問題である。TSPは、実社会において効率的な配送ルートを探求する問題や電子回路基板に最短で穴を開ける順序を求める問題など、さまざまな課題を解決できると期待される。しかしTSPは、すべての経路を計算することで最適解を得ようとした場合、都市数の増加とともに計算量が爆発的に増加するため、最適解を得ることが困難となる、いわゆるNP困難のクラスに属する問題である。TSPの中でも、すべての都市が2次元平面上に存在し、移動コストが都市間のユークリッド距離で表されるものを、平面TSPと呼ぶ。

平面TSPの近似解法として代表的なものにGreedy法がある。Greedy法とは、都市間の距離が小さい枝から優先して巡回路の断片を組み立てていき、最終的にすべての都市を通る巡回路ができたなら、それをTSPの解とする方法である。

本研究では、まず最適解の経路が囲む面積が、Greedy法の解の経路が囲む面積よりも大きくなることを示す。そして面積を計算する代わりに、TSPを物理的な電気回路モデルに見立て、面積が大きくなるほど値が大きくなる渦電流を用いてTSPの解を得る方法を提案する。距離に加えて渦電流の値を用いることで、Greedy法の改良を図り、提案手法が有効に働くことを示す。

2 提案する物理モデル

TSPの別の近似解法のConvex Hull Insertion法 (CHI法) [2]は、与えられた都市をすべて含む最小面積の凸包を初期の巡回路とし、巡回路に含まれていない都市を、その都市から最も近い巡回路の枝に加えることで最終的な解を得る方

Improved Greedy Algorithms for the Traveling Salesman Problem by Eddy Current

[†]Hara Shoichiro [‡]Watanabe Yuji [†]Shimizu Akinobu

[‡]Graduate School of Natural Sciences, Nagoya City University

法である。凸包が囲む領域は、すべての都市を含むため、その面積は、すべての都市によって作られる巡回路が囲む面積の中で最も大きい。よって、CHI法は囲む面積が最も大きい巡回路から、すべての都市を含むように巡回路を構築する方法であり、CHI法で求めた巡回路が囲む面積もまた、比較的大きいものである。

また、10都市をランダムに配置した問題500問に対して、TSPの最適解 (MathematicaのFindShortestTourを使用)とGreedy法の解を比較したところ、最適解の経路で囲まれる面積が、Greedy法で求めた解の経路で囲まれる面積よりも大きくなる問題の数が多くなった。このことから、解の経路で囲まれる面積を最大化することによって、より最適解に近い解が得られると予想される。しかし、面積を最大化することもまた、都市数の増加とともに、すべての面積を計算することが困難となる。

そこで、面積を計算する代わりに、無向グラフを電気回路網に見立て、経路が囲む面積が大きくなるほど値が大きくなる渦電流を用いて平面TSPの解を得る方法を提案する。物理現象そのものを使って計算することで、実時間で解を出すことが可能となる。本手法では、各2都市間を抵抗のある導線ですべて繋げたモデルである。どの導線も抵抗率と断面積ともに同じであるとすれば、2点間の導線の抵抗は2点間の距離に比例する。そのため、このモデルは平面TSPにおける複数の都市と各2都市間の距離を物理モデルに置き換えたものとみることができる。このモデルに対して垂直に一様な交番磁界をかけると、各導線に渦電流が流れる。この渦電流の値を測定し、測定した値を用いて平面TSPの解を得ようとするのが、本研究の狙いである。

3 渦電流を用いた手法

提案手法では、物理モデルを実際に構築して、交番磁界で導線に渦電流を流すことにより、渦電流の値を求めることを想定している。しかし、ここでは、回路解析によって提案モデルの導線に流れる電流値を計算で求め、それを使ってGreedy法の改良を行う。

はじめに、10都市をランダムに配置した問題

500 問に対する、最適経路に選ばれる枝と選ばれない枝の距離との関係、および電流の値との関係を調べる。その結果の図 1 を見てわかるように、距離が短くなるほど、最適経路に選ばれる枝の数が増える。一方で、電流の値はその大小に寄らず、最適経路に選ばれる枝が一様に分布する。また、枝の距離が短い場合、電流の値の大小によって、最適経路に選ばれる枝の数の多少はあまり見られない。しかし、枝の距離が長い場合、電流の値が大きいほど最適経路に選ばれる枝の数が多い。

そこで、最適経路に選ばれる枝が多く集まる場所にある枝は、通常の Greedy 法の距離に相当する値を小さくし、より優先的に選ばれるように変更する手法を提案する。具体的には距離のみを優先する通常の Greedy 法とは違い、

$$\text{距離} \div (\text{電流} + k)^\alpha \quad (k, \alpha \text{ は係数})$$

の値が小さくなる枝から優先的に経路を構築する。例えば、 $k = 3, \alpha = 2$ のとき、 $\text{距離} \div (\text{電流} + 3)^2$ の値の等高線図を図 2 に示す。同図において青い領域の枝ほど小さな値を持つため、優先的に選ばれることになる。

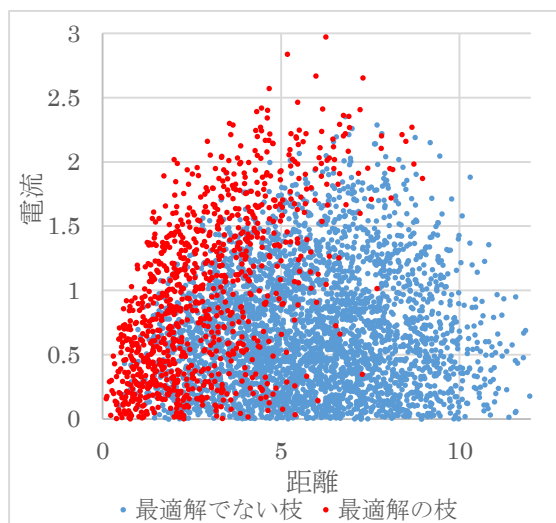


図 1 最適解と最適解でない枝の電流と距離の関係

4 数値計算実験

10 都市をランダムに配置した問題 500 問に対して、Greedy 法と渦電流を用いた提案手法の誤差率を比較した。誤差率とは、Mathematica の FindShortestTour で求めた最適経路の距離の総和に対する求めた経路の距離の総和の誤差の割合である。提案手法では、 k を 1, 2, 3、 α を 1, 2 と変えて問題を解き誤差率を求めた。問題 500 問の誤差率の平均を表 1 に示す。

その結果、Greedy 法の誤差率の平均が 7.67% で

あったのに対し、 $k = 3, \alpha = 2$ のとき、提案手法の誤差率の平均は 5.82% となり、Greedy 法の誤差率を改善することができた。

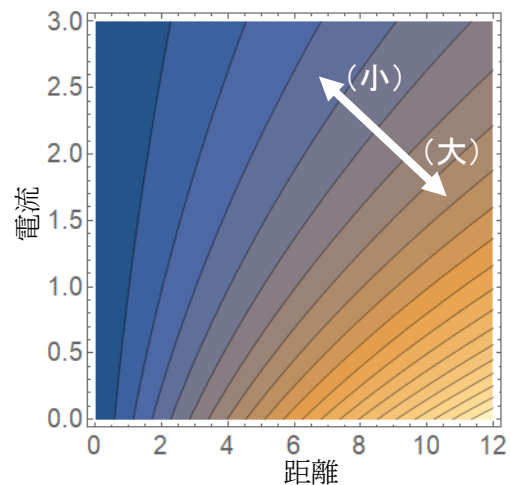


図 2 $\text{距離} \div (\text{電流} + 3)^2$ の等高線図

表 1 数値計算実験の結果

α	k	誤差率の平均(%)
1	1	6.10
1	2	6.17
1	3	6.26
2	1	9.67
2	2	6.89
2	3	5.82
Greedy		7.67

5 まとめ

TSP を物理モデルに置き換えて、物理現象を観測して得られた渦電流の値を使って、Greedy 法を改良する方法を提案した。渦電流の値と距離を組み合わせた値が小さくなる枝から優先的に経路を構築していく方法によって、距離のみ用いる Greedy 法の誤差率を改善することができた。

今後はより良い渦電流と距離との関係を探すとともに、Greedy 法だけではなく渦電流を用いた様々な手法を検討する。物理現象そのものを使って計算することで、実時間で TSP の解を出すことが可能となるといえる。

参考文献

- [1] 「巡回セールスマン問題への招待」
山本芳嗣 久保幹雄 著、朝倉書店
- [2] Vladimir G. Deineko, "The convex-hull-and-line traveling salesman problem : A solvable case", Information Processing Letters, (1994)